

A avaliação em geometria espacial feita pelo Simave

ODALÉA APARECIDA VIANA*

RESUMO

Com base em pressupostos teóricos da Psicologia da Educação Matemática, este trabalho tem como objetivos: (a) analisar as questões de matemática relativas à geometria espacial, do 9º ano do ensino fundamental e do 3º ano do ensino médio, das provas Proeb/Simave realizadas em 2006, 2007 e 2008, quanto à forma de apresentação das informações, à estrutura conceitual requerida, ao nível de formação conceitual em geometria e às habilidades espaciais necessárias; e (b) analisar o desempenho dos alunos nessas questões. Verificou-se que a maioria delas exigia nível elementar de formação conceitual, a habilidade requerida (planificação) era de pouca complexidade, e os problemas exigiam poucas relações. A porcentagem de acertos em geometria espacial ficou em torno de 41%, desempenho considerado pouco satisfatório. Espera-se que sejam desencadeadas ações que possam melhorar o rendimento em geometria espacial e revistos alguns descritores das Matrizes de Referência relativos a Espaço e Forma e Grandezas e Medidas.

Palavras-chave: Avaliação da aprendizagem, Educação básica, Conceito matemático, Ensino de geometria.

RESUMEN

En base a supuestos teóricos de la psicología de la educación matemática, este trabajo tiene como objetivos: (a) analizar las cuestiones de matemática relativas a geometría espacial de las pruebas Proeb/Simave realizadas en 2006, 2007 y 2008, aplicadas en el 9º año de la enseñanza

* Professora Adjunto II da Faculdade de Ciências Integradas do Pontal – Universidade Federal de Uberlândia (UFU) (odalea@pontal.ufu.br).

fundamental y en el 3º año de la enseñanza media. Se analiza la forma de presentación de la información, la estructura conceptual requerida, el nivel de formación conceptual en geometría y las habilidades espaciales necesarias; y (b) analizar el desempeño de los alumnos en estas cuestiones. Se verificó que la mayoría de los temas exigía un nivel elemental de formación conceptual; la habilidad requerida (planificación) era de poca complejidad y los problemas exigían pocas relaciones. El porcentaje de acierto en las cuestiones de geometría espacial fue de alrededor del 41%, un desempeño considerado poco satisfactorio. Se espera que se desencadenen acciones que puedan mejorar el rendimiento en geometría espacial, y que se revean algunos descriptores de las Matrices de Referencia relativos a Espacio y Forma y a Medidas.

Palabras clave: Evaluación del aprendizaje, Enseñanza básica, Formación del concepto matemático, Enseñanza de geometría.

ABSTRACT

This paper is based on theoretical assumptions of the psychology of mathematics teaching, and it has the following objectives: (a) to analyze mathematical questions related to spatial geometry, from the 9th grade of elementary school and 3rd grade of middle school, of the Proeb/Simave tests given in 2006, 2007 and 2008, concerning the way information is presented, the required conceptual structure, the level of conceptual formation in geometry, and the spatial abilities needed; and (b) to analyze the students' performance in these questions. It was observed that most questions required an elementary level of conceptual formation; the required ability (turning into a plane) was of low complexity and the problems demanded few relations. The percentage of correct answers in spatial geometry was around 41%, a performance that is not considered very satisfactory. It is hoped that steps will be taken to improve the results in spatial geometry, and that some descriptors of Reference Matrixes related to Space and Form and Magnitudes and Measures will be revised.

Keywords: Learning assessment, Basic education, Mathematical concept, Geometry teaching.

1 INTRODUÇÃO

Entre as ações do Sistema Mineiro de Avaliação da Educação Pública (Simave), destaca-se o Programa de Avaliação da Rede Pública (Proeb), que avalia o rendimento de todos os alunos que estejam cursando o 5º e 9º anos do ensino fundamental (4ª e 8ª séries/ciclo correspondente) e o 3º ano do ensino médio. De acordo com a apresentação do programa, os testes têm por objetivo mensurar as habilidades desenvolvidas pelos estudantes, sendo estas consideradas características de competências cognitivas.

O presente trabalho buscou destacar a matemática, no item espaço e forma, sendo que este bloco corresponde aos conteúdos de geometria. Pesquisas têm mostrado o grau de dificuldade que alunos do ensino básico e superior enfrentam, quando respondem questões com tais conteúdos. Alguns trabalhos enfatizam as questões referentes à formação de conceitos (Pirola; Brito, 2001; Rezi, 2001; Viana, 2000), à solução de problemas (Pirola, 2000) e às habilidades (Viana, 2005).

Os avanços da psicologia cognitiva têm fornecido teorias que ajudam a compreender como as pessoas pensam, representam o conhecimento, formam imagens, raciocinam espacialmente e solucionam problemas (Kosslyn, 1995; Sternberg, 2000). Na mesma linha, tem sido estudada a construção do conhecimento em geometria, baseada em níveis de formação conceitual de Van Hiele (1986), teoria também utilizada neste trabalho.

O estudo de Viana (2005) isolou alguns subcomponentes (decomposição, formação e identificação de polígonos no espaço, secção, planificação, projeção e revolução) da habilidade matemática, conforme definida por Krutetsky (1976), que foram evidenciados na solução de tarefas, tendo encontrado correlação entre três variáveis: esse componente espacial, o raciocínio espacial e o desempenho escolar em geometria. A pesquisa ainda analisou problemas de geometria espacial comuns no ensino médio quanto ao tipo de estrutura conceitual (aritmética, algébrica, geométrica, espacial) requerida para resolvê-los. Estas estruturas e os subcomponentes da habilidade matemática foram utilizados neste artigo.

A Matriz de Referência de Matemática do Proeb focaliza, no tema Espaço e Forma, alguns descritores relativos à geometria plana e espacial. Dentre esses, chama a atenção o descritor D2 da oitava série, definido como a habilidade para identificar propriedades de figuras tridimensionais, relacionando-as com suas planificações. Já no ensino médio, D1 é identificado como a habilidade de reconhecer a planificação de figuras tridimensionais mais usuais (prismas, pirâmides,

paralelepípedo, cubo, cilindro e cone). No tema Grandezas e Medidas há a descrição de D13 (utilizar as noções de volume) e de D9 (resolver situações-problema envolvendo o volume de um sólido: prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera, paralelepípedo).

Considerou-se que não havia clareza quanto à especificidade, ao grau de complexidade da habilidade e ao nível de formação conceitual requeridos pelas questões da prova. Observou-se também que faltava elencar outras habilidades relativas à geometria espacial, conforme apontam os Parâmetros Curriculares Nacionais e os estudos já citados.

Diante do exposto, o trabalho¹ apresentado é composto por duas questões, sendo que a primeira delas se refere à análise teórica do tipo de estrutura conceitual (aritmética, geométrica, espacial, mista) requerida pelas questões das provas Proeb de matemática para o ensino fundamental e o ensino médio, relativas ao conteúdo de geometria espacial de 2006, 2007 e 2008. Serão analisados também o nível de formação conceitual e a habilidade requerida pelos problemas.

A outra questão se refere à avaliação do desempenho dos alunos nessas questões de geometria espacial das provas Proeb, com base nos dados fornecidos pelo Simave, em que se pode verificar, quantitativamente e qualitativamente, qual o nível de desenvolvimento que alunos do ensino fundamental e médio possuem acerca da formação conceitual e das habilidades citadas.

Considera-se que as análises feitas poderão constituir-se num referencial a ser usado pela Secretaria da Educação, no que diz respeito às ações que levem à melhoria da qualidade de ensino em matemática, uma vez que permitirão o aprofundamento das questões relativas ao processo de ensino-aprendizagem, ao desenvolvimento de habilidades e aos instrumentos de avaliação, e também uma melhor definição das matrizes de referência para os testes cognitivos.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este trabalho baseia-se nos fundamentos teóricos da psicologia cognitiva, em especial da linha do processamento da informação, que tentam explicar os processos que subjazem ao pensamento inteligente, como aqueles relativos à percepção, à representação, à aprendizagem, à memória, à atenção, ao raciocínio, à formação conceitual e à habilidade na solução de problemas.

¹ Este trabalho é parte de uma pesquisa financiada pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (Fapemig).

2.1 A habilidade matemática e o componente espacial

No ambiente escolar, embora existam muitos fatores que determinam as diferenças de rendimento em matemática, podem ser destacadas certas características individuais que foram estudadas pelo psicólogo russo Vadim Andreevich Krutetsky (1976) em um amplo programa de pesquisa realizado de 1955 a 1966, tendo como sujeitos crianças escolarizadas. A chamada prontidão para uma atividade foi descrita pelo autor como uma estrutura que envolve as habilidades do sujeito e um conjunto de condições psicológicas que permitem a ele ter sucesso na execução de uma atividade ou tarefa – uma atitude positiva com relação à atividade (interesses, afetos, etc.), traços de personalidade, estado mental, conhecimentos, destrezas e hábitos.

No caso específico da matemática escolar, a habilidade matemática – caracterizada pela rapidez, facilidade e meticulosidade no domínio dos conhecimentos, destrezas e hábitos – influenciaria o sucesso do indivíduo nessa disciplina.

Utilizando problemas aritméticos, algébricos e geométricos, o autor diferenciou os processos cognitivos que os sujeitos utilizavam para resolvê-los e classificou-os em *viso-pictóricos* e *analíticos*. Os alunos classificados no tipo *pictórico* ou *geométrico* têm um pensamento caracterizado por um componente *viso-pictórico* muito bem desenvolvido, solucionando rapidamente as questões que necessitam da habilidade visual.

Com base nos problemas propostos por Krutetsky (1976), Viana (2005) procurou entender melhor o componente espacial da habilidade matemática, estudando alguns fatores que explicariam a habilidade de alunos do ensino médio ao lidar com tarefas relativas à geometria espacial. A análise quantitativa do componente espacial da habilidade matemática e a análise qualitativa das operações com imagens mentais², realizadas pelos sujeitos com melhor e pior desempenho, permitiram identificar alguns subcomponentes dessa habilidade, tais como:

- a) habilidade para sistematizar a contagem de cubos em um arranjo;
- b) habilidade para identificar polígonos resultantes da união de pontos no espaço;
- c) habilidade para seccionar os sólidos por meio de planos imaginários;

² A teoria de Kosslyn (1995) defende a hipótese de que a imagem mental visual e a percepção compartilham mecanismos comuns. Seu modelo computacional explica, com base em aspectos neurológicos, como o organismo processa as informações visuais por meio de certas áreas do cérebro e de suas conexões. Uma imagem mental visual é um tipo de ativação do campo visual que não é causada por estímulo sensorial imediato. Uma tarefa de imaginação envolve quatro classes de habilidades: geração ou formação de imagens; inspeção de imagem; manutenção da imagem e a transformação de imagens.

- d) habilidade para planificar figuras tridimensionais, seja rebatendo os planos das faces de poliedros, seja desenvolvendo as superfícies laterais de corpos redondos, sendo que os desenhos apresentam simetria ou indicam desdobramentos em continuidade;
- e) habilidade para projetar ortogonalmente sólidos formados por cubinhos;
- f) habilidade para identificar figuras planas geradoras de sólidos de revolução.

Esses subcomponentes foram utilizados para analisar as questões relativas a este trabalho.

2.2 Os níveis de formação conceitual em geometria espacial

As questões que requerem estrutura geométrica podem ser analisadas pelo nível de formação conceitual, de acordo com o modelo de Van Hiele (1986). Segundo o modelo, existem cinco níveis de compreensão, e os alunos progredem nesta sequência hierárquica, enquanto aprendem geometria.

O Nível 1 é o de reconhecimento e nesse estágio inicial o aluno percebe os conceitos geométricos como entidades totais, não vê componentes ou atributos.

No Nível 2, ou análise, o estudante reconhece as partes de uma figura, começa a analisar as suas propriedades e utiliza algumas delas para resolver certos problemas.

No Nível 3 o aprendiz é capaz de explicar relações entre propriedades, tanto das figuras quanto entre elas, e de formar classes de figuras. Consegue entender a importância de definições acuradas, acompanha e formula argumentos informais, mas não compreende o significado da dedução como um todo ou o papel dos axiomas.

O Nível 4, de dedução, é marcado pela compreensão do significado desta como maneira de estabelecer a teoria geométrica no contexto de um sistema axiomático. Um aluno nesse nível compreende as condições necessárias e suficientes para uma afirmação e é capaz de construir demonstrações, utilizando a linguagem formal.

Finalmente, no Nível 5 o estudante é capaz de trabalhar em vários sistemas axiomáticos, pode estudar geometrias não-euclidianas e comparar diferentes sistemas.

A teoria de Van Hiele tem sido amplamente utilizada em pesquisas direcionadas ao uso de novas metodologias no ensino, na avaliação de níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico de alunos e também na análise de questões de provas oficiais, como pode ser visto em Resende e Viana (2008).

2.3 Os problemas de geometria espacial

Na análise dos problemas que constam de livros, exames vestibulares, concursos e outras provas, e que se referem à geometria espacial, podem ser verificadas três características importantes.

Uma delas refere-se ao seu enunciado, ou seja, ao modo como é feita a apresentação das informações iniciais e daquelas que indicam as operações necessárias para o processo de solução. Muitos problemas apresentam as informações na forma predominantemente pictórica: o próprio desenho, em geral mostrando um ponto de vista em perspectiva, já traz quase todos os dados necessários para a obtenção da informação geométrica e também para o seu processamento. Em outros casos, a informação é predominantemente verbal, ou seja, os dados do problema aparecem descritos na forma de palavras. Há também os enunciados mistos, quando uma parte dos dados é apresentada na forma pictórica e outra na forma verbal.

Para solucionar questões de geometria é necessário que o aluno tenha formado uma estrutura conceitual. Mas, em muitos casos, a experiência mostra que os estudantes sabem os conceitos e os princípios geométricos relativos ao problema, mas erram a resposta porque não dominam cálculo aritmético ou algébrico. Assim, vários são os problemas que exigem uma estrutura conceitual complexa e predominantemente aritmética ou algébrica, porém os conceitos geométricos envolvidos são relativamente simples. São exemplos desse tipo aqueles cuja solução requer aplicação de fórmulas e cálculo aritmético e/ou algébrico. Em outros casos, a estrutura é predominantemente geométrica, ou seja, a solução exige que o aluno saiba conceitos e princípios geométricos, que, na maioria das vezes, não aparecem explícitos no enunciado. Outros têm estrutura predominantemente espacial, pois a sua solução requer raciocínio espacial e, às vezes, não necessita de cálculos ou conceitos geométricos mais complexos. Há, ainda, os problemas com estrutura mista: requerem conceitos geométricos, aritméticos e algébricos e também exigem raciocínio espacial.

No entanto, os problemas também podem ser classificados de acordo com as competências mais exigidas para sua solução. Utilizando-se as operações relativas ao componente espacial da habilidade matemática, os problemas podem propor: contagem de cubos, formação de polígonos, secção, planificação, revolução e projeção.

Essa classificação tem facilitado a análise de questões de provas oficiais relativas à geometria espacial, conforme pode ser visto em Viana (2009a; 2009b).

2.4 O Simave/Proeb e as matrizes de referência

O Sistema Mineiro de Avaliação da Educação Pública (Simave) foi criado pela Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais, em 2000. As avaliações em larga escala, de acordo com o Boletim Pedagógico (BP) emitido pela secretaria, são feitas para conhecer o funcionamento do sistema público de educação tendo em vista a ocorrência de equilíbrio entre o desempenho e o fluxo escolar (Minas Gerais, 2008).

O objetivo do sistema é desenvolver programas de avaliação integrados, cujos resultados apresentem informações importantes para o planejamento de ações em todos os níveis do sistema de ensino. De acordo com o documento, o Simave apontaria as prioridades educacionais tanto para professores, especialistas e diretores quanto para os gestores do sistema, o que é fundamental na definição de ações para uma educação eficaz. O Simave é constituído por três diferentes programas de avaliação: o Proalfa, o Proeb e o Paae.

O Programa de Avaliação da Rede Pública de Educação Básica (Proeb) tem por objetivo avaliar as escolas da rede pública, no que concerne a habilidades e competências desenvolvidas em Língua Portuguesa e Matemática. Desde 2001, o programa avalia alunos que se encontram no 5º e 9º anos do ensino fundamental e no 3º ano do ensino médio da rede municipal e estadual, conforme tabela 1.

Tabela 1 – Avaliações feitas pelo Proeb

Ano	Avaliação	Nº de escolas		Nº de alunos	
		Rede estadual	Rede municipal	Rede estadual	Rede municipal
2000	L. Portuguesa	3.378	69	486.552	4.737
	Matemática	3.378	69	484.996	4.680
2001	C. Humanas e C. da Natureza	3.588	1015	453.739	28.613
2002	L. Portuguesa	3.594	1.463	467.272	77.290
2003	Matemática	3.661	1.116	459.253	60.088
2006	L. Portuguesa	3.401	2.736	455.964	182.813
	Matemática	3.401	2.736	441.590	179.839
2007	L. Portuguesa	3.658	6.383	447.683	224.298
	Matemática	3.319	5.667	436.842	224.661
2008	L. Portuguesa	3.682	6528	444.532	217.534
	Matemática	3.677	6521	431.547	215.766

As matrizes do Simave (Minas Gerais, 2009) foram organizadas com base nos pressupostos teóricos sobre as habilidades básicas a serem avaliadas em cada período de escolarização, tendo como referência os Parâmetros Curriculares Nacionais, as Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação e o Conteúdo Básico Comum do Estado de Minas Gerais (CBC).

De acordo com o documento,

Uma Matriz de Referência é composta por um conjunto de descritores, os quais explicitam dois pontos básicos do que se pretende avaliar: o conteúdo programático a ser avaliado em cada período de escolarização e o nível de operação mental necessário para a realização de determinadas tarefas. Tais descritores são selecionados para compor a matriz, considerando-se aquilo que pode ser avaliado por meio de um teste de múltipla escolha, cujos itens implicam a seleção de uma resposta em um conjunto dado de respostas possíveis. (Minas Gerais, 2009, p. 15)

Segundo o Boletim Pedagógico do Simave (Minas Gerais, 2008), há diferenças entre o CBC e a Matriz de Referência do Proeb. O primeiro seria mais amplo e espelhariam as diretrizes de ensino cujo desenvolvimento deve ser obrigatório para todos os alunos, enquanto a Matriz de Referência para a avaliação em larga escala seria apenas uma amostra representativa do CBC. O documento faz uma analogia, solicitando ao professor que “imagine a Matriz de Referência para avaliação em larga escala como uma bússola indicativa do que será avaliado, informando o que se espera dos alunos naquele período da escolaridade” (Minas Gerais, 2008, p. 20).

A Matriz de Referência é formada por um conjunto de descritores agrupados em quatro temas: Espaço e Forma, Grandezas e Medidas, Números e Operações (álgebra e funções) e Tratamento da Informação. Os descritores descreveriam uma habilidade e explicitariam dois pontos básicos do que se pretende avaliar: o conteúdo programático e o nível de operação mental necessário para a aprendizagem.

No citado documento, encontrou-se a definição de habilidade: “é a capacidade de o aluno mobilizar um conjunto de recursos, entre eles o conhecimento, para realizar determinadas ações e ser competente na solução de problemas ou situações propostas” (Minas Gerais, 2009, p. 13).

Há, nas Matrizes de Referência, segundo o documento, competências consideradas básicas, as quais se espera que os estudantes tenham desenvolvido ao término de um período de sua escolarização. “Poderíamos comparar a Matriz de Referência para Avaliação a um mapa cognitivo, uma vez que as habilidades nela relacionadas nos permitem compreender os processos de desenvolvimento e aprendizagem vivenciados pelos alunos em diferentes áreas do conhecimento” (Minas Gerais, 2009, p. 14).

Muito embora o conceito de habilidade tenha sido objeto de atenção, conforme se acaba de ilustrar, não foi encontrada a definição de competência nos documentos oficiais analisados, relativos ao Simave.

O Boletim Pedagógico apresenta quadros que sintetizam a relação entre os domínios, as competências e os descritores da Matriz de Referência. Com base neles, apresenta-se o quadro 1, que mostra os agrupamentos dos descritores e das competências nos domínios de interesse deste trabalho (Espaço e Forma e Grandezas e Medidas). São destacados em negrito os descritores relativos à geometria espacial.

Quadro 1 – Domínios, competências e descritores – 9º ano do EF e 3º ano do EM

9º ano do ensino fundamental		
Domínio	Competências	Descritores
ESPAÇO E FORMA	Localizar objetos em representações do espaço	D1 Identificar a localização/movimentação de pessoas e objetos em mapas, croquis e outras representações gráficas. D9 Identificar e localizar pontos no plano cartesiano e suas coordenadas e vice-versa.
	Identificar figuras geométricas e suas propriedades	D2 Identificar propriedades de figuras tridimensionais, relacionando-as com suas planificações. D3 Identificar propriedades de triângulos pela comparação de medidas de lados e ângulos. D4 Identificar relação entre quadriláteros por meio de suas propriedades.
	Reconhecer transformações no plano	D5 Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em aplicação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas. D6 Reconhecer ângulo como: mudança de direção ou giro, área delimitada por duas semi-retas de mesma origem. D7 Identificar propriedades de figuras semelhantes construídas com transformações (redução, ampliação, translação e rotação).
	Aplicar relações e propriedades	D8 Utilizar propriedades dos polígonos regulares (soma de seus ângulos internos, número de diagonais, cálculo da medida de cada ângulo interno). D10 Utilizar relações métricas do triângulo retângulo e o Teorema de Pitágoras. D11 Utilizar as propriedades e relações dos elementos do círculo e da circunferência.
GRANDEZAS E MEDIDAS	Utilizar sistemas de medidas	D14 Utilizar as relações entre diferentes unidades de medida.
	Medir grandezas	D12 Resolver situações-problema envolvendo o cálculo do perímetro e da área de figuras planas. D13 Utilizar as noções de volume.
	Estimar e comparar grandezas	
3º ano do ensino médio		
Domínio	Competências	Descritores
ESPAÇO E FORMA	Identificar figuras geométricas e suas propriedades	D1 Reconhecer a planificação de figuras tridimensionais mais usuais (prismas, pirâmides, paralelepípedo, cubo, cilindro e cone). D4 Interpretar geometricamente os coeficientes da equação de uma reta.
	Aplicar relações e propriedades	D5 Construir a equação da reta que passa por dois pontos dados. D2 Resolver situações-problema, no plano, que envolvam razão trigonométrica no triângulo retângulo (seno, cosseno, tangente). D3 Calcular a distância entre dois pontos no plano cartesiano
	Localizar objetos em representações do espaço	
	Reconhecer transformações no plano	
GRANDEZAS E MEDIDAS	Medir grandezas	D6 Utilizar o cálculo de perímetro de figuras planas. D7 Utilizar o cálculo de áreas de figuras planas. D8 Resolver situações-problema envolvendo a área total de figuras tridimensionais (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera, paralelepípedo). D9 Resolver situações-problema envolvendo o volume de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera, paralelepípedo).
	Utilizar sistemas de medidas	
	Estimar e comparar grandezas	

Conforme pode ser verificado no quadro 1, não há descritores diretamente ligados a algumas competências.

Os testes de proficiência escolar foram compostos por itens de múltipla escolha, redigidos com base nas Matrizes de Referência de Língua Portuguesa e de Matemática do Proeb/Simave, que apresentaram boa qualidade técnica e pedagógica.

Os alunos responderam a testes relativamente pequenos, de 39 itens, fundamentados numa coleção de 169 itens, para cada um dos períodos escolares e áreas de conhecimento, o que deu origem a 13 blocos de 13 itens. Por meio de uma combinação de blocos balanceados, foram compostos 26 diferentes cadernos de testes, com 39 itens cada um.

O presente trabalho pretendeu analisar as competências destacadas em negrito no quadro 1, realizando duas abordagens: a primeira tratou dos aspectos teóricos envolvidos nessas habilidades, tendo em vista a bibliografia já apontada. A segunda, a abordagem quantitativa, permitiu verificar o nível de formação dessa habilidade nos alunos, buscando fundamentação para possíveis implicações pedagógicas para o ensino de geometria.

3 OBJETIVOS DA PESQUISA

O estudo aqui apresentado pretende:

- 1) Analisar as questões de geometria espacial das provas de Matemática do Proeb/Simave direcionadas aos alunos do ensino fundamental e médio, em 2006, 2007 e 2008, de acordo com os critérios:
 - a) forma de apresentação das informações (se verbal, pictórica ou mista);
 - b) estrutura conceitual requerida (se geométrica, algébrica, aritmética, espacial ou mista) e o nível de formação conceitual em geometria;
 - c) habilidades espaciais requeridas (componente espacial da habilidade matemática).
- 2) Analisar o desempenho de alunos do ensino fundamental e médio nas questões citadas.

4 METODOLOGIA

O Centro de Políticas Públicas e Avaliação da Educação (CAEd)³ da Universidade Federal de Juiz de Fora disponibilizou para esta pesquisa os bancos de dados relativos às avaliações de 2006, 2007 e 2008.

Os dados acerca das matrizes de referência, dos conteúdos curriculares e das escalas de proficiência foram obtidos por meio dos boletins pedagógicos e de outros documentos disponibilizados no *site* da Secretaria da Educação de Minas Gerais.

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A distribuição dos sujeitos por série e ano é mostrada na tabela 2.

Tabela 2 – Distribuição dos sujeitos da pesquisa por série

Ano	Série	Nº de sujeitos
2006	9 EF	222.486
	3 EM	136.497
2007	9 EF	230.090
	3 EM	135.981
2008	9 EF	230.164
	3 EM	144.024
Subtotal	9 EF	682.740
	3 EM	416.502
Total		1.099.242

5.1 O desempenho na prova Proeb

Os testes que compõem as provas são montados seguindo o modelo denominado Blocos Incompletos Balanceados (BIB), no qual os itens são organizados em blocos que compõem cadernos diferentes, de forma a contemplar todas as habilidades avaliadas em cada um dos segmentos: do 1º ao 5º ano e do 6º ao 9º ano do ensino fundamental e do 1º ao 3º ano do ensino médio.

Para cada segmento avaliado, são utilizados 169 itens, agrupados em 13 blocos com 13 itens cada. Aplicando os critérios do BIB, foram gerados 26 modelos diferentes de cadernos de teste, sendo cada um composto por 3 blocos de itens, um deles comum com outro caderno. Segundo o BP, essa configuração não deixa o teste cansativo, pois cada aluno responde a 39 itens apenas.

³ Agradecimentos à equipe de Análise e Medidas do CAEd – Wellington Silva (Coordenador), Ailton Fonseca Galvão, Clayton Vale e Rafael Oliveira.

Para possibilitar a comparabilidade dos resultados de Minas Gerais no Simave/Proeb com os resultados do Brasil no Saeb/Inep, 20% dos itens de todas as séries são comuns a avaliações já realizadas pelo Saeb.

A pontuação para o desempenho varia de 0 a 500 pontos, e os resultados são mostrados na tabela 3. Pode-se verificar que houve aumento nas médias de desempenho nesses três anos, em especial no ensino fundamental.

Tabela 3 – Distribuição das estatísticas do desempenho nas provas Proeb por série e ano

Estatísticas	2006		2007		2008	
	9º EF	3º EM	9º EF	3º EM	9º EF	3º EM
Nº de sujeitos	222.486	136.497	230.090	135.981	230.164	144.024
Mínimo	69,38	136,13	83,10	132,71	102,37	129,73
Máximo	411,54	440,30	411,85	442,83	428,23	455,43
Média	245,4219	274,3577	249,5485	281,9823	253,9021	281,8347
Mediana	247,0397	274,9902	250,1962	283,1988	254,8325	283,1529
Desvio padrão	51,21124	53,14978	50,25590	51,46672	50,28269	53,44917

Como participam do Simave escolas da rede estadual e municipal de ensino, procurou-se verificar se havia diferenças de desempenho por rede. O resultado é mostrado na tabela 4.

Tabela 4 – Desempenho dos sujeitos por rede (estadual e municipal)

Ano	Série	Rede	N	Média	Desvio padrão	Estatística
2006	9º EF	Estadual	175.290	246,2647	51,06049	$t_{(222484)} = 14,969$
		Municipal	47.196	242,2915	51,64757	$p=0,000$
	3º EM	Estadual	132.800	274,6239	52,99171	$t_{(136495)} = 11,096$
		Municipal	3.697	264,7946	57,74515	$p=0,000$
2007	9º EF	Estadual	175.431	250,9447	50,09868	$t_{(230088)} = 23,904$
		Municipal	54.659	245,0673	50,49757	$p=0,000$
	3º EM	Estadual	132.342	282,4465	51,27328	$t_{(135979)} = 20,085$
		Municipal	3.639	265,1021	55,49459	$p=0,000$
2008	9º EF	Estadual	174.585	255,8079	49,86499	$t_{(230162)} = 32,301$
		Municipal	55.579	247,9155	51,11307	$p=0,000$
	3º EM	Estadual	140.693	282,2320	53,26268	$t_{(144022)} = 18,354$
		Municipal	3.331	265,0541	58,39661	$p=0,000$

Pode-se verificar que, nos anos e nas séries analisadas, os alunos da rede estadual tiveram desempenho melhor que os alunos da rede municipal.

5.2 A análise das questões

A tarefa de análise das questões também foi possibilitada pelo CAEd⁴, que disponibilizou as imagens dos itens referentes às avaliações de 2006, 2007 e 2008.

O quadro 2 mostra as questões analisadas. Colocou-se como código a série, o ano, o descritor e uma sequência numérica. Várias das questões analisadas apareceram em dois ou três anos, na mesma série. Outras eram comuns às duas séries. Assim, para facilitar a exposição, as questões foram agrupadas por descritores.

Como as questões são consideradas sigilosas pelo CAEd⁵, as imagens não podem ser divulgadas. Desse modo, as análises a seguir serão ilustradas pelas imagens constantes do Boletim Pedagógico (BP) e do documento Matrizes de Referência (MR) do 9º ano do EF e do 3º ano do EM, de matemática.

Questões referentes ao descritor D2: identificar propriedades de figuras tridimensionais, relacionando-as com suas planificações (9º EF)

O objetivo desse descritor, segundo o BP, é avaliar, “por meio dos itens relativos a este descritor, a capacidade de o aluno reconhecer as propriedades comuns e as diferenças entre as figuras bidimensionais e tridimensionais, relacionando-as com as suas planificações” (Minas Gerais, 2009). No quadro 3 são mostrados exemplos de questões com esse objetivo.

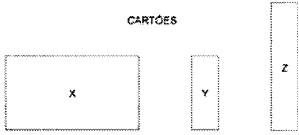


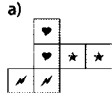
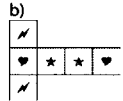
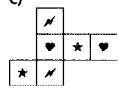
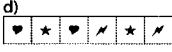
⁴ Agradecimentos à equipe do Banco de Itens: Verônica Mendes Vieira (Coordenadora) e Mayra da Silva Moreira.

⁵ A autora deste trabalho assinou um termo de compromisso para não divulgar as imagens dos itens.

Quadro 2 – Questões analisadas, de acordo com a série, o ano e o descritor

Código	Série	Ano	Descritor	Descrição
9EF-2006- D2-1	9EF	2006	D2	Identificar propriedades de figuras tridimensionais, relacionando-as com suas planificações.
9EF-2006- D2-2	9EF	2006	D2	
9EF-2006- D2-3	9EF	2006	D2	
9EF-2006- D2-4	9EF	2006	D2	
3EM-2006- D1-1	3EM	2006	D1	Reconhecer a planificação de figuras tridimensionais mais usuais (prismas, pirâmides, paralelepípedo, cubo, cilindro e cone).
3EM-2006- D1-2	3EM	2006	D1	
3EM-2006- D8- 8	3EM	2006	D8	Resolver situações-problema envolvendo a área total de figuras tridimensionais (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera, paralelepípedo).
3EM-2006- D9-1	3EM	2006	D9	Resolver situações-problema envolvendo o volume de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera, paralelepípedo).
3EM-2006- D9-2	3EM	2006	D9	
3EM-2006- D9-3	3EM	2006	D9	
9EF-2007- D2-1	9EF	2007	D2	Identificar propriedades de figuras tridimensionais, relacionando-as com suas planificações.
9EF-2007- D2-2	9EF	2007	D2	
9EF-2007- D2-3	9EF	2007	D2	
9EF-2007- D2-4	9EF	2007	D2	
9EF-2007- D13-1	9EF	2007	D13	Utilizar as noções de volume.
9EF-2007- D13-2	9EF	2007	D13	
3EM-2007- D1-1	3EM	2007	D1	Reconhecer a planificação de figuras tridimensionais mais usuais (prismas, pirâmides, paralelepípedo, cubo, cilindro e cone)
3EM-2007- D1-2	3EM	2007	D1	
3EM-2007- D1-3	3EM	2007	D1	
3EM-2007- D8	3EM	2007	D8	Resolver situações-problema envolvendo a área total de figuras tridimensionais (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera, paralelepípedo).
3EM-2007- D9-1	3EM	2007	D9	Resolver situações-problema envolvendo o volume de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera, paralelepípedo).
3EM-2007- D9-2	3EM	2007	D9	
9EF-2008- D2	9EF	2008	D2	Identificar propriedades de figuras tridimensionais, relacionando-as com suas planificações
3EM-2008-D1-1	3EM	2008	D1	Reconhecer a planificação de figuras tridimensionais mais usuais (prismas, pirâmides, paralelepípedo, cubo, cilindro e cone)
3EM-2008-D1-2	3EM	2008	D1	
3EM-2008-D1-3	3EM	2008	D1	
3EM-2008-D1-4	3EM	2008	D1	
3EM-2008-D1-5	3EM	2008	D1	
3EM-2008-D8	3EM	2008	D8	Resolver situações-problema envolvendo a área total de figuras tridimensionais (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera, paralelepípedo).
3EM-2008-D9-1	3EM	2008	D9	Resolver situações-problema envolvendo o volume de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera, paralelepípedo).
3EM-2008-D9-2	3EM	2008	D9	
3EM-2008-D9-3	3EM	2008	D9	

Quadro 3 – Exemplos de questões referentes ao descritor D2: identificar propriedades de figuras tridimensionais, relacionando-as com suas planificações (9º EF)

<p>Exemplo 1: (Retirado da MR, 2009, p. 43) Observe o desenho dos cartões X, Y, Z.</p> <p style="text-align: center;">CARTÕES</p>  <p>Usando cartões como esses e fita adesiva, Marina montou uma caixa sem tampa. Veja abaixo o desenho da caixa que ela fez</p>  <p>Para montar essa caixa Marina usou</p> <p>A) um cartão X, dois Y e dois Z. B) um cartão X, dois Y e um Z. C) dois cartões X, um Y e dois Z. D) dois cartões X, dois Y e um Z.</p>	<p>Exemplo 2: (retirado do BP, 2008, p. 38) A figura abaixo representa um cubo em que as faces opostas têm o mesmo símbolo.</p>  <p>A planificação correta desse cubo é</p> <p>a) </p> <p>b) </p> <p>c) </p> <p>d) </p>
---	---



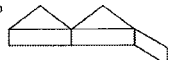
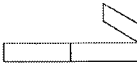
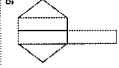

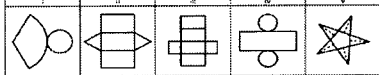
Foram analisadas sete questões relativas a esse descritor, algumas semelhantes aos exemplos apresentados. Na grande maioria, o enunciado era pictórico e em poucos era exigido o conceito de cubo ou paralelepípedo, uma vez que eram apresentados o nome e a figura correspondente. A maioria dos itens, apesar da referência a figuras familiares, apresentava planificações distintas daquelas que normalmente aparecem nos livros didáticos. Isso implica que tais questões requerem habilidade espacial, em um nível complexo de operações mentais⁶, pois são direcionadas a alunos do ensino fundamental.

Questões referentes ao descritor D1: reconhecer a planificação de figuras tridimensionais mais usuais (prismas, pirâmides, paralelepípedo, cubo, cilindro e cone) (3º EM)

Avalia-se, por meio dos itens relativos a esse descritor, a habilidade de o aluno reconhecer as planificações dos poliedros, como prismas, pirâmides e troncos de pirâmides; e dos corpos redondos, como cilindros, cones e troncos de cones. No quadro 4 são mostrados exemplos de questões com esse objetivo.

⁶ A complexidade das operações mentais referentes à formação e à manipulação de imagens está ligada à ativação dos sistemas cerebrais, conforme a teoria de Kosslyn (1995). A formação da imagem da planificação de uma figura pode ativar desde um sistema de memória até um sistema complexo que depende de informações e de conhecimentos prévios, além de inspeções e movimentações de imagens.

Quadro 4 – Exemplos de questões referentes ao descritor D1: reconhecer a planificação de figuras tridimensionais mais usuais (3º EM)

<p>Exemplo 1: (Retirado do BP – EM, 2008, p. 91) Marina ganhou um presente dentro de uma embalagem com formato semelhante ao que mostra a figura abaixo.</p>  <p>Para descobrir como fazer uma embalagem igual a essa, Marina abriu a caixa e a recortou. A figura que melhor representa essa embalagem planificada é</p> <p>A) </p> <p>B) </p> <p>C) </p> <p>D) </p> <p>E) </p>	<p>Exemplo 2: (Retirado do BP – EM, 2008, p. 90) Considere as seguintes planificações:</p>  <p>A planificação de um cilindro está representada em</p> <p>A) I B) II C) III D) IV E) V.</p>
---	---

Foi possível constatar que, entre as dez questões analisadas, quase todas apresentavam desenhos de planificação semelhantes aos que aparecem nos livros didáticos. Assim, a situação para o ensino médio é oposta à do ensino fundamental, comentada no parágrafo anterior. Apesar de as questões se referirem a vários conceitos, a maioria delas não avaliava o reconhecimento e a nomeação (características do Nível 1 de formação conceitual), conforme pode ser verificado no Exemplo 1 do quadro 4. Nota-se que, nesse exemplo, o conceito de prisma não é avaliado. Já no Exemplo 2, avalia-se o conceito de cilindro na relação com a planificação, o que exigiria do aluno a análise de algumas propriedades, características do Nível 2 de formação conceitual. Pode-se notar, nesse caso, a simplicidade dos desenhos apresentados, o que significa que a questão não requer habilidade espacial com complexidade de operações mentais.

Questões referentes ao descritor D8: resolver situações-problema envolvendo a área total de figuras tridimensionais (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera, paralelepípedo) (3º EM)

Os itens relativos a esse descritor avaliam a habilidade de o aluno resolver problemas que envolvam o cálculo da medida da área total dos sólidos geométricos. Entre os poliedros, o descritor sugere que poderiam ser explorados os prismas e as

pirâmides regulares e irregulares; e entre os sólidos de revolução, os cilindros, os cones e as esferas. O quadro 5 mostra um exemplo de questão relativa a esse descritor.

Quadro 5 – Exemplo de questão referente ao descritor D8: resolver situações-problema envolvendo a área total de figuras tridimensionais (3º EM)

Exemplo: (Retirado do BP – EM, 2008, p. 90)

Uma embalagem de papelão tem a forma de um bloco retangular de dimensões 4cm, 6cm e 12cm.

Quantos cm^2 de papelão são utilizados na construção dessa caixa?

A) 22 B) 24 C) 44 D) 144 E) 288

Foram identificadas apenas três questões desse tipo, em que não se exigia a formação de conceitos. O seu enunciado era pictórico, diferentemente do exemplo apresentado.

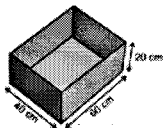
Questões referentes ao descritor D13: utilizar as noções de volume (9º EF)

Avalia-se, por meio dos itens relativos a esse descritor, a habilidade de o aluno calcular o volume ou a capacidade de sólidos geométricos, conforme mostra o quadro 6.

Quadro 6 – Exemplo de questão referente ao descritor D13: utilizar noções de volume (9º EF)

Exemplo: (Retirado do BP – EF, 2008, p. 50)

Fabiana colocará vários cubos pequenos, de 10 cm de lado, dentro da embalagem representada abaixo:



Quantos cubos, no máximo, ela colocará na embalagem sem ultrapassar sua altura?

A) 10
B) 12
C) 24
D) 48

Foram identificadas apenas duas questões referentes a esse descritor, que solicitavam a relação entre dois volumes: o da figura apresentada e o de outra em que eram dadas as suas medidas. Considera-se que esse tipo de questão tem elementos para que seja considerada problema, pois há a necessidade de estabelecimento de relações entre os conceitos de volume e de divisão.

Questões referentes ao descritor D9: resolver situações-problema envolvendo o volume de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera, paralelepípedo) (3º EM)

Os itens relativos a esse descritor avaliam a habilidade de o aluno, com base em uma figura tridimensional dada ou identificada no problema, calcular a medida do seu volume, conforme mostra o quadro 7.

Quadro 7 – Exemplo de questão referente ao descritor D9: resolver situações-problema envolvendo o volume de um sólido (3º EM)

Exemplo: (Retirado do BP – EM, 2008, p. 72)

Uma embalagem de talco de forma cilíndrica possui 15 centímetros de altura e base com 3 centímetros de raio. Qual é o volume máximo, em cm^3 , de talco que essa embalagem comporta?

- A) 540π B) 180π **C) 135π**
D) 90π E) 45π

Apesar de essas questões serem relativas ao ensino médio, observou-se que a solução requer o uso automático de fórmulas. As oito questões analisadas, classificadas como estrutura aritmética, não foram consideradas problemas, uma vez que a solução não requer a relação entre conceitos, nem o uso de estratégias.

A tabela 5 resume o desempenho dos alunos por grupos de questão, de acordo com o descritor.

Tabela 5 – Distribuição das questões por descritor e média de acertos

Descritor	Nº de questões analisadas	Média de acertos (%)
D2 Identificar propriedades de figuras tridimensionais, relacionando-as com suas planificações (9º EF)	09	48,96
D1 Reconhecer a planificação de figuras tridimensionais mais usuais (prismas, pirâmides, paralelepípedo, cubo, cilindro e cone) (3º EM)	10	63,07
D8 Resolver situações-problema envolvendo a área total de figuras tridimensionais (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera, paralelepípedo) (3º EM)	03	30,16
D13 Utilizar as noções de volume (9º EF)	02	26,75
D9 Resolver situações-problema envolvendo o volume de um sólido (prisma, pirâmide, cilindro, cone, esfera, paralelepípedo) (3º EM)	08	38,41
Total	32	41,47

A tabela 6 apresenta o número de questões e as médias de acerto em cada uma das categorias analisadas.

Tabela 6 – Distribuição das questões por categorias de análise e porcentagem média de acertos

Variáveis	Categorias	Nº de questões	Média de acertos (%)
Enunciado da questão	Pictórico	25	49,372
	Verbal	4	45,700
	Misto	3	33,133
Conceito (figura) envolvido	Paralelepípedo	12	48,383
	Cubo	08	43,237
	Cilindro	05	50,140
	Pirâmide	04	30,167
	Outros	03	58,367
Nível de conceituação	Nenhum	13	49,838
	Nível 2	19	45,715
Estrutura	Espacial (habilidade espacial-planificação)		
	Sem complexidade	12	63,875
	Com complexidade	07	42,671
Relações requeridas	Aritmética (cálculo de áreas e volumes)	13	34,715
	Sem relações	29	49,527
	Com relações (conceito de volume e de divisão)	03	26,733

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho procurou levantar alguns questionamentos acerca da Matriz de Referência das provas do Proeb/Simave. Analisou também o desempenho de mais de um milhão de alunos da rede estadual e municipal de Minas Gerais. A análise dos dados relativos ao desempenho dos alunos do 9º ano do EF e do 3º ano do EM nas provas de matemática de 2006, 2007 e 2008, nas questões de geometria espacial, permite afirmar que há falhas no desenvolvimento de vários conceitos e procedimentos relativos a esses níveis de ensino.

As questões das provas foram discutidas, tomando por base os descritores, as competências e o conhecimento teórico que se tem a respeito de aspectos cognitivos da formação de conceitos e de habilidades e acerca de tipos de problemas geométricos.

Verificou-se que é relativamente baixo o nível de formação conceitual exigido em relação às figuras geométricas espaciais. Várias questões não avaliam conceitos, pois as figuras são apresentadas no enunciado e, portanto, não necessitam de nomeação. Não foram identificadas, mesmo no ensino médio, questões que exigissem o estabelecimento de relações entre conceitos, nem a dedução formal de algumas propriedades, o que garantiria os níveis três e quatro, respectivamente, conforme a teoria de Van Hiele (1986) sobre formação conceitual.

As propriedades geométricas solicitadas pelas questões analisadas estão restritas à planificação dos principais sólidos e, no caso do ensino médio, as planificações são aquelas tradicionais que figuram nos livros didáticos. Assim, mesmo no ensino médio, não são apresentadas questões que requeiram conhecimento mais aprofundado acerca das propriedades das figuras tridimensionais. Da mesma forma, outras habilidades importantes na geometria espacial – como as relacionadas à secção ou a sólidos de revolução, verificadas em Krutetsky (1976) e em Viana (2005), e que exigiriam operações mentais mais complexas – também não são sugeridas.

O reconhecimento da planificação correta em uma questão de múltipla escolha, com desenhos tradicionais, pode não corresponder ao descritor D2 (Identificar propriedades de figuras tridimensionais, relacionando-as com suas planificações) e à competência “Identificar figuras geométricas e suas propriedades”. As figuras geométricas têm várias propriedades, verificáveis em vários níveis de complexidade, e a habilidade de planificação poderia até demonstrar a identificação de algumas delas, mas não de outras. Por exemplo, a competência para reconhecer propriedades de um cubo e de um tetraedro regular, de modo a agrupá-los como poliedros regulares, pode não estar relacionada à habilidade de planificação desses dois sólidos geométricos. Outro exemplo seria a identificação de diagonais congruentes de um paralelepípedo, competência que não precisa estar relacionada à habilidade de planificação dessa figura.

Questões que solicitam relacionar um sólido com a sua planificação correta podem não se constituir em problemas genuínos e, dessa forma, não avaliar a habilidade de planificação. Conforme documentos oficiais, a habilidade foi definida como a capacidade de o aluno mobilizar um conjunto de recursos, entre eles o conhecimento, para realizar determinadas ações e ser competente na solução de

problemas ou situações propostas. Se forem apresentados desenhos de planificação tradicionais de livros didáticos, isso se constitui em um exercício – cuja solução depende de memorização da relação figura ↔ planificação –, e não em um problema que exigiria do aluno empregar recursos cognitivos para solucioná-lo.

Embora haja diferenças entre os Conteúdos Básicos Comuns (CBC) e a Matriz de Referência do Proeb, os próprios documentos da Secretaria da Educação afirmam que essa é uma amostra representativa do CBC. A prova Proeb foi feita de modo a espelhar o que se espera dos alunos naqueles períodos da escolaridade.

Dessa forma, como as matrizes e as provas do Simave reduzem o conhecimento de geometria espacial a níveis elementares de formação e de habilidades, pode-se supor que os professores também reduzam o ensino desses conteúdos dentro desse enfoque, guiados pela “bússola”, conforme afirmação dos documentos oficiais.

Assim, espera-se que as análises e discussões feitas possam servir de reflexão para que sejam revistos alguns descritores e competências, para melhor situar a geometria espacial, no que se refere à formação conceitual e às habilidades.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- KOSSLYN, S. M. *Image and brain: the resolution of the imagery debate*. Cambridge: MIT, 1995.
- KRUTETSKY, V. A. *The Psychology of mathematical abilities in schoolchildren*. Chicago: University of Chicago Press, 1976.
- MINAS GERAIS. Secretaria de Educação. *Boletim pedagógico de avaliação da educação: Simave/Proeb – 2008 – CAEd, v. 2, jan./dez. 2008*. Juiz de Fora: Faculdade de Educação, UFJF, 2008.
- _____. *Matrizes de Referência para Avaliação*. Sistema Mineiro de Avaliação da Educação Pública. Matemática (Simave). Juiz de Fora: Faculdade de Educação/CAEd, UFJF, 2009.
- PIROLA, N. A. *Solução de problemas geométricos: dificuldades e perspectivas*. 2000. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.
- PIROLA, N. A.; BRITO, M. R. F. A Formação de conceitos de triângulo e de paralelogramo em alunos da escola elementar. In: BRITO, M. R. F. *Psicologia da Educação Matemática: teoria e pesquisa*. Florianópolis: Insular, 2001.
- RESENDE, J. M.; VIANA, O. A. A Habilidade espacial de alunos do ensino médio: análise e reaplicação de questões das provas Enem referentes à geometria espacial. In: ENCONTRO REGIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DE IPATINGA, 2008, Ipatinga. *Anais...* Ipatinga, MG.
- REZI, V. *Um estudo exploratório sobre os componentes das habilidades matemáticas presentes no pensamento em geometria*. 2001. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2001.
- STERNBERG, R. J. *Psicologia cognitiva*. Porto Alegre: Artes Médicas, 2000.
- VAN HIELE, P. M. *Structure and insight: a theory of Mathematics education*. Orlando: Academic Press, 1986.
- VIANA, O. A. *O Conhecimento geométrico de alunos do Cefam sobre figuras espaciais: um estudo das habilidades e dos níveis*

de conceito. 2000. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

VIANA, O. A. *O Componente espacial da habilidade matemática de alunos do ensino médio e as relações com o desempenho escolar e as atitudes em relação à matemática e à geometria*. 2005. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2005.

_____. Conceitos e habilidades espaciais

requeridos pelas questões de geometria do ENC/Enade para a Licenciatura em Matemática. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, Unesp, Rio Claro, n. 34, p. 153-184, 2009a.

_____. As Imagens mentais e as habilidades para geometria espacial avaliadas por questões do Enem. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA 4., 2009, Brasília: SIPEM. *Anais...* 2009b.