

UM ESTUDO SOBRE FORMAÇÃO DE CONCEITOS ALGÉBRICOS

Leonardo Paulovich ()*

Resumo: Neste artigo relatamos uma investigação sobre a formação dos conceitos algébricos iniciais realizada com estudantes de uma classe de 7^a série de uma escola estadual de ensino fundamental e médio. Como suporte teórico para esta investigação, foi empregada a teoria de formação de conceitos elaborada por Lev Semenovitch Vygotsky e descrita no seu livro *Pensamento e Linguagem*.

Unitermos: Formação de conceitos, conceitos algébricos iniciais, significado das palavras, pensamento por complexos, pseudoconceito.

Abstract: *This paper reports a research about formation of initial algebraic concepts carried out with 7th grade students of a State Elementary and High School. It was used, as theoretical support for this research, the theory of formation of concepts elaborated by Lev Semenovitch Vygotsky and described in his book *Thought and Language*.*

Keywords: *concepts formation, initial algebraic concepts, meaning of words, complexes thought stage, pseudo-concepts.*

Introdução

Dificuldades com a Aprendizagem da Álgebra

Na trajetória da vida escolar, a aprendizagem da matemática é, para muitas pessoas, motivo de lembranças algumas vezes agradáveis e outras vezes nem tanto. Cada indivíduo que tem experiências com esta disciplina pode ter sentimentos que vão desde uma paixão até o ódio declarado a ela. Somente este fato já justificaria uma investigação sobre as causas de comportamentos tão variados com relação a esta que, para muitos, é a rainha das ciências. Muitos pesquisadores têm-se empenhado na busca de explicações para os sucessos e insucessos dos que se aventuram pelos caminhos da aprendizagem da matemática. Não raro, eles deparam com situações que lembram mais um filme de mistérios do que uma história com enredo bem definido cujos começo, meio e fim são claros como água cristalina.

Temos trabalhado, nestes vários anos de vida profissional, com o ensino da matemática nos vários níveis de escolaridade. Durante anos seguidos trabalhamos com o ensino desta disciplina para alunos de 5^a à 8^a séries, de colegial e no ensino superior com disciplinas dos cursos de Engenharia, da Licenciatura em Matemática e Ciência da Computação. Temos observado que uma das grandes dificuldades dos alunos reside na aprendizagem da álgebra. Tais dificuldades nos levaram a uma investigação sobre a formação dos conceitos algébricos iniciais em uma turma de 7^a série do ensino fundamental, com o intuito de verificar como estariam sendo tratado, pelos alunos que iniciam o estudo da álgebra, os conceitos algébricos iniciais. Para tanto optamos pela teoria de Vygotsky sobre a formação de conceitos como referencial teórico da investigação que realizamos.

* *Professor Assistente Doutor, Departamento de Matemática, Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista, UNESP - Câmpus de Bauru. (e-mail paulovich@bauru.unesp.br)*

Referencial Teórico

A Teoria da Formação de Conceitos de Vygotsky

A teoria da formação de conceitos de Vygotsky (1991) encontra-se descrita no livro *Pensamento e Linguagem* onde, de forma geral, ele descreve suas idéias e resultados de pesquisa na busca de uma compreensão sobre a gênese da formação dos conceitos.

Vygotsky buscou explicações para as formas mais elevadas de comportamento humano de maneira a revelar de que forma o homem aprende a organizar e a dirigir o seu comportamento. Para ele todas as funções psíquicas superiores são processos mediados e os signos se tornam o meio básico para dominar estas funções e dirigi-las. Dos signos utilizados pelo homem, a palavra tem um destaque primordial na teoria vygotskiana.

Todas as funções psíquicas superiores são processos mediados, e os signos constituem o meio básico para dominá-las e dirigi-las. O signo mediador é incorporado à sua estrutura como uma parte indispensável, na verdade a parte central do processo como um todo. Na formação de conceitos, esse signo é a palavra, que em princípio tem o papel de meio na formação de um conceito e, posteriormente, torna-se seu símbolo. (VYGOTSKY, 1991, p. 48)

A formação de conceitos foi estudada por Vygotsky e seus colaboradores¹ em experimentos de laboratório em que conceitos artificiais puderam ter sua formação acompanhada propiciando a descrição de sua gênese. Os conceitos reais, isto é, conceitos que a criança constrói no seu dia-a-dia também foram alvo dos estudos de Vygotsky e, especialmente Luria² como forma de complementar as lacunas que porventura os resultados obtidos na formação dos conceitos artificiais pudessem deixar.

A base para a investigação da formação de conceitos levada a efeito por Vygotsky está, portanto, no significado que o indivíduo dá à palavra. Duas raízes são destacadas na formação do conceito nas crianças. A primeira delas é o desenvolvimento da generalização que, desde muito cedo, começa a fazer com que o indivíduo selecione e agrupe objetos de acordo com suas características concretamente presentes. A segunda atua na mente do indivíduo fazendo com que ele distinga nos objetos características e relações cada vez mais abstratas. Algumas características consideradas mais importantes que outras pelo sujeito fazem com que ele construa hierarquias de características completando o processo da formação de conceitos. No processo de generalização Vygotsky destaca algumas fases na formação dos conceitos.

A Fase dos Amontoados Sincréticos

Numa primeira fase o indivíduo agrupa objetos formando amontoados sincréticos em que os objetos são colocados juntos ao acaso e de modo assistemático. A criança escolhe os objetos que deverão ficar juntos com base em várias impressões subjetivas. O significado que a criança dá às palavras neste estágio,

¹ Entre os colaboradores de Vygotsky destacam-se A. R. Luria e A. N. Leontiev..

² Os trabalhos importantes de Luria nesta área encontram-se no livro *Language and cognition* (1981).

... denota nada mais do que um conglomerado vago e sincrético de objetos isolados que, de uma forma ou de outra, aglutinaram-se numa imagem em sua mente (VYGOTSKY, 1991, p. 51).

Alguns estágios são distinguidos nesta fase: estágio da tentativa e erro, estágio da organização do campo visual da criança e estágio dos elementos tirados de grupos ou amontoados diferentes.

A Fase dos Complexos

A fase do pensamento por complexos é caracterizada por um tipo de pensamento coerente e objetivo, porém, as relações entre os objetos agrupados são baseadas em características factualmente presentes neles. O indivíduo, nesta fase, classifica os objetos de uma maneira muito semelhante aos nomes de famílias. Vygotsky cita como exemplo o nome *Petrov* que classifica os indivíduos de uma forma muito semelhante àquela em que são formados os complexos. Cinco estágios são distinguidos nesta fase: *complexo do tipo associativo, complexo do tipo coleções, complexo em cadeia, complexo difuso e pseudoconceito*. É importante destacar que não há uma hierarquia entre os estágios nem uma determinada faixa etária para esse tipo de pensamento. Mesmo pessoas adultas que já têm um desenvolvimento mental que possibilita a formação de conceitos, muitas vezes recorrem ao pensamento por complexos. Dentre os estágios do pensamento por complexo destacamos a formação de pseudoconceitos.

A Formação de Pseudoconceitos

O *pseudoconceito* é um estágio de pensamento por complexos que pode ser considerado como a ponte entre a formação de complexos e o estágio final e mais elevado do desenvolvimento da formação de conceitos. A generalização que se forma neste estágio é fenotipicamente igual à de um conceito. Os objetos agrupados são os mesmos que seriam agrupados pelo uso de um conceito. A diferença é que os processos de obtenção são diferentes pois, na formação de um pseudoconceito as ligações entre os objetos continuam concretas e visíveis. Somente na análise experimental é que se pode perceber a diferença entre o conceito e o pseudoconceito pois, ao se pedir ao indivíduo que coloque as idéias subjacentes ao agrupamento formado é que se percebe que o fundamento conceitual está ausente. Para Vygotsky, o pseudoconceito predomina sobre os outros complexos na criança por uma razão bastante simples:

... as linhas ao longo das quais um complexo se desenvolve são determinadas pelo significado que uma palavra já possui na linguagem dos adultos. (- VYGOTSKY, 1991, p. 58)

A fala dos adultos tem grande influência quando a criança está desenvolvendo significado para as palavras e formando complexos em torno delas fazendo com que esses não sejam desenvolvidos espontaneamente. Assim, o meio ambiente que já tem seus significados estáveis e permanentes para as palavras, acaba ditando à criança os caminhos que suas generalizações deverão seguir. Cada criança, embora constrangida pelos significados prontos que lhes são apresentados, segue seu caminho próprio de acordo com as peculiaridades do seu nível de

desenvolvimento intelectual. Como o adulto não pode transmitir à criança o seu modo de pensar, ela vai formando complexos em torno das palavras que vai aprendendo, mesmo que o conteúdo de sua generalização seja idêntico ao conteúdo de um pensamento conceitual. Essa é a principal característica do pensamento pseudoconceitual.

A Abstração

Outra raiz – independente da formação de complexos – na formação dos conceitos, e que possui uma função genética diferente para Vygotsky, é a *abstração*. Enquanto a formação de complexos tem a função de unificar as impressões do indivíduo em generalizações, a abstração tem a função de isolar os elementos para os examinar separadamente. A fase da abstração, raiz que vem complementar o que faltava aos complexos para a verdadeira formação dos conceitos é dividida em estágios.

Estágio dos Objetos Agrupados com um Grau Máximo de Semelhança

Quando, nos experimentos, apresentava-se à criança um objeto como modelo para a formação de um agrupamento, os objetos que ela escolhia para agrupar eram tomados com base nos atributos que ela considerava fazer o objeto o mais semelhante possível à amostra apresentada. Estes atributos tornavam-se o centro de atenção e eram abstraídos dos outros atributos que não chamavam tanto a atenção da criança. Nesta primeira fase da abstração a criança abstrai todo um conjunto de características sem distingui-las claramente entre si. É importante destacar que nessa fase um objeto não mais entra num complexo com todas as suas características mas apenas com uma parte de seus atributos.

Estágio dos Objetos Agrupados com Base num Único Atributo

Nesta fase da abstração o indivíduo agrupa os objetos tomando por base um único atributo produzindo algo que se torna, de certa forma, indistinguível de um conceito. O agrupamento formado com base nesse tipo de abstração é denominado por Vygotsky de conceito potencial por estar muito próximo do verdadeiro conceito. Mesmo na formação dos complexos associativos esse tipo de abstração está presente, somente que a cada objeto agrupado os traços abstraídos podem variar fazendo com que não exista um único atributo presente. Nos conceitos potenciais o traço comum não se perde em meio a outros atributos e se torna marcante na formação do agrupamento.

O Papel dos Conceitos Científicos nos Estudos de Vygotsky

Para Vygotsky, o aprendizado escolar, além de ser uma fonte pródiga de conceitos para a criança, tem o papel de direcionar e mesmo de determinar o destino de seu desenvolvimento mental. É no aprendizado escolar que também encontramos a maior parte dos conceitos científicos que o estudante deve formar e entre eles estão os conceitos matemáticos. Ao deparar-se com o problema do estudo dos conceitos reais Vygotsky encontrou no estudo dos

UM ESTUDO SOBRE FORMAÇÃO DE CONCEITOS ALGÉBRICOS

conceitos científicos a abordagem que procurava para realizar seus intentos. Podemos verificar isto nas suas palavras:

A abordagem mais promissora para o problema parece ser o estudo dos conceitos científicos, que são conceitos reais, embora se formem debaixo dos nossos olhos quase à maneira dos conceitos artificiais. (VYGOTSKY, 1991, p. 75)

Foi estudando a relação entre a formação dos conceitos científicos e dos conceitos cotidianos que ele formulou sua teoria do desenvolvimento em que o papel dos conceitos científicos é determinante:

O aprendizado escolar induz o tipo de percepção generalizante, desempenhando assim um papel decisivo na conscientização da criança dos seus próprios processos mentais. Os conceitos científicos, com o seu sistema hierárquico de inter-relações, parecem constituir o meio no qual a consciência e o domínio se desenvolvem, sendo mais tarde transferidos a outros conceitos e a outras áreas do pensamento. (VYGOTSKY, 1991, p. 79)

Os conceitos matemáticos são bons exemplos de conceitos científicos e a hierarquização que possuem deixam claro que eles fazem parte de um sistema tal qual Vygotsky considera que um conceito deva fazer para que ele possa submeter-se à consciência e ao controle deliberado do indivíduo.

Parece-nos óbvio que um conceito possa submeter-se à consciência e ao controle deliberado somente quando começa a fazer parte de um sistema. Se consciência significa generalização, a generalização, por sua vez, significa a formação de um conceito supra-ordenado que inclui o conceito dado como um caso específico. Um conceito supra-ordenado implica a existência de uma série de conceitos subordinados, e pressupõe também uma hierarquia de conceitos de diferentes níveis de generalidade. (VYGOTSKY, 1991, p. 80)

A relação com um objeto nos conceitos científicos que a criança aprende na escola é sempre mediada por algum outro conceito, o que levou Vygotsky a afirmar que a própria noção de conceito científico implica uma determinada posição em relação a outros conceitos, ou seja, um lugar dentro de um sistema de conceitos. Esse lugar dentro de um sistema de conceitos é de precedência na formação dos conceitos científicos em relação à formação dos conceitos cotidianos.

Outra importância dos conceitos científicos dentro da teoria vygotskyana é o fato de que eles que propiciam os rudimentos de sistematização para os conceitos cotidianos. Esta posição está clara nas palavras de Vygotsky:

É nossa tese que os rudimentos de sistematização primeiro entram na mente da criança, por meio do seu contato com os conceitos científicos, e são depois transferidos para os conceitos cotidianos, mudando sua estrutura psicológica de cima para baixo. (VYGOTSKY, 1991, p. 80)

Podemos entender, a partir das idéias de Vygotsky, o quão importantes são os conceitos matemáticos no processo de formação dos conceitos em geral, especialmente pelo fato de fazerem parte de sistemas de conceitos, como claramente se pode perceber. Parte do universo dos conceitos científicos, os conceitos matemáticos têm um papel relevante, à luz da psicologia vygotskyana, no desenvolvimento do indivíduo.

Com o referencial teórico exposto acima, procuramos realizar uma investigação sobre a formação dos conceitos algébricos iniciais em uma turma de 7ª série do ensino fundamental, que relatamos a seguir.

A Formação de Conceitos Algébricos Iniciais numa Turma de 7ª Série

A aprendizagem da álgebra tem sido objeto de várias pesquisas. Para os que trabalham com o ensino da álgebra não é segredo a dificuldade que possuem os estudantes que se iniciam nesse aprendizado. Os alunos que iniciam os estudos dos conceitos algébricos iniciais na sétima série do ensino fundamental via de regra defrontam-se com obstáculos que podem causar sérias dificuldades de aprendizagem. Os pesquisadores têm buscado explicações para esse fato e, no entanto, o que temos observado são apenas resultados de situações localizadas, isto é, resultados que tentam explicar dificuldades específicas dentro do aprendizado da álgebra.

Tomando por base a teoria de Vygotsky sobre a formação de conceitos, levamos a efeito uma pesquisa sobre a formação dos conceitos algébricos iniciais numa turma de sétima série do primeiro grau com 36 alunos. Propusemos a eles a tarefa de agrupar objetos matemáticos segundo os conceitos que conheciam. A eles demos uma lista com objetos extraídos do livro didático utilizado em sala de aula³. Os objetos apresentados extraídos do livro didático estão listados a seguir.

$5 + 2 = 7$
$2x$
$\begin{cases} 3a - m = 18 \\ a + m = 10 \end{cases}$
$2ax - 3xy$
$\begin{cases} a + b = 1 \\ a - b = 6 \end{cases}$
$2 - 3.2 + 15$
$y = 2$
$x^2 - 7x + 10$
$7x + 6 > 4x + 7$
$\frac{x}{2} \leq \frac{1}{4} - \frac{2}{5} - \frac{3x}{5}$
$2x - 3y + z$
$y = x + 1$

³ Todos os alunos possuíam o livro didático intitulado *A Conquista da Matemática*, de autoria de J.R. Giovanni e outros, Editora FTD, S.Paulo, 1994.

$\begin{cases} x + y = 20 \\ x - y = 8 \end{cases}$
$-3ab$
$x + 2$
$-2 < 1$
$2x + 14 > 9$
$y + 2x = 1$
$x = 0$
$\frac{3}{10} = \frac{x}{4}$
$\frac{2m - 5}{8} + \frac{m - 1}{2} = \frac{13m + 3}{4}$
$4.(x - 2) = 4 + 2.(x - 1)$
$2x + \frac{1}{6} = 3x - \frac{1}{2}$
$6 - 2.3 = 0$
$2x + 5y = 16$
$y = 2x$
$\frac{x + y}{2}$
$\frac{x - 2}{8} - 4 = x$
$10 > 3$
$3x = 15$
$x + 2 = 6$
$2 + 5 < 10$
$x + y = 23$

Solicitamos aos alunos que formassem agrupamentos com estes objetos, segundo os conceitos matemáticos que haviam aprendido e, para cada grupo formado, apresentassem uma justificativa. Dessa forma, observando os objetos componentes de cada agrupamento e sua relação com a justificativa apresentada, buscamos categorizar as respostas dos alunos em complexos, pseudoconceitos e conceitos.

Consideramos que o aluno formou um complexo toda vez que os objetos selecionados no agrupamento relacionados com a justificativa apresentada, não correspondessem a um conceito matemático. Um pseudoconceito estaria caracterizado toda vez que os objetos agrupados fossem fenotipicamente semelhantes aos de um conceito matemático, porém, cuja justificativa revelasse o não emprego de um conceito. Finalmente um agrupamento representaria o emprego de um conceito matemático sempre que os objetos, juntamente com a justificativa apresentada, representasse um conceito matemático. Nas respostas apresentadas pelos alunos não se verificou a ocorrência de amontoados sincréticos. Além disso, para tomar como parâmetro de comparação, solicitamos à professora da turma que respondesse ao teste formulado. Suas respostas foram todas conceituais. Para ilustrar, mostramos dois exemplos, a seguir.

Expressões Algébricas $2x$
 $-3ab$ } monômios

No exemplo acima podemos observar que a professora agrupou os dois monômios existentes no teste aplicado, justificando conceitualmente sua escolha.

Equação do 1º grau com 2 variáveis
 $2x + 5y = 16$
 $y = x + 1$
 $y = 2x$
 $y + 2x = 1$
 $x + y = 23$

Neste exemplo a professora agrupou todos os objetos do teste que correspondiam à justificativa conceitual apresentada: todos são equações do primeiro grau com duas variáveis.

Verificando as respostas dadas pelos 36 alunos da classe, considerando que, no total, tivemos a formação de 188 agrupamentos com as respectivas justificativas, a distribuição entre agrupamentos do tipo complexos, pseudoconceitos e conceitos foi a seguinte:

TIPO	QUANTIDADE	PORCENTAGEM
Conceitos	16	8,5%
Pseudoconceitos	53	28,2%
Complexos	119	63,3%

Para ilustrar cada tipo de pensamento empregado pelos alunos, citamos os exemplos a seguir:

3º Grupo
 $\begin{cases} 3a - m = 18 \\ a + m = 10 \end{cases}$

 $\begin{cases} x + y = 20 \\ x - y = 8 \end{cases}$

 $\begin{cases} a + b = 1 \\ a - b = 6 \end{cases}$

3º Grupo
 Omitido e que:
 Todos os termos colocados são Equações

UM ESTUDO SOBRE FORMAÇÃO DE CONCEITOS ALGÉBRICOS

Acima podemos observar o agrupamento formado pelo aluno com base no conceito de sistemas.

Grupo IV

$$\begin{cases} 3a - m = 18 \\ a + m = 10 \end{cases} \quad \begin{cases} a + b = 1 \\ a - b = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 20 \\ x - y = 8 \end{cases}$$

Aqui agrupei só as inequações

Este agrupamento caracteriza o pensamento por pseudoconceitos. Nele, o aluno revela que, embora tenha agrupado corretamente todos os sistemas apresentados no teste, sua justificativa revela o pensamento pseudoconceitual.

$$\begin{aligned} y &= 7x + 6 > 4x + 7 \\ \frac{x}{2} &< \frac{1}{4} - \frac{2 - 3x}{5} \\ -2 &< 1 \\ 2x + 14 &> 9 \\ 10 &> 9 \\ 2 + 5 &< 10 \end{aligned}$$

Coloquei porque tem sinal de $>$ e $<$

A presença concreta dos sinais de desigualdade fez com que o aluno, à maneira dos nomes de famílias, agrupasse os objetos, demonstrando dessa forma o emprego de um pensamento por complexos.

Considerações Finais

As respostas dadas pelos alunos da 7ª série revelaram que a maioria utilizou um pensamento não conceitual ao tratar com os objetos matemáticos apresentados. Além disso pode-se verificar que, mesmo os 16 agrupamentos formados com base num pensamento que foi considerado por nós como conceitual, têm algumas restrições a serem feitas. Desses 16 agrupamentos, 8 envolvem o conceito de sistemas. Como em outras respostas, a justificativa apresentada indica a presença do sinal de chave ({) como fator que influenciou a escolha dos objetos é preciso ponderar se, mesmo nas respostas consideradas conceituais, este fator também não esteve presente.

Os resultados obtidos indicam que algumas atitudes necessitam ser tomadas pelo professor quando está ensinando os primeiros conceitos algébricos.

Como verificamos na nossa investigação, é provável que o professor que ministra aulas sobre a álgebra inicial esteja admitindo que o pensamento dos alunos sobre os objetos algébricos seja igual ao dele, professor. Entretanto, como pudemos observar, na nossa investigação, isto não ocorreu. Enquanto a professora imaginava estar empregando palavras na sua fala para as quais os alunos deviam ter um significado conceitual, isto na realidade não estava ocorrendo. As operações mentais que os alunos estavam empregando diferiam das operações

mentais da professora, ou seja, enquanto ela estava empregando um pensamento conceitual ao olhar para os objetos algébricos que lhe foram apresentados, os alunos estavam empregando um pensamento por complexos.

Para que este fosso profundo que separa o pensamento do professor do pensamento do aluno seja eliminado, as formas de atividades que o professor realiza em sala de aula devem favorecer, antes de tudo, a formação dos conceitos. Necessitam ser constantemente retomados os significados das novas palavras que os alunos aprendem durante um curso de álgebra inicial para que, ao tratar com os novos objetos, eles não tenham dúvidas sobre os significados conceituais dos mesmos.

Os fatos constatados nessa pesquisa abrem, ao pesquisador interessado, todo um leque de investigações sobre que atividades de sala de aula devem ser realizadas para levar o aluno a empregar um pensamento conceitual. Como levar o aluno a utilizar as novas palavras que surgem durante a aprendizagem da álgebra, com um significado que seja conceitual.

É uma tarefa que desafia aqueles que, ao lerem este artigo, estejam interessados em desvendar novos caminhos que levem os aprendizes da álgebra inicial a formarem adequadamente seus conceitos.

Referências Bibliográficas:

- VYGOTSKY, L.S., LURIA, A.R., LEONTIEV, A.N. *Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem*. São Paulo: Ícone, 1992.
- VYGOTSKY, L.S. *A formação social da mente*. São Paulo : Martins Fontes, 1994.
- VYGOTSKY, L.S. *Pensamento e linguagem*. São Paulo: Martins Fontes, 1991.