

**APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA CRÍTICA EM ATIVIDADES DE
MODELAGEM MATEMÁTICA: POSSIBILIDADES E DESAFIOS**

CRITICAL MEANINGFUL LEARNING IN MATHEMATICAL MODELING
ACTIVITIES: POSSIBILITIES AND CHALLENGES

APRENDIZAJE CRÍTICO SIGNIFICATIVO EN ACTIVIDADES DE MODELACIÓN
MATEMÁTICA: POSIBILIDADES Y DESAFÍOS

Aldo Peres Campos e Lopes¹ 0000-0002-4046-0840

¹ Universidade Federal de Itajubá – Itabira, MG, Brasil; aldolopes@unifei.edu.br

RESUMO:

Disciplinas matemáticas do Ensino Superior podem ser desafiadoras, por isso é importante primar por uma aprendizagem que seja significativa e crítica. Acreditando que a utilização da modelagem matemática é um caminho nessa direção, nossa pesquisa tem como objetivo investigar a aprendizagem significativa crítica em atividades de modelagem matemática produzidas por alunos de engenharias. Investigamos as possibilidades e os desafios para a aprendizagem significativa crítica nesse contexto e notamos que a modelagem favorece diversos princípios da aprendizagem significativa crítica, como descentralização do livro-texto e do quadro. Concluimos esse estudo com algumas considerações sobre modelagens, seus desafios e a aprendizagem significativa crítica.

Palavras-chave: modelagem matemática; ensino superior; aprendizagem significativa; equações diferenciais.

ABSTRACT:

Higher education math courses can be challenging for some students. Therefore, it is important to strive for learning that is both meaningful and critical. One possibility is the use of mathematical modeling. Our research aims to investigate critical meaningful learning in mathematical modeling activities. Engineering students produced models involving differential equations. We investigate possibilities and challenges for critically meaningful learning in this modeling context. We note that modeling contributes to several principles of critical meaningful learning, such as detaching from the textbook and the board. We conclude with some thoughts on modeling and critical meaningful learning.

Keywords: mathematical modelling; higher education; meaningful learning; differential equations.

RESUMEN:

Las disciplinas matemáticas en la educación superior pueden ser desafiantes, por lo que es importante esforzarse por lograr un aprendizaje significativo y crítico. Creyendo que el uso de modelos matemáticos es un camino en esta dirección, nuestra investigación tiene como objetivo investigar el aprendizaje crítico significativo en actividades de modelos matemáticos producidos por estudiantes de ingeniería. Investigamos las posibilidades y los desafíos para el aprendizaje crítico significativo en este contexto y notamos que el modelado favorece varios principios del aprendizaje crítico significativo, como la descentralización del libro de texto y la

pizarra. Concluimos este estudio con algunas consideraciones sobre el modelado, sus desafíos y el aprendizaje significativo crítico.

Palabras clave: modelo matemático; enseñanza superior; aprendizaje significativo; ecuaciones diferenciales.

Introdução

Alguns estudos verificaram que o ensino de Equações Diferenciais foca, majoritariamente, na parte algébrica das equações diferenciais ordinárias em estudo, ensinando aos alunos métodos analíticos de resolução (Artigue, 2002; Oliveira; Igliore, 2013). Porém, é necessário o uso de outras metodologias que motivem os alunos e, principalmente, que colaborem para que o conteúdo seja compreendido de forma significativa (Artigue, 2002). Assim, indica-se o uso de uma metodologia ativa que promova uma aprendizagem significativa crítica, fazendo com que a aprendizagem deixe de ser mecânica e passiva (Moreira, 2010, 2012).

A modelagem matemática tem sido utilizada como estratégia de ensino e aprendizagem. Os autores Niss e Blum (2020) argumentam a favor dessa estratégia metodológica, pois promove motivação, interesse e pode facilitar o aprendizado, além de auxiliar no uso da matemática em outras áreas. Ademais, a modelagem pode auxiliar no desenvolvimento de habilidades e competências por instigar o pensamento crítico e a compreensão do papel sociocultural da matemática (Lopes, 2023a).

Segundo Silva (2011), é fácil verificar que alguns dos princípios da aprendizagem significativa crítica estão presentes nas atividades de modelagem matemática, como o trabalho realizado em grupo, que promove interação social. Além disso, a modelagem pode resgatar conhecimentos prévios dos alunos (não somente matemáticos, mas também pessoais e do cotidiano), pois problemas da realidade – e que são de interesse dos estudantes – são discutidos, englobando questões socioeconômicas e políticas. Sendo assim, Moura e Alves (2022) afirmam que “[...] é justificável adotar a Modelagem Matemática como método de ensino e aprendizagem para promover a Aprendizagem Significativa Crítica em sala de aula”.

Tencionamos evidenciar as possibilidades acarretadas pela modelagem matemática, bem como os desafios, para a aprendizagem significativa crítica na disciplina Equações Diferenciais do Ensino Superior. Para tal, nos guiamos pelo seguinte questionamento: quais são as possibilidades e os desafios para a aprendizagem significativa crítica no uso de modelagem matemática no contexto de uma disciplina de matemática do Ensino Superior?

Aprendizagem significativa crítica

A teoria cognitiva da aprendizagem significativa começou a ser desenvolvida por David Ausubel na década de 1960 e, na década seguinte, contou com colaboradores como Joseph Novak e Helen Hanesian (Moreira, 2012). Um dos principais objetivos dessa teoria é compreender como um estudante assimila um novo conhecimento conectando-o aos saberes prévios. Para que haja essa conexão, o novo conhecimento deve ser considerado relevante, não arbitrário e deve ser interiorizado de maneira não literal por meio de seu significado, indo além de imagens, palavras e símbolos que o expressem (Moreira, 2012). Dessa forma, a aprendizagem significativa ocorre quando há uma vontade de aprender e o estudante correlaciona o conhecimento novo com o prévio de forma não-literal e não-arbitrária. Um outro fator importante é a utilização de metodologias e materiais de aprendizagem que sejam potencialmente significativos com uma sequência lógica e não-arbitrária, de forma que os estudantes possam dar significado aos objetivos da aprendizagem (Moreira, 2010). Totalmente na contramão, temos a aprendizagem mecânica, que consiste numa memorização que ocorre de forma literal e arbitrária, sem conexão com a estrutura cognitiva, ocasionando, por isso, um esquecimento posterior. Cabe salientar que a transição da aprendizagem mecânica para a significativa é gradual e, por isso, demanda tempo.

Moreira (2006) relaciona a educação com aspectos sociais e frisa que, para que o indivíduo compreenda o meio em que vive, é necessário que tenha uma postura crítica. Essa postura crítica engloba não somente compreender o conteúdo aprendido, mas também como tal se relaciona com a realidade. Ou seja, ter uma postura crítica é confrontar a realidade, questionando o que lhe é apresentado e agindo em prol de buscar respostas às inquietações que surgem desses questionamentos.

Segundo Skovsmose (2023), um ambiente de aprendizagem deve motivar os estudantes a refletir e agir, por meio de uma educação matemática de natureza crítica. Entendemos, assim, que a abordagem crítica pode resultar em mudanças, uma vez que o professor deixa de ser a figura central e a aprendizagem mecânica é deixada de lado em prol de uma metodologia na qual o estudante passa a atuar na construção de seu próprio conhecimento, trazendo sua realidade para um debate e uma análise crítica, tornando-se um agente transformador de sua realidade (Moura; Alves, 2022).

Moreira (2006) vai além da aprendizagem significativa, que se atém aos aspectos cognitivos da aprendizagem, e acrescenta aspectos de criticidade ao afirmar que o conteúdo curricular atrelado a aspectos do cotidiano pode auxiliar tanto na aprendizagem significativa

quanto na reflexão crítica, pois “[...] atividades com uma intensa participação de estudantes em grupos promove interesse e compromisso com aprendizagem” (Magalhães; Villagrà; Greca, 2020, p. 15).

Descreveremos a seguir, sucintamente, como a aprendizagem significativa crítica pode ser alcançada. Destacaremos doze princípios que foram apresentados por Moreira (2010) e Chirone, Moreira e Sahelices (2021) e que se relacionam com esse tipo de aprendizagem:

1. Princípio do conhecimento prévio: aprender a partir do que já se sabe.
2. Princípio da interação social e questionamento: não ensinar respostas, mas instigar perguntas.
3. Princípio da não centralidade do livro-texto: aprender por meio de diversos materiais educativos.
4. Princípio do aprendiz como perceptor/representador: compreender que cada um é perceptor e representador do mundo.
5. Princípio do conhecimento como linguagem: entender que a realidade é percebida por meio de alguma linguagem.
6. Princípio da consciência semântica: aprender que o significado está nas pessoas, para além das palavras.
7. Princípio da aprendizagem pelo erro: entender que uma pessoa aprende corrigindo seus erros.
8. Princípio da desaprendizagem: compreender que é importante desaprender, deixando de lado estratégias que não sejam relevantes para aprendizagem.
9. Princípio da incerteza do conhecimento: aprender que perguntas colaboram para a percepção, e metáforas e definições auxiliam no pensamento.
10. Princípio da não utilização do quadro: aprender por meio de variadas estratégias de ensino.
11. Princípio do abandono da narrativa: compreender que repetir a narrativa de outrem não estimula o entendimento.
12. Princípio de superação das dificuldades: superar dificuldades de aprendizagem.

O último princípio que destacamos foi acrescentado por Chirone, Moreira e Sahelices (2021) e os outros 11 foram elaborados por Moreira (2010). O entendimento desses princípios e aplicabilidade são essenciais para a ocorrência da aprendizagem significativa crítica. A modelagem matemática é um bom caminho nessa direção segundo Moura e Alves (2022), que defendem o uso da modelagem para a promoção da aprendizagem significativa crítica.

O papel da modelagem matemática

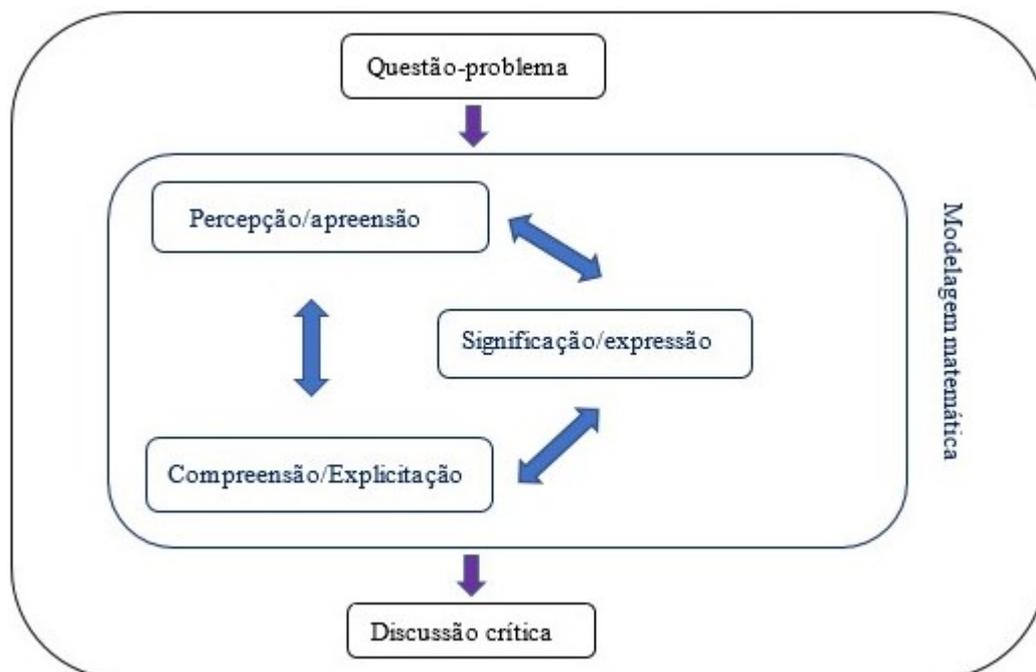
A modelagem matemática pode propiciar um ambiente favorável para o desenvolvimento de uma aprendizagem significativa crítica, pois diversos aspectos que viabilizam a aprendizagem significativa crítica estão presentes: as modelagens são atividades realizadas em grupos, proporcionando uma interação social e uma discussão dos resultados encontrados; o estudante realiza relações dos conteúdos matemáticos com o próprio cotidiano, refletindo sobre e analisando o modelo que está produzindo e atribuindo significados a ele; além disso, a criticidade na aprendizagem significativa crítica pode ser aplicada à modelagem, pois envolve questionar os resultados obtidos, a adequação do modelo à realidade e, adicionalmente, propor questões a serem debatidas, sejam elas políticas, econômicas ou sociais.

Para Barbosa (2001, p. 4), a modelagem “[...] possui potencial para gerar algum nível de crítica”, pois os temas das modelagens podem ser retirados de situações-problemas que afetam a sociedade, e o modelo produzido, por sua vez, deve ser entendido como um meio para se compreender parte da realidade.

Na perspectiva sociocrítica de modelagem matemática, a discussão sobre o modelo produzido vai além dos resultados matemáticos, incluindo um debate a respeito dos critérios utilizados na confecção de tais modelos, o que mostra que os resultados matemáticos podem não ser neutros, pois dependem dos critérios escolhidos. Segundo Silva (2011), essa perspectiva de modelagem facilita a implementação dos princípios da aprendizagem significativa em sala de aula, colaborando para a formação cidadã. Tal colaboração se dá devido à valorização da cultura do estudante, aspecto comum entre essa perspectiva de modelagem e a aprendizagem significativa crítica.

Segundo Moura e Alves (2022), para que a prática envolvendo modelagem matemática seja significativa e crítica, é necessário: (1) uma questão problema que seja do interesse dos estudantes e que esteja conectada com a realidade; (2) levar em conta o conhecimento prévio deles; (3) traduzir o problema para a linguagem matemática; (4) solucionar a equação matemática; e (5) realizar uma discussão crítica do que foi obtido, averiguando a adequação com a realidade e as suas possíveis implicações (econômicas, políticas, sociais, ambientais e outras). Colocamos essas etapas na Figura 1.

Figura 1 – A modelagem direcionada para a aprendizagem significativa crítica



Fonte: Adaptado de Moura e Alves (2022).

Na Figura 1, a produção de um modelo segue as três etapas de modelagem de Biembengut e Hein (2020):

- (a) Percepção e apreensão;
- (b) Compreensão e explicitação;
- (c) Significado e expressão;

No início da produção do modelo, na etapa (a), os grupos debatem as questões-problema ou temas, familiarizando-se com o assunto, delimitando a situação-problema e discutindo as principais variáveis. Em seguida, na etapa (b), há a tradução do fenômeno em estudo para a matemática, ou seja, o fenômeno é equacionado, tendo em vista as variáveis identificadas, e a equação encontrada é resolvida. Por fim, na etapa (c), os estudantes interpretam e validam o que foi produzido.

Metodologia

Esta pesquisa foi realizada em uma universidade federal brasileira, no estado Minas Gerais. Os sujeitos do estudo foram devidamente convidados por meio de uma carta-convite, enviada por *e-mail*. O convite era para participar de duas atividades de modelagem matemática, desenvolvidas por pesquisadores participantes do projeto. Os 117 participantes eram estudantes

de nove diferentes engenharias (engenharia ambiental, engenharia de controle e automação, engenharia da computação, engenharia elétrica, engenharia de materiais, engenharia mecânica, engenharia da mobilidade, engenharia de produção e engenharia de saúde e segurança) e estavam no final do segundo ano de curso. Os alunos estavam cursando Equações Diferenciais I e pertenciam a duas turmas diferentes, sendo 56 em uma turma e 61 na outra.

O conteúdo programático da disciplina envolvia equações diferenciais ordinárias (EDO's) de primeira ordem, EDO's de ordem superior e sistemas de EDO's. Uma das principais referências foi o livro de Boyce, Diprima e Meade (2020). O foco dos dois primeiros meses foi o conteúdo programático e nos outros dois meses o foco foi o desenvolvimento das atividades de modelagem, que ocorreram nos meses de junho e julho de 2020

Por causa da quarentena devido à pandemia do novo coronavírus, a universidade adotou um sistema de ensino não presencial. Tanto as aulas para a condução da parte teórica do curso quanto a realização das modelagens ocorreram à distância e tiveram o tempo de duração de 110 minutos em duas vezes na semana (conforme programação presencial inicial). Os encontros foram realizados por meio de videoconferência através do *Google Meet* e gravados para posterior análise. O *Moodle* também foi utilizado como ferramenta para fóruns de discussões semanais e foi a base dos registros dos dados. As atividades foram iniciadas e desenvolvidas de forma síncrona e finalizadas de forma assíncrona.

Os alunos formaram 9 grupos na primeira turma e 11 na segunda. Os estudantes escolheram colegas para formarem grupos de 4 a 7 pessoas e cada grupo produziu dois modelos, escolhendo uma questão-problema em cada bloco de modelagem. As questões-problema sugeridas aos alunos foram:

- 1º bloco: 1A) Bebida alcóolica e o risco de acidentes
- 1B) Dieta – estratégias de emagrecimento
- 2º bloco: 2A) Comportamento de compras de um consumidor
- 2B) Evolução de uma epidemia

As questões-problema foram escolhidas após buscas em artigos e livros. Essa procura facilitou o equilíbrio entre um tema de interesse e a matemática envolvida. Não encaramos o aluno como um “recipiente vazio” passivo de “ser preenchido” por um professor especialista, pois isso se opõe a ideia de discussão crítica. Assim, durante a realização da modelagem, incentivamos os alunos a se expressarem livremente, dando sugestões e expondo seus resultados e suas conclusões.

No primeiro bloco, como questão-problema de modelagem matemática, 11 grupos escolheram o 1A e 9 o 1B. No segundo bloco, 11 grupos escolheram a questão-problema 2B e 9 selecionaram o 2A. Ao término da produção do modelo, por meio de uma videoconferência, cada grupo apresentou brevemente os resultados obtidos, incluindo a solução algébrica e gráfica do modelo, as discussões para validá-lo e as interpretações.

Para o desenvolvimento da modelagem matemática, um roteiro foi entregue para cada grupo. No Quadro 1 apresentamos esse roteiro para o tema de modelagem 1A. Usamos algumas referências em sua elaboração (por exemplo, Banerjee, 2021; Burghes; Borrie, 1981). Durante a produção desses modelos, os grupos tiveram auxílio do professor e de um monitor do curso. Ressaltamos que, antes da realização das tarefas de modelagens, os alunos tiveram a oportunidade de estudar outros modelos similares, como modelos de decaimento radioativo, crescimento populacional e que envolveram a lei de resfriamento de Newton (Boyce; Diprima; Meade, 2020). Considerando que tais modelos abrangem EDO's similares ao primeiro tema de modelagem 1A, eles tiveram oportunidade de aprender a identificar constantes e condições iniciais, além de terem acesso a resolução da EDO envolvida.

Quadro 1 – Tema 1A: absorção de álcool e o risco de acidentes

Problema: como elaborar um modelo matemático que equacione o risco de uma pessoa envolver-se em um acidente de trânsito após a ingestão de uma bebida alcóolica?

(a) Percepção e apreensão

(a. 1) Identifique as variáveis envolvidas no problema. Qual a taxa de variação a ser analisada? Quais as relações entre as variáveis?

(a. 2) Uma equação diferencial pode relacionar o risco de sofrer um acidente de carro, R , e o nível de álcool no sangue, b . A equação pode ser formulada considerando que o risco relativo de acidente de carro, R' , é proporcional ao risco de acidente, R .

$$R' = \frac{dR}{db} \propto R \Rightarrow \frac{dR}{R} = k db$$

(b) Compreensão e explicitação

Dica. Antes de resolver a equação, talvez queira rever o conteúdo de equações autônomas, seção 2.5 do livro de Boyce, Diprima e Meade (2020), e o conteúdo de equações separáveis, seção 2.2 do mesmo livro.

(b. 1) Resolva a equação do problema. Determine k , considerando que em $b = 0$ (nenhum consumo de álcool), o risco de um acidente é de 1%, ou seja, $R_0 = R(0) = 1$.

(b. 2) Tendo em vista a solução obtida, determine a constante k presumindo que temos $R = 20\%$ em $b = 0,14\%$. O que ocorre em $R=100$? O que significam esses valores?

(b. 3) Esboce a função solução obtida do fenômeno. Qual mudança haveria no gráfico com a variação da constante k ?

Sugestão: Utilize um software como o *Geogebra* (ou outro de sua preferência) para esboçar o gráfico. Para analisar o papel de k , veja <https://www.geogebra.org/m/fvnUw58b> (acesso em 27 jan. de 2023).

(c) Significação e expressão

O modelo produzido se adequa com a realidade? Qual é o risco de uma pessoa se envolver em um acidente de carro por dirigir após beber? Quais fatores podem influenciar um acidente? Quais são as possíveis implicações desse modelo?

Fonte: dados da pesquisa (2020).

Coleta e análise de dados

Os dados utilizados para a análise foram coletados dos modelos produzidos pelos alunos, sendo que todos os modelos produzidos foram analisados. Dessa forma, investigamos a aprendizagem significativa crítica manifestada em cada grupo. Além disso, fizemos anotações em um diário de campo e gravações das aulas por meio do recurso de gravação do *Meet*.

Para caracterizar e compreender a manifestação da aprendizagem significativa crítica, utilizamos a análise de conteúdo qualitativo de Bardin (2020), que consiste em sintetizar um texto com várias palavras em categorias, por meio de regras de codificação, e que é útil para identificar padrões e tendências. Segundo Esteves (2006), esses dados podem ser invocados (extraídos de situações que ocorrem sem a ação do pesquisador) ou levantados (coletados através de ações claramente solicitadas pelo pesquisador). Os dados que utilizamos nesta pesquisa foram provenientes da solicitação do pesquisador, logo são dados levantados.

Começamos organizando os dados com o objetivo de entender “[...] o que está por trás das palavras” (Bardin, 2020, p. 44), pois, neste estudo, essas palavras são a solução do modelo, principalmente as expressões da última etapa de modelagem.

Para a realização da análise de conteúdo, Bardin (2020) sugere três fases: a fase da pré-análise, que se refere ao momento em que os objetivos da pesquisa são estabelecidos, os documentos para a análise são selecionados, uma leitura inicial dos dados é feita e os indicadores são estipulados; a fase de exploração do material, que visa determinar formalmente as decisões da primeira fase; e, por fim, a fase de tratamento dos resultados, que envolve a construção de gráficos e tabelas para orientar conclusões e guiar a formulação de perguntas para pesquisas futuras. Para seguirmos essas fases delineadas por Bardin (2020), fizemos uso de um *software* de planilhas para a organização dos dados e das categorias.

Geralmente, o processo de análise é organizado por meio de uma categorização que pode ser *a posteriori* (as categorias são geradas de acordo com o que aparece nos dados) ou *a priori* (as categorias são estabelecidas antes da análise dos dados) (Bardin, 2020). No que se

refere a esta pesquisa, o sistema de categorias foi dividido em dois agrupamentos principais: possibilidades e desafios para a aprendizagem significativa crítica. Esse sistema foi criado *a posteriori*, tendo em vista os modelos produzidos pelos grupos.

Visando procedimentos para validação e confiabilidade, o pesquisador-professor do curso realizou uma codificação que foi contrastada com a de outro pesquisador. Os poucos conflitos foram resolvidos e um acordo foi feito em uma reunião (Lincoln; Guba, 1985). Adicionalmente, deixamos de lado, tanto quanto possível, conhecimentos, valores e preconceitos sobre o fenômeno em estudo. Focamos nas experiências dos participantes e lemos os dados coletados diversas vezes. Além disso, devido à pouca expressividade dos estudantes no início das modelagens, perguntas foram feitas – com cautela para não os influenciar – a fim de estimulá-los (Bogdan; Biklen, 2003).

O comitê de ética aprovou a condução do estudo alguns meses antes de sua realização. Por conseguinte, antes da realização, os objetivos da pesquisa foram explicados de forma detalhada aos participantes e o consentimento foi obtido por cada um deles, aumentando a validade e confiabilidade do estudo. Os dados da pesquisa e informações pessoais de identificação foram coletados, codificados e armazenados em conformidade com as diretrizes éticas e de gerenciamento da universidade. Apresentaremos os resultados com nomes fictícios e usaremos as siglas M1A e G1C1 para indicar, respectivamente, o tema A da modelagem do primeiro bloco e o grupo 1 da turma 1. Adotaremos esse padrão para os demais temas e grupos.

Resultados

A primeira etapa da produção do modelo foi percepção e apreensão. Nessa etapa, os grupos discutiram o fenômeno em análise e determinaram as principais variáveis do fenômeno. Notamos a presença de alguns princípios da aprendizagem significativa, por exemplo: observamos a ocorrência do princípio 3 (não centralidade no livro) e do princípio 2 (interação social), pois os grupos buscaram outras fontes para entender o fenômeno em estudo e discutiram com os colegas maneiras de abordá-lo.

Em seguida, na segunda etapa (compreensão e explicitação), os grupos resolveram a EDO encontrada e esboçaram os gráficos relacionados, conforme poder ser visto na Figura 2 e no Gráfico 1.

Figura 2 – Resolução da EDO do fenômeno por um grupo

EDO autônoma/reparável

$$\frac{dR}{dt} = k \cdot R$$

• isolando dR e dt

$$\frac{dR}{R} = dt \cdot k$$

• integrando os dois lados

$$\int \frac{dR}{R} = \int dt \cdot k$$

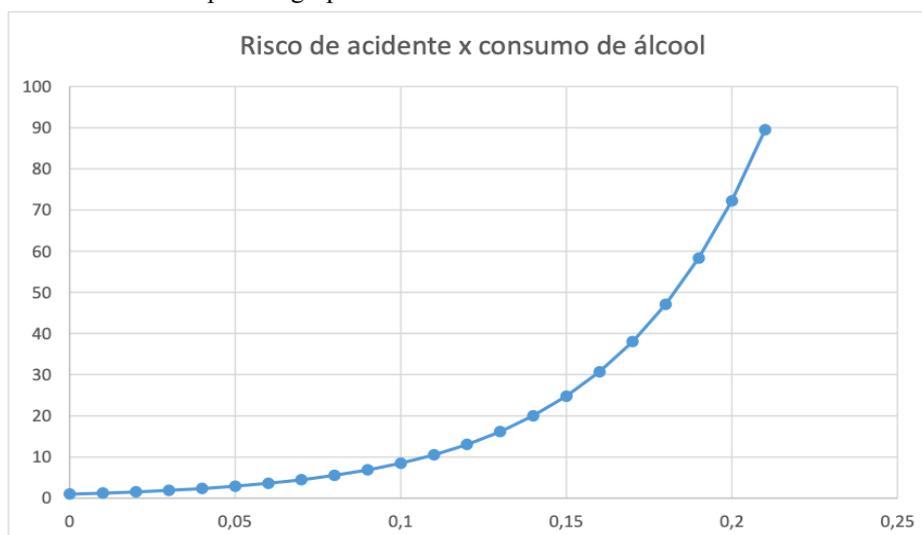
$\ln |R| = t \cdot k$
 $e^{\ln |R|} = e^{t \cdot k}$

$R = e^{k \cdot t}$

Fonte: Dados da pesquisa (2020).

Na Figura 2, ilustramos a solução da EDO obtida pelo grupo G1C1, que percebeu o que lhe foi ensinado a respeito de resolução de equações autônomas e apresentou compreensão da linguagem matemática. Notamos a ocorrência do princípio 1, pois foi utilizado um método de resolução de EDO aprendido no início do semestre, além de conceitos do Cálculo Diferencial e Integral para a resolução de uma integração. Ademais, esse grupo demonstrou domínio da linguagem matemática, evidenciando o princípio 5. Em seguida, o grupo esboçou o gráfico da solução obtida, conforme Gráfico 1.

Gráfico 1 – Esboço do gráfico, risco de acidentes R por concentração de álcool no sangue b , obtida por um grupo.



Fonte: Dados da pesquisa (2020).

Na terceira etapa de modelagem, tendo como base os gráficos produzidos, os grupos validaram e interpretaram o modelo, estabelecendo conexões com a realidade e discutindo criticamente o que foi obtido. Podemos citar como exemplo o grupo G1C1¹, que esboçou o gráfico 1 e disse:

[...] da solução geral chegamos à equação diferencial. Assim, vemos que existe uma dependência entre as variáveis. Essa modelagem é mais bem explicada pelo aumento da curva exponencial gerada no gráfico ... O risco de uma pessoa sofrer um acidente depois de beber é maior à medida que aumenta o consumo de álcool, porque há um aumento do nível de álcool no sangue (Grupo G1C1, 2020, narrativa escrita)

Observamos que esse grupo foi capaz de realizar uma interpretação do fenômeno em termos matemáticos. Dessa forma, esse grupo demonstrou compreensão da linguagem matemática, se expressou por meio dessa linguagem e compartilhou os significados aceitos contextualmente da solução obtida. Com isso, notamos a presença do princípio 5 (conhecimento como linguagem) e do princípio 6 (consciência semântica).

O grupo G3C2, por sua vez, reconheceu que “[...] o risco de alguém se envolver em um acidente de trânsito após o consumo de álcool é alto, sendo muito necessário educar a população para que não o faça” (Grupo G3C2, 2020, narrativa escrita). Percebemos que o grupo foi além das discussões matemáticas, ou seja, realizou uma discussão crítica do que foi obtido. Assim sendo, podemos dizer que esse grupo demonstrou “abandono de narrativa”, por meio de uma argumentação particular, apresentando indícios do princípio 11.

Ao finalizar a produção do modelo e estabelecer uma discussão crítica do que foi produzido, muitos grupos notaram que o modelo final poderia ser aprimorado, pois um modelo não consegue abranger todas as variáveis. Por isso, entendemos que esses grupos evidenciaram incerteza do conhecimento, referenciado pelo princípio 9. Como exemplo, podemos citar o grupo G4C2 que reconheceu:

O modelo se adequa parcialmente à realidade, pois quando uma pessoa ingere álcool, ela pode tanto aumentar a velocidade do carro (por achar que bebeu pouco e tem todos os sentidos funcionando perfeitamente) quanto diminuir a velocidade (por sentir que os sentidos já estão um pouco afetados pela bebida). Para um aprimoramento desse modelo, seria viável considerar um modelo mais complexo relacionando a velocidade média com outras variáveis como idade do indivíduo. Isto porque quanto mais novo o indivíduo, maior é a chance de que ele dirija em uma velocidade maior (Grupo G4C2, 2020, narrativa escrita).

Averiguamos que, por meio da modelagem matemática, é possível aplicar de forma inerente alguns princípios da aprendizagem significativa crítica. Esse é o caso, por exemplo, do

¹ Conforme já mencionado, a sigla G1C1 foi utilizada para indicar o grupo 1 da turma 1. Adotaremos esse padrão para os demais grupos.

princípio 3 (não centralidade do livro-texto) e do princípio 10 (não utilização do quadro), pois a questão-problema que inicia o modelo é retirada da realidade, assim, não há centralidade do livro-texto, e o foco é retirado do professor e do quadro.

Em uma das aulas finais, após a produção do segundo modelo, Jeremias² reconheceu que a modelagem “[...] diversificou a rotina de exercícios, listas e questionários” (Jeremias, 2020, informação verbal). Nessa mesma aula, Sara disse: “[...] foi ótimo como a matéria foi apresentada, porque você [professor] recomendou vídeos de qualidade para assistirmos. Para realizar o trabalho de modelagem, eu procurei e pesquisei sobre o assunto, vendo aplicações na prática” (Sara, 2020, informação verbal). Percebemos, assim, que os alunos perceberam que a produção de um modelo retira a centralidade do livro-texto e do quadro, uma vez que diversos materiais educativos são utilizados e eles estimulam os alunos a tomarem iniciativa e fazerem pesquisas, adotando, assim, uma postura ativa perante o próprio processo de aprendizagem.

Notamos que a modelagem foi de encontro a outros princípios da aprendizagem significativa crítica, como o princípio 4, evidenciado por Alberto ao dizer que “[...] as atividades deram mais clareza a respeito de como aplicar a matemática (EDO) no dia a dia, resolvendo problemas” (Alberto, 2020, informação verbal). Vale citar, também, o comentário da Ana Luiza:

Antes [dessa experiência] não pensava que a Modelagem Matemática seria uma alternativa metodológica viável, por pensar que eu não teria conhecimento suficiente de matemática para realizar as modelagens. Mas [após essa experiência] passei a achar super viável o uso de Modelagem Matemática como uma alternativa metodológica, por eu já ter o conhecimento básico necessário e por ter sido uma forma diferente de aprender EDO. A modelagem também pode auxiliar a aprender e aprimorar o conhecimento em outras disciplinas (Ana Luiza, 2020, informação verbal).

Identificamos evidências dos princípios 3, 10 e 8. O princípio 8 (da desaprendizagem), envolve o empenho em não utilizar concepções que possam ser inadequadas e estar aberto à aquisição de novos conhecimentos. Percebemos que a aluna Ana Luiza se mostrou aberta a uma nova metodologia, chegando ao ponto de sugerir que a modelagem pudesse auxiliar e aprimorar conhecimento em outras disciplinas.

Observamos, também, que vários alunos relataram superação de dificuldades (princípio 12), como a Tatiane:

Gostei bastante de cursar a disciplina e consegui entender melhor os conceitos com o trabalho de modelagem que desenvolvemos. Já tinha cursado a matéria antes e tinha

² Os nomes dos participantes são fictícios, a fim de preservar a identidade dos colaboradores, conforme preconizado pelo Comitê de Ética e Pesquisa – CEP da Universidade Federal de Ouro Preto que analisou e aprovou o projeto de pesquisa do qual o presente estudo se originou.

certa resistência a essa matéria, mas fiquei feliz ao perceber que não é nada tão medonho. Não me sinto mais resistente. Estou até animada para fazer cálculo numérico [risos] (Tatiane, 2020, informação verbal).

Outros alunos também avaliaram a experiência com modelagens de forma positiva, conforme podemos verificar no comentário feito por Gustavo:

[...] acho muito importante essas metodologias, [nome do professor], principalmente por cursarmos engenharia. Provavelmente vamos aplicar esses aprendizados na prática, e ter conhecimento dessa parte prática com a qual teremos que lidar no dia a dia agregou bastante aos conhecimentos teóricos da EDO (Gustavo, 2020, informação verbal).

Similarmente, Pietro disse

Acho que a atividade de modelagem foi uma das coisas que mais chamou atenção nesse RTE [sistema de ensino remoto adotado pela universidade]. Esse estilo de atividade nos motiva a estudar mais, além de colaborar para uma melhor compreensão da matéria. Foi bem interessante! (Pietro, 2020, informação verbal)

Esses dois últimos comentários sintetizam a manifestação da maioria dos alunos e corroboram o que é defendido por Moreira (2012), que afirma que para que a aprendizagem significativa crítica ocorra é necessário que o estudante tenha interesse em aprender, e que sejam utilizados materiais potencialmente significativos de modo que os estudantes possam atribuir significado ao que aprenderam. Assim, consideramos que a modelagem, ao despertar o interesse em aprender e ser um material (metodologia) potencialmente significativo, contribuiu para a aprendizagem significativa crítica.

Desafios para a aprendizagem significativa crítica

Conforme apresentamos na seção anterior, a modelagem matemática com equações diferenciais evidenciou diversos princípios da aprendizagem significativa crítica. A maioria dos princípios foram evidenciados por muitos grupos e alunos. Por outro lado, alguns princípios ocorreram em uma frequência bem menor, e o princípio da aprendizagem pelo erro (7) não foi verificado. Outros estudos também não constataram a ocorrência desse princípio, como foi o caso de Chirone, Moreira e Sahelices (2021). Acreditamos que a não ocorrência do princípio 7 pode estar relacionada com a formulação das tarefas de modelagem. Uma possibilidade de alteração para futuras pesquisas é deixar a cargo dos alunos a obtenção da equação do fenômeno, pois isso poderia resultar na ocorrência de alguns erros que os levariam a discussões com os colegas e busca de auxílio do professor.

Ao resolverem a equação do primeiro modelo, os alunos foram incentivados a descrever os conteúdos matemáticos utilizados. Dessa forma, ficou mais fácil identificar o conhecimento

prévio matemático relacionado ao princípio 1 (aprender a partir do que já se sabe). Por outro lado, na segunda modelagem produzida pelos alunos, notamos que vários não identificaram o conteúdo matemático utilizado para resolver a equação do problema e muitos relataram dificuldades, sendo que alguns nem resolveram a EDO do fenômeno. Provavelmente, isso está relacionado com o fato de o segundo modelo envolver EDO mais complexa, de ordem superior.

Percebemos que a modelagem matemática possibilita sair da rotina de exercícios, que muitas vezes são baseados num exemplo-modelo. Todavia, embora a modelagem estimule a criatividade e promova o pensamento crítico (Niss; Blum, 2020; Lopes, 2023a, 2023b), notamos que alguns grupos ainda procuraram narrativas para copiar ou para norteá-los, indo na contramão do princípio 11, que abrange o abandono da narrativa e a compreensão de que repetir palavras de outra pessoa não é sinônimo de aprendido. Como exemplo, podemos citar Edson: “[...] tivemos algumas dificuldades para encontrar pesquisas e materiais parecidos com o tema que estávamos abordando” (Edson, 2020, informação verbal). Essa dificuldade também foi encontrada em comentários de outros alunos. Soma-se a isso a inexpressividade inicial dos alunos diante da tarefa de modelagem, que, inclusive, foi apontada em alguns outros estudos prévios. Mesmo com incentivo do professor-pesquisador, muitos alunos hesitaram em tecer comentários sobre a questão-modelo da primeira modelagem em confecção.

Como já citado, a interação social (princípio 2) é algo que ocorre naturalmente em uma tarefa de modelagem, e alguns alunos consideraram essa característica positiva, como pode ser verificado no comentário de Pâmela: “[...] um dos aspectos que mais gostei foi a criação dos grupos e as discussões que tivemos ao longo da execução da Modelagem. Foi muito enriquecedor” (Pâmela, 2020, informação verbal). Kevin compartilhou de sentimento similar: “[...] o entendimento do conteúdo se deu principalmente pela oportunidade de os alunos manterem uma interação na qual ocorreu a troca de conhecimentos” (Kevin, 2020, informação verbal). Apesar disso, alguns alunos tiveram dificuldades no trabalho em grupo. Esse foi o caso de Vinícius que, após a confecção dos modelos, disse:

Para mim, a maior de todas [as dificuldades] foi fruto da falta de diálogo do grupo no qual eu estava. Poucos membros contribuíram de forma significativa para o desenvolvimento do trabalho, pois apareciam simplesmente para gravar sua fala e desapareciam depois (Vinícius, 2020, informação verbal).

No uso do termo “*desapareciam*”, percebemos um indicativo de que houve dificuldades comunicativas com os componentes do grupo. Entretanto, é de amplo conhecimento que, em atividades realizadas em grupos, alguns alunos tendem a se esforçar menos, conforme verificamos em nossa experiência docente e alguns estudos (Sofroniou; Poutos, 2016).

Reconhecemos que o isolamento social destacou vários pontos negativos relacionados ao ensino, que incluem a exclusão social e a carência de um suporte institucional para o ensino remoto. Ademais, vieram à tona as desigualdades socioeconômicas dos alunos (Engelbrecht *et al.*, 2020), pois muitos relataram dificuldades com o ensino remoto adotado pela universidade para a condução das atividades acadêmicas durante a pandemia do novo coronavírus. Caique comentou: “[...] enfrentamos muitas dificuldades, pois tivemos que aprender a matéria através de aulas online e isso dificultou um pouco o entendimento do assunto” (Caique, 2020, informação verbal). Paulo, por sua vez, disse:

O fato de estarmos estudando a distância dificultou muito a absorção da matéria. Não culpo o professor, mas sim minha capacidade de aprender. O próprio ambiente de estudo (em casa) não me proporciona uma experiência positiva, pois o conteúdo exige muito da capacidade de absorção. Além disso, o atual momento que estamos vivendo [pandêmico] não nos proporciona tranquilidade para aprendermos da melhor forma (Paulo, 2020, informação verbal).

Por fim, concordamos com Lacerda e Guerreiro (2022) ao reconhecerem a dificuldade de implementar metodologias ativas no Ensino Superior devido à necessidade de cumprir o currículo. Além disso, são necessárias habilidades e formação para o uso de metodologias alternativas.

Considerações finais

Considerando as discussões apresentadas até aqui, percebemos que os princípios para aprendizagem significativa crítica se relacionam (o princípio 3 da não centralidade do livro-texto se relaciona diretamente com o princípio 10 da não utilização do quadro) e muitos desses princípios podem ser alcançados por meio da modelagem matemática – alguns sem muitas dificuldades. Assim, conforme já previsto por Moura e Alves (2022), a modelagem matemática se mostra apropriada para o desenvolvimento da aprendizagem significativa crítica.

Em contrapartida, notamos que, mesmo fornecendo sugestões de leitura, alguns grupos buscaram modelos similares como base. Constatamos, também, que os alunos não estão familiarizados com tarefas que estimulem a criatividade, pois estão habituados com a repetição e cópia de procedimentos e algoritmos. Com isso, acreditamos que incentivar mais o uso de atividades de modelagem matemática pode ser um bom caminho para estimular a criatividade dos alunos.

Por fim, percebemos que alguns princípios ficam menos em evidência em atividades de modelagem matemática, como é o caso do princípio 7 que abordamos no início da sessão anterior. Isso nos leva a questionar como podemos estimular princípios menos evidenciados em

tarefas de modelagem. Futuras pesquisas poderão abordar essas questões, bem como buscar compreender a relação entre aprendizagem significativa crítica e dificuldades matemáticas, como a enfrentada pelos alunos na produção das modelagens do segundo bloco.

Referências

ARTIGUE Michelle. Analysis. *In*: TALL David (ed.). **Advanced Mathematical Thinking**. Mathematics Education Library, v. 11. Springer: Dordrecht, 2002, p. 167-198. DOI: 10.1007/0-306-47203-1_11. Disponível em: https://link.springer.com/chapter/10.1007/0-306-47203-1_11. Acesso em: 27 jan. 2023.

BANERJEE, Sandip. **Mathematical Modeling: Models, Analysis and Applications**, 2ª ed. Chapman and Hall/CRC, 2021. DOI: 10.1201/9781351022941. Disponível em: <https://www.taylorfrancis.com/books/mono/10.1201/9781351022941/mathematical-modeling-sandip-banerjee>. Acesso em: 23 jan. 2023.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. *In*: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. **Anais [...]**. Rio de Janeiro, 2001. p. 1-30.

BARDIN, Laurence. **Análise de Conteúdo**. 5ª ed. rev. São Paulo: Edições 70, 2020.

BIEMBENGUT, Maria. Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem matemática no ensino**. 5ª ed. 5ª reimpressão. São Paulo: Contexto, 2020.

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari Knopp. **Qualitative research for education**. 4ª ed. London: Pearson Education Group Inc, 2003.

BOYCE, William. E.; DIPRIMA, Richard. C.; MEADE, Douglas B. **Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno**. 11ª ed. Rio de Janeiro: LTC, 2020.

BURGHES, David Noel; BORRIE, Morgan S. **Modelling with Differential Equations**. Ellis Horwood: Colston Papers, 1981.

CHIRONE, Adriana Regina Rocha; MOREIRA, Marco Antônio; SAHELICES, Concesa Caballero. Aprendizagem significativa crítica de equações do 2º grau no ensino remoto de uma escola federal brasileira. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 12, n. 6, p. 1–17, 2021. DOI: 10.26843/rencima.v12n6a02. Disponível em: <https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/3167>. Acesso em: 23 jan. 2023.

ENGELBRECHT, Johann; BORBA, Marcelo de Carvalho; LLINARES, Salvador; KAISER, Gabriele. Will 2020 Be Remembered as The Year in Which Education Was Changed? **ZDM**, Berlim, v. 52, n. 5, p. 821–824, 2020. DOI: 10.1007/s11858-020-01185-3. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s11858-020-01185-3>. Acesso em: 23 jan. 2023.

ESTEVES, Manuela. Análise de Conteúdo. *In*: LIMA, Jorge Ávila; PACHECO, José Augusto (org.). **Fazer investigação: Contributos para a elaboração de dissertações e teses**, p. 105-126. Porto: Porto Editora, 2006.

LACERDA, Cecília Rosa.; GUERREIRO, Marlene Gomes. Aprendizagem significativa: estudo sobre a visão dos professores no Ensino Superior. **Revista Internacional de Educação Superior**, Campinas, v. 9, n. 00, e023036, 2022. DOI: 10.20396/riesup.v9i00.8668162. Disponível em:

<https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/riesup/article/view/8668162>. Acesso em: 27 jan. 2023.

LINCOLN, Yovonna Sessions.; GUBA, Egon. G. **Naturalistic Inquiry**. Thousand Oaks, CA: Sage, 1985.

LOPES, Aldo Peres Campos. Critical consciousness in engineering education: going beyond critical thinking in mathematical modeling. **European Journal of Engineering Education**, Londres, 2023a. DOI: 10.1080/03043797.2023.2203082. Disponível em <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/03043797.2023.2203082>. Acesso em: 08 ago. 2023.

LOPES, Aldo Peres Campos. Contrapondo a ideologia da certeza por meio do conhecimento reflexivo na modelagem matemática. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 37, n. 77, 2023b.

MAGALHÃES, Arthur Phillipe Cândido; VILLAGRÁ, Jesus Angel Meneses; GRECA, Ileana María. Análise das Habilidades e Atitudes na Aprendizagem Significativa Crítica de Fenômenos Físicos no Contexto das Séries Iniciais. **Ciência & Educação**, v. 26, p. 1-16, 2020.

MOREIRA, Marco Antônio. Aprendizagem Significativa: da visão clássica à visão crítica. *In: ENCONTRO INTERNACIONAL SOBRE APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA*, 5., 2006, Madrid. **Anais [...]**. Madrid, 2006, p. 1-15.

MOREIRA, Marco Antônio. **Aprendizagem Significativa Crítica**. 2ª ed. Porto Alegre: Instituto de Física/ Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2010.

MOREIRA, Marco Antônio. QUE É AFINAL APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA? **Revista Currículum**, 25, p. 29-56, 2012.

MOURA, Luis Carlos; ALVES, Deive Barbosa. Modelagem Matemática para a Aprendizagem Significativa Crítica. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 13, n. 4, p. 1–24, 2022. DOI: 10.26843/rencima.v13n4a20. Disponível em: <https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/3929>. Acesso em 23 jan. 2023.

NISS, Mogens.; BLUM, Werner. **The learning and teaching of mathematical modelling**. London: Routledge, 2020. DOI: 10.4324/9781315189314. Disponível em <https://www.taylorfrancis.com/books/mono/10.4324/9781315189314/learning-teaching-mathematical-modelling-werner-blum-mogens-niss>. Acesso em: 27 jan. 2023.

OLIVEIRA, Eliane Alves de; IGLIORI, Sônia Barbosa Camargo. Ensino e aprendizagem de equações diferenciais. **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Ibero-americana**, v. 4, p. 1-24, 2013.

SILVA, Cintia da. **A Perspectiva Sociocrítica da Modelagem Matemática e a Aprendizagem Significativa Crítica: Possíveis Aproximações**. 2011. 145f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e Educação) – Programa de Pós- Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática do Centro de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2011.

SKOVSMOSE, Ole. All Students. *In*: SKOVSMOSE, Ole (org.). **Critical Mathematics Education**. Advances in Mathematics Education. Cham: Springer, 2023.

SOFRONIOU, Anastasia; POUTOS, Konstantinos. Investigating the effectiveness of group work in mathematics. **Education Sciences**, v. 6, n. 30, p. 1–15, 2016. DOI: 10.3390/educsci6030030. Disponível em: <https://www.mdpi.com/2227-7102/6/3/30>. Acesso em: 23 jan. 2023.

SOBRE O AUTOR

Aldo Peres Campos e Lopes. Doutor em Matemática pela Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG). Docente na Universidade Federal de Itajubá (UNIFEI).

Contribuição de autoria: levantamento, organização e análise dos dados, escrita e revisão – <http://lattes.cnpq.br/1982235983439291>

Como citar este artigo

LOPES, Aldo Peres Campos e. Aprendizagem significativa crítica em atividades de modelagem matemática: possibilidades e desafios. **Revista Práxis Educacional**, Vitória da Conquista, v. 19 n. 50, e12287, 2023. DOI: 10.22481/praxisedu.v19i50.12287