10.46551/emd.v9n17a08 ISSN 2526-6136

Dos padrões à generalização: como a criatividade é expressa por futuros professores do Brasil e de Portugal?

Ana Barbosa
Instituto Politécnico de Viana do Castelo
Viana do Castelo, Portugal
0000-0002-6314-7080
anabarbosa@ese.ipvc.pt

Isabel Vale
Instituto Politécnico de Viana do Castelo
Viana do Castelo, Portugal
0000-0001-6155-7935
isabel.vale@ese.ipvc.pt

Jorge Henrique Gualandi
Instituto Federal do Espírito Santo
Cachoeiro de Itapemirim, ES — Brasil
0000-0002-0302-7650
jhgualandi@ifes.edu.br

Recebido • 30/10/2024
Aceito • 12/02/2025
Publicado • 10/05/2025

Artigo

Resumo: O estudo investigou como futuros professores, brasileiros e portugueses, em formação inicial, resolviam problemas de generalização de padrões matemáticos, com ênfase nas múltiplas resoluções e na criatividade. A pesquisa adotou um paradigma qualitativo, exploratório, com foco na caracterização do desempenho dos participantes na resolução de tarefas envolvendo padrões figurativos, assim como nas dimensões da criatividade que emergiram nessas resoluções e nas variações entre os dois contextos. O estudo destaca a importância de integrar a visualização e a exploração de múltiplas representações na formação de futuros professores. Foi possível identificar que o foco na visualização em Portugal promove uma compreensão mais robusta das regularidades e generalizações algébricas e, no Brasil, o uso da notação simbólica favorece o desenvolvimento de habilidades formais.

Palavras-chave: Padrões Figurativos. Pensamento Algébrico. Representações. Generalizações. Criatividade.

From patterns to generalization: how is creativity expressed by future teachers in Brazil and Portugal?

Abstract: The study investigated how Brazilian and Portuguese prospective teachers in initial training solved problems of generalization of mathematical patterns, with emphasis on multiple resolutions and creativity. The research adopted a qualitative and exploratory paradigm, focusing on characterizing the participants' performance in solving tasks involving figurative patterns, as well as the dimensions of creativity that emerged in these resolutions and the variations between the two contexts. The study highlights the importance of integrating visualization and the exploration of multiple representations in the training of future teachers. It is possible to identify that the focus on visualization in Portugal promotes a more robust understanding of algebraic regularities and generalizations, and in Brazil, the use of symbolic notation favors the development of formal skills.

Keywords: Figurative Patterns. Algebraic Thinking. Representations. Generalizations. Creativity.

De los patrones a la generalización: ¿cómo se expresa la creatividad en los futuros profesores de Brasil y Portugal?

Resumen: El estudio investigó cómo futuros profesores, brasileños y portugueses, en formación inicial, resolvían problemas de generalización de patrones matemáticos, con énfasis en las múltiples resoluciones y en la creatividad. La investigación adoptó un paradigma cualitativo, exploratorio, con enfoque en la caracterización del desempeño de los participantes en la resolución de tareas que involucraban patrones figurativos, así como en las dimensiones de la creatividad que emergieron en esas resoluciones y en las variaciones entre los dos contextos. El estudio destaca la importancia de integrar la visualización y la exploración de múltiples representaciones en la formación de futuros profesores. Es posible identificar que el enfoque en la visualización en Portugal promueve una comprensión más robusta de las regularidades y generalizaciones algebraicas, y en Brasil, el uso de la notación simbólica favorece el desarrollo de habilidades formales.

***Palabras clave*:** Patrones Figurativos. Pensamiento Algebraico. Representaciones. Generalizaciones. Creatividad.

1 Introdução

A criatividade, frequentemente associada à capacidade de gerar ideias novas e originais, tem sido objeto de estudo e análise nas resoluções de tarefas matemáticas. No que tange ao desenvolvimento do pensamento algébrico, a criatividade é vista como a habilidade de identificar regularidades e generalizar padrões, o que pode proporcionar múltiplas resoluções para uma mesma tarefa matemática, tornando-as inovadoras ou originais. Essa habilidade não apenas impulsiona o processo criativo, mas também é relevante para a resolução de problemas em diversas disciplinas (Leikin, 2009; Stacey, 1989).

Neste estudo, buscou-se compreender como a resolução de problemas de generalização de padrões matemáticos — com ênfase nas múltiplas resoluções e na criatividade realizada por futuros professores, brasileiros e portugueses, em formação inicial — pode contribuir para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Uma aula de Matemática, estruturada com tarefas desafiadoras que exploram padrões, possibilita a construção e ampliação de conceitos matemáticos, conferindo significado a esses conceitos, bem como aos procedimentos e ideias matemáticas que, muitas vezes, são aprendidos de forma descontextualizada e sem relação entre si. Além disso, essa abordagem permite resolver problemas de diversas formas, o que potencializa as capacidades transversais nos estudantes, como comunicação, representações, conexões e raciocínio (NCTM, 2014; Vale e Barbosa, 2023).

Tanto a *Base Nacional Comum Curricular* (Brasil, 2017) quanto as *Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico* (Portugal, 2021) orientam que, desde os primeiros anos no contexto brasileiro e no primeiro ciclo no contexto português, sejam trabalhadas tarefas promotoras que promovam o desenvolvimento do pensamento algébrico. Nesse sentido, proporcionar aos estudantes oportunidades de desenvolver a criatividade por meio de situações que articulem a Matemática consigo mesma (Gualandi, 2012) pode ser enriquecedor, especialmente no que se refere às múltiplas resoluções e à generalização de padrões.

Assim, uma melhor compreensão da Matemática e o desenvolvimento do pensamento algébrico podem ser alcançados por meio de tarefas que envolvam múltiplas resoluções, promovam a generalização de padrões e estimulem a criatividade nas aulas de Matemática, estabelecendo conexões entre temas distintos, conforme discutido em Vale (2009), Vale e Pimentel (2009), Vale e Barbosa (2019, 2023), Leikin (2009) e em Tripathi (2008).

Com base nas ideias anteriores, almeja-se responder às questões seguintes: 1) Como se caracteriza o desempenho de futuros professores dos dois países na resolução dessas tarefas? 2) Quais dimensões da criatividade emergem na resolução dessas tarefas e como diferem entre os dois contextos?

Apresenta-se, em seguida, o referencial teórico sobre o pensamento algébrico, visualização, criatividade e múltiplas resoluções, bem como a metodologia, a produção e a análise de dados e as principais considerações.

2 Pensamento algébrico e visualização

O pensamento algébrico é uma forma de raciocínio matemático que transcende a mera manipulação de símbolos e equações. Envolve a capacidade de generalizar relações matemáticas, identificar padrões e resolver problemas de maneira abstrata e generalizada (Kieran, 2007). Para que os estudantes sejam competentes em Álgebra, é necessário que desenvolvam a capacidade de raciocinar sobre relações matemáticas em contextos variados, desde os primeiros anos da Educação Básica. A abordagem tradicional da Álgebra, frequentemente centrada em manipulações simbólicas sem conexão significativa com o pensamento conceitual, tem sido criticada por não proporcionar uma compreensão profunda do raciocínio algébrico (Kieran, 2007).

Uma das principais estratégias para introduzir e desenvolver o pensamento algébrico é a exploração de padrões, que se apresenta como um processo fundamental para a compreensão das relações entre quantidades variáveis. De fato, o desenvolvimento de um pensamento algébrico mais sólido exige que os estudantes explorem padrões e construam generalizações que permitam a aplicação de conceitos matemáticos de forma ampla, o que se configura como um dos pilares do ensino de Matemática na atualidade (Blanton *et al.*, 2018).

De acordo com Kieran (2007), o pensamento algébrico não deve ser visto apenas como uma prática isolada. Pelo contrário, ele deve ser introduzido desde os primeiros anos da Educação Básica, para que os estudantes possam gradualmente desenvolver a capacidade de abstrair e generalizar. O trabalho com padrões e generalização auxilia a estabelecer uma base para o pensamento algébrico formal e funcional, além de contribuir para uma transição mais significativa para o estudo da Álgebra tradicional (Blanton e Kaput, 2005).

A visualização desempenha um papel essencial no desenvolvimento do pensamento algébrico, especialmente em tarefas que envolvem padrões figurativos, reconhecidos por facilitarem transições mais naturais da Aritmética para a Álgebra (Usiskin, 1994). O autor destaca que uma das concepções da Álgebra é que ela se constitui como uma Aritmética generalizada. Nessa concepção, "é natural pensar as variáveis como generalizadoras de modelos" (Usiskin, 1994, p. 13).

Rivera (2014) argumenta que a visualização permite que os estudantes construam uma estrutura mental clara de padrões, relacionando-a com expressões matemáticas generalizadas. Isso facilita a identificação da regularidade e da estrutura ao longo da construção de uma sequência. No trabalho com padrões figurativos, os estudantes podem explorar simultaneamente regularidades visuais e numéricas, associando-as entre si, além de formular generalizações e justificar as suas (re)soluções por meio de relações funcionais (Vale e Barbosa, 2019). Ademais, a capacidade de alternar entre diferentes formas de representação — visual, numérica e algébrica — promove a flexibilidade no pensamento e auxilia na formulação de generalizações mais robustas e significativas.

A visualização facilita assim a compreensão das relações entre os elementos de um padrão e a sua representação em termos de equações ou funções, o que é fundamental para a resolução de problemas algébricos (Barbosa e Vale, 2015). Essa conexão entre visualização e Álgebra é fortalecida quando os estudantes são incentivados a usar estratégias visuais para compreender padrões e generalizar. Na resolução de uma tarefa, as estratégias visuais são aquelas que incluem o recurso a diferentes representações visuais (figuras, desenhos, diagramas, gráficos) como parte essencial do processo de resolução (Presmeg, 1986; Vale, Pimentel e Barbosa, 2018). Desse modo, as representações visuais podem ajudar os estudantes a progredirem na sua compreensão de conceitos e procedimentos matemáticos, dando significado aos conteúdos envolvidos nos problemas, além de contribuírem tanto para a resolução dos problemas quanto para as discussões coletivas (Arcavi, 2003; NCTM, 2014; Vale, Pimentel e Barbosa, 2018).

A sequência didática proposta em Vale e Pimentel (2009) é um exemplo do vínculo que se pode formar entre a visualização e o pensamento algébrico. Estruturada em três fases fundamentais, trata-se de uma abordagem que permite aos estudantes explorar padrões, formular conjeturas e generalizações em contextos visuais e promover uma compreensão mais rica das relações matemáticas subjacentes.

A primeira fase da sequência tem como foco as contagens visuais e busca desenvolver capacidades fundamentais, como o *subitizing*. A segunda fase tem por base a exploração de sequências, de repetição e de crescimento, e visa ao reconhecimento, à descoberta e à generalização de padrões, privilegiando padrões figurativos. Por fim, a terceira fase envolve a resolução de problemas nos quais a sequência subjacente não é apresentada de forma explícita. Desse modo, os estudantes devem descobrir, explorar e construir as suas próprias sequências, de modo a estabelecer generalizações para chegar à solução. Essa sequência didática evidencia a maneira como a integração da visualização e do pensamento algébrico pode enriquecer a aprendizagem matemática, ampliando a capacidade dos estudantes de conectar conceitos e desenvolver estratégias de resolução mais criativas e inovadoras.

Ao refletir sobre as ideias anteriormente expostas, o desenvolvimento do pensamento algébrico, abarcado pelas perspectivas apresentadas, também se relaciona com o desenvolvimento dos chamados 4C: criatividade; pensamento crítico; comunicação e colaboração (OCDE, 2018). Particularmente, a criatividade é evidente quando os estudantes exploram diferentes estratégias de resolução de problemas e desenvolvem as suas próprias generalizações, tornam-se mais fluentes ao gerarem diversas (re)soluções para um mesmo problema, mais flexíveis ao utilizarem múltiplas abordagens e mais originais ao criarem suas próprias representações (Mielicki *et al.*, 2021).

O pensamento crítico é incentivado quando os estudantes são desafiados a justificar suas (re)soluções e a refinar as suas representações algébricas com base em evidências visuais e numéricas. Além disso, a comunicação é essencial na expressão das ideias matemáticas de maneira clara e coerente, tendo como recurso vários tipos de representações. A colaboração, por sua vez, é importante para promover um ambiente em que os estudantes possam trocar ideias, comparar estratégias e trabalhar em conjunto para resolver problemas complexos (Blanton *et al.*, 2018).

O pensamento algébrico é central no desenvolvimento do raciocínio matemático, e a sua introdução desde os primeiros anos, por meio da exploração de padrões — particularmente os figurativos —, usufruindo das potencialidades da visualização, pode facilitar uma transição mais natural para o estudo da Álgebra formal. Por outro lado, a utilização de múltiplas representações e a integração dos 4C no processo de ensino e de aprendizagem da Álgebra são fundamentais para promover um ensino mais eficaz (Barbosa e Vale, 2022; Rivera, 2016).

3 Orientações curriculares sobre Álgebra e pensamento algébrico em Portugal e no Brasil

A Álgebra ocupa uma posição central nos currículos de Matemática, visto que constitui um dos principais pilares para o desenvolvimento do pensamento abstrato e relacional. Tanto em Portugal quanto no Brasil, os currículos têm passado por várias reformas que conduziram, atualmente, ao reforço do pensamento algébrico desde os primeiros anos do Ensino Básico (Portugal) e do Ensino Fundamental (Brasil). Nesse ponto, procura-se fazer uma análise comparativa entre as atuais orientações curriculares dos dois países, nomeadamente entre as *Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico* (Portugal, 2021), referente ao contexto português, e a *Base Nacional Comum Curricular* — BNCC (Brasil, 2017), referente ao contexto brasileiro.

Em Portugal, as *Aprendizagens Essenciais* destacam o desenvolvimento do pensamento algébrico desde os primeiros anos. O foco não se limita à manipulação de símbolos, mas valoriza a generalização, a exploração de padrões e a resolução de problemas em contextos figurativos e numéricos. No 1º Ciclo do Ensino Básico (6-10 anos), a Álgebra é apresentada como um tema matemático independente, destacando a sua natureza transversal e a sua fácil articulação com outros tópicos da Matemática, especialmente com os números, promovendo uma abordagem voltada para a Aritmética generalizada. É dada importância ao desenvolvimento gradual do pensamento algébrico nos estudantes, incentivando-os a compreender a variação em diferentes contextos e a cultivar a capacidade de formular conjecturas, reconhecer e expressar relações e generalizações, tanto numéricas quanto algébricas. Para isso, são utilizadas representações apropriadas à sua faixa etária, permitindo que atribuam sentido ao que pensam. O uso de diagramas e tabelas é particularmente relevante nesse processo.

Além disso, valoriza-se o desenvolvimento da capacidade de construir e utilizar modelos matemáticos aplicáveis a situações da vida real, ajudando os estudantes a descrever essas situações e fazer previsões, o que fortalece a compreensão do papel da Matemática e a sua relevância. No 2º Ciclo do Ensino Básico (10-12 anos), prossegue-se o desenvolvimento do pensamento algébrico e da comunicação, tendo como recurso as representações simbólicas, nomeadamente a escrita de expressões algébricas, no contexto de situações que favoreçam a atribuição de significado às letras. Surge, ainda, a primeira abordagem à proporcionalidade direta, um contexto promotor da ideia de variação e do pensamento funcional.

Nesse sentido, a Álgebra é abordada de forma integrada com a Aritmética, sendo introduzida por meio de tarefas que envolvem a visualização de padrões e a formulação de generalizações. Uma característica marcante das orientações curriculares portuguesas é a ênfase na visualização. Essa é considerada uma ferramenta fundamental para o desenvolvimento do pensamento algébrico, permitindo que os estudantes estabeleçam conexões entre diferentes representações e compreendam a estrutura subjacente aos problemas algébricos (Vale e Barbosa, 2019). Essa abordagem se assente na utilização de padrões figurativos, principalmente em sequências de crescimento, o que facilita a transição do raciocínio aritmético para o pensamento algébrico, promovendo o raciocínio indutivo e a formulação de expressões generalizadas (Vale e Barbosa, 2019).

No 3º Ciclo do Ensino Básico (12-15 anos), aprofunda-se o desenvolvimento do pensamento algébrico, promovendo uma transição progressiva do raciocínio concreto para o abstrato. Nesse ciclo, o foco na Álgebra inclui uma exploração mais sistemática de expressões algébricas, equações e desigualdades, bem como a aplicação de conceitos de proporcionalidade direta e inversa, preparando os estudantes para a compreensão de funções e relações funcionais. Ao longo do 3º Ciclo do Ensino Básico, o ensino de Álgebra procura fortalecer a compreensão da estrutura algébrica e funcional das expressões matemáticas, proporcionando aos estudantes oportunidades para trabalhar com fórmulas, manipulação simbólica e resolução de problemas em contextos significativos. O trabalho com sequências e padrões também é aprofundado, permitindo o desenvolvimento de capacidades para identificar e generalizar regularidades, bem como para formular e resolver equações como forma de modelar problemas do mundo real.

No Brasil, a BNCC (Brasil, 2017) também promove o desenvolvimento do pensamento algébrico desde o início do Ensino Fundamental, com foco no reconhecimento de padrões e na generalização como estratégias centrais. A BNCC destaca que o objetivo da Álgebra no Ensino Fundamental é fazer com que os estudantes identifiquem regularidades em sequências numéricas e não numéricas, utilizando essas regularidades como base para a formulação de generalizações algébricas (Campos e Gualandi, 2024). Um dos aspectos-chave do currículo brasileiro é a ênfase na generalização de padrões matemáticos como uma das principais vias para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Segundo a BNCC, ao trabalharem com padrões, os estudantes são incentivados a continuar o raciocínio para além dos casos particulares, promovendo a construção de regras gerais que podem ser expressas por meio de linguagem algébrica ou aritmética (Kaput, 2000).

Essa abordagem reconhece que o uso da visualização e da exploração de padrões não está restrito à Álgebra formal, mas permeia várias áreas da Matemática, permitindo a construção de uma base sólida para o pensamento matemático avançado (Dreyfus, 2002). Entretanto, no contexto brasileiro, observa-se uma introdução mais precoce da notação simbólica formal em comparação a Portugal, visto que é apresentada no 7º ano do Ensino Fundamental. A BNCC promove o uso de representações simbólicas como forma de estruturar o pensamento algébrico, ainda que as representações visuais e a linguagem natural também sejam incentivadas nos primeiros anos do Ensino Fundamental (Campos e Gualandi, 2024). Dessa forma, o currículo brasileiro procura equilibrar o uso de representações múltiplas com a introdução gradual de símbolos algébricos, preparando os estudantes para a manipulação formal dessas representações à medida que avançam no ensino.

4 A influência da visualização e das representações matemáticas no desenvolvimento da criatividade

A importância da visualização em Matemática, particularmente a sua relação com a resolução de tarefas com múltiplas resoluções e a criatividade matemática, é um campo de investigação que tem sido expandido nos últimos tempos, em investigações e aplicações em sala de aula, com implicações significativas para a prática profissional (Leikin e Guberman, 2023; Presmeg, 1986; Vale e Barbosa, 2023). A capacidade de visualizar conceitos matemáticos permite que os estudantes estabeleçam conexões mais profundas entre diferentes representações e abordagens, o que promove, em simultâneo, a criatividade no pensamento matemático em todas as suas dimensões. Em Zimmermann e Cunningham (1991) é destacado que a visualização é o processo de formação de imagens — mentais, com lápis e papel, com materiais didáticos manipuláveis ou com o auxílio de tecnologias — utilizando essas imagens para a descoberta e a compreensão da Matemática.

A visualização em Matemática é frequentemente associada à capacidade de apresentar múltiplas (re)soluções para um problema, o que incentiva o pensamento divergente e, consequentemente, o desenvolvimento da criatividade. O recurso para a visualização facilita o aparecimento de abordagens diferentes das analíticas, assentes na manipulação de figuras e na identificação de relações espaciais, que evidenciam aspectos distintos de um mesmo problema. Nesse âmbito, Vale e Barbosa (2023, 2024) defendem que a utilização de tarefas desafiantes com múltiplas resoluções é essencial para estimular a criatividade nos estudantes, visto que essa permite que vejam os problemas por diferentes perspectivas e utilizem representações variadas. Os estudantes podem, desse modo, integrar representações de naturezas diferentes, o que fortalece a compreensão conceitual e facilita a resolução de problemas mais complexos.

O conceito de criatividade em Matemática é complexo e multidimensional, frequentemente categorizado em três dimensões: fluência, flexibilidade e originalidade. Juntas, essas dimensões sustentam a resolução de problemas em uma perspectiva que potencializa o pensamento divergente (Leikin e Guberman, 2023; Pitta-Pantazi, Sophocleous e Christou, 2013; Vale e Barbosa, 2024). A fluência refere-se à capacidade de gerar variadas ideias ou soluções para um único problema. Em Matemática, é demonstrada pela capacidade de explorar diferentes estratégias de resolução, especialmente quando se trata de tarefas que permitem múltiplas abordagens (Silver, 1997).

Ademais, a fluência é um dos primeiros sinais de criatividade e é particularmente importante em tarefas de resolução de problemas nos quais existem mais de uma (re)solução possível. Para desenvolver a fluência, a utilização de representações variadas — como diagramas, gráficos, fórmulas algébricas e narrativas verbais — é essencial, pois permite que os estudantes construam caminhos diversos para chegar à solução. Já a flexibilidade é a capacidade de alternar entre diferentes perspectivas ou estratégias para resolver um problema. Em Matemática, isso pode significar a capacidade de articular representações ou abordagens de naturezas diferentes. Segundo Leikin (2009), a flexibilidade é uma característica distintiva dos pensadores criativos, haja vista que envolve a adaptação rápida a novas informações e à capacidade de reconsiderar e reestruturar problemas a partir de novos ângulos.

A utilização de representações visuais em combinação com outras formas permite aos estudantes notarem conexões antes não percebidas, o que promove uma compreensão mais rica e criativa dos conceitos matemáticos (Barbosa e Vale, 2015; Kieran, 2007; Vale, Pimentel e Barbosa, 2018). A originalidade é a capacidade de produzir ideias novas ou não convencionais. No contexto da Matemática, a originalidade manifesta-se quando os estudantes encontram soluções inovadoras para problemas conhecidos ou abordam novos problemas de maneiras não tradicionais (Leikin e Guberman, 2023). Essa dimensão da criatividade pode ser cultivada quando os estudantes são incentivados a explorar métodos pouco usuais, em vez de seguir um caminho padronizado. Ao proporcionar tarefas que envolvem representações complexas e desafiadoras, os professores criam oportunidades para que os estudantes demonstrem originalidade.

É perceptível que a criatividade matemática é vista como uma característica fundamental, tanto em estudantes quanto em professores, sendo desenvolvida por meio da resolução de problemas desafiantes e da exploração de múltiplas (re)soluções, que, por sua vez, implicam o recurso das representações múltiplas (Vale e Barbosa, 2023, 2024). A capacidade de utilizar representações de naturezas diferentes e de escolher representações eficazes na resolução de tarefas matemáticas também está intimamente ligada ao sucesso nas resoluções. Matteson (2006) evidencia que estudantes que utilizam uma variedade de representações — diagramas, equações ou gráficos — frequentemente obtêm melhores resultados, não apenas por encontrarem a resposta correta, mas também por justificarem o seu raciocínio de maneira mais robusta. Além disso, é observado que a combinação de representações (visuais e simbólicas) pode ajudar a reduzir erros e aumentar a compreensão e a precisão nas resoluções, o que evidencia a importância das transições entre diferentes formas de representação.

As representações matemáticas podem ser categorizadas de diversas maneiras, a depender da natureza do problema e da abordagem adotada. Bruner (1966) propôs uma categorização fundamentada em representações concretas (baseadas na ação), icônicas (visuais) e simbólicas (abstratas), que continua a ser relevante nas discussões atuais no domínio da Educação Matemática. No entanto, outros autores, como Matteson (2006) e Tripathi (2008), e organizações como o NCTM (2014), ampliaram essa classificação para incluir outras categorias de representações.

Os termos *representação numérica*, *gráfica*, *verbal*, *simbólica* e *dual* foram utilizados em um estudo desenvolvido por Matteson (2006). Segundo a autora, as representações numéricas reportam-se à utilização de números ou listas numéricas; as representações gráficas contemplam uma variedade de representações visuais distintas, como as pictóricas, modelos, diagramas ou gráficos; as representações verbais requerem a utilização do discurso; as representações simbólicas têm como foco o recurso, a notação simbólica. Por fim, as representações duais não constituem uma categoria diferenciada, são antes encaradas como uma ligação entre as quatro categorias anteriores, aplicadas quando se recorre a representações de duas categorias representacionais diferentes, sendo que nenhuma apresenta detalhes suficientes para ser considerada como independente.

Tripathi (2008) e o NCTM (2014) defendem um modelo constituído por cinco formas de representação associadas à aprendizagem da Matemática e à resolução de problemas: contextual (situações da vida real); concreta/física (materiais manipuláveis/objetos);

Educação Matemática Debate
v. 9, n. 17, p. 1,23, 2025

semiconcreta/visual (pictórica); verbal (linguagem); e simbólica (notação matemática). Tendo essas categorizações como base, Barbosa e Vale (2022) optaram por formular um sistema representacional que cruza algumas das ideias apresentadas anteriormente e que se traduz no diagrama da Figura 1. Nesse diagrama, são consideradas cinco categorias principais (ativa, verbal, visual, numérica e simbólica), também as representações duais resultantes da utilização complementar de duas das principais.

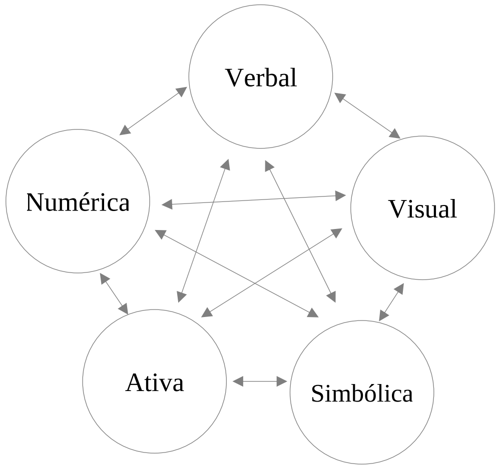


Figura 1: Múltiplas representações (Barbosa e Vale, 2022)

A integração de diferentes representações é vista como uma prática fundamental para a construção do conhecimento matemático, uma vez que permite aos estudantes explorar conceitos a partir de várias perspectivas e desenvolver uma compreensão mais rica e inter-relacionada. Essa prática é particularmente fundamental na resolução de tarefas com múltiplas resoluções, nas quais a transição entre diferentes representações pode levar a novas soluções ou *insights* inesperados (Vale e Barbosa, 2024).

Reforça-se, assim, a importância de os professores criarem ambientes de aprendizagem que favoreçam o uso de visualização e de múltiplas representações, sendo fundamental que a formação de professores inclua experiências que os auxiliem a valorizar a visualização como uma ferramenta essencial na resolução de problemas, contribuindo para um ensino mais dinâmico e inovador (Barbosa e Vale, 2022).

5 Metodologia

O estudo foi orientado por um paradigma interpretativo, assumindo uma natureza qualitativa com caráter exploratório (Erickson, 1986; Yin, 2009). As escolhas metodológicas adotadas são sustentadas pela natureza do problema, que pretende analisar a criatividade de futuros professores portugueses e brasileiros na resolução de tarefas centradas no pensamento algébrico em contextos figurativos. Isso implica o desenvolvimento de uma compreensão aprofundada de experiências vividas e a construção de novos conhecimentos, com potencial para informar e orientar futuras investigações (Yin, 2009). Tendo por base o problema formulado, optou-se por focar em aspectos específicos que se traduziram nas seguintes questões de investigação: 1) Como se caracteriza o desempenho de futuros professores dos dois países na resolução dessas tarefas? 2) Quais dimensões da criatividade emergem na resolução dessas tarefas e como se diferem nesses contextos?

Participaram deste estudo 18 estudantes portugueses e 22 brasileiros que frequentam cursos de formação inicial de professores. Destaca-se que o critério de escolha dos participantes foi um convite feito aos estudantes que estavam matriculados nas disciplinas ministradas pelos autores. Os estudantes portugueses frequentavam o 3º ano de um curso de Licenciatura em Educação Básica, com duração de seis semestres — futuros professores de crianças com idade entre 3 e 12 anos. Esse programa de licenciatura é composto por disciplinas das áreas da Didática; Educação Geral; área da Docência e Prática em Contextos Educacionais formais e não formais. Os participantes estavam inscritos numa unidade curricular de Didática da Matemática, centrada na exploração de tópicos matemáticos associados aos temas *Números e Operações, Geometria, Álgebra e Dados* e *Probabilidades*.

Os estudantes brasileiros frequentavam o 5º período do curso de Licenciatura em Matemática, com duração de oito semestres e que formava futuros professores para os Anos Finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. Esse programa de licenciatura é composto por disciplinas que abrangem as áreas de Matemática Pura e Aplicada, Didática, Pedagogia e Práticas de Ensino. Os participantes estavam inscritos na disciplina de Instrumentalização para o Ensino, que aborda estratégias pedagógicas e ferramentas didáticas voltadas para o ensino da Matemática. A unidade curricular explora temas como a utilização de tecnologias educacionais, manipulação e elaboração de materiais didáticos e o planejamento de aulas com foco na promoção da aprendizagem ativa e significativa.

Destaca-se que as disciplinas de ambos os cursos foram ministradas no Laboratório de Educação Matemática (LEM), Portugal, e Laboratório de Ensino de Matemática (LEM), Brasil, das respectivas instituições, sendo da responsabilidade dos investigadores e serviram de contexto para a produção de dados.

Antes de realizarem as tarefas, os estudantes portugueses tinham abordado o tema da Álgebra, muito centrado na exploração de padrões figurativos e na generalização. Ao longo do curso, nas disciplinas da área da Matemática, há uma preocupação em valorizar estratégias visuais, uma vez que, no percurso acadêmico da maioria desses estudantes, a visualização, fora do contexto da Geometria, não é muito estimulada.

Os estudantes brasileiros frequentavam a disciplina de Álgebra, na qual abordaram o estudo de tópicos fundamentais, como estruturas algébricas (grupos, anéis e corpos), teoria dos polinômios e suas aplicações, além de abordagens para o ensino desses conteúdos no contexto escolar. Esclarece-se ainda que o pensamento algébrico é explorado de forma integrada em tópicos de outras disciplinas. A visualização é essencialmente explorada na disciplina de Fundamentos de Geometria Plana e Fundamentos de Geometria Espacial e tem tido um foco mais recente em tarefas relacionadas ao pensamento algébrico. Destaca-se que, na disciplina de Instrumentação para o Ensino, a qual os estudantes estavam cursando, trata-se de uma componente curricular mais abrangente, pois trabalha tópicos que exploram Aritmética, Geometria, Grandezas e Medidas, Álgebra, Tratamento de Dados, de forma a promover explorações nas diversas áreas, e o processo do desenvolvimento do pensamento algébrico pode ser abarcado como um tema transversal perpassando por todas as temáticas discutidas na disciplina.

Os dados produzidos foram analisados de maneira holística, descritiva e interpretativa e incluíram observações em sala de aula e produções escritas das tarefas propostas, as quais foram resolvidas em pares pelos estudantes portugueses e, no caso dos estudantes brasileiros, por seis pares, três trios e individualmente por uma estudante. Foram analisados todos os registros escritos produzidos pelos participantes e triangulados com as notas de campo referentes às aulas observadas. A análise desses dados foi orientada por duas grandes categorias: desempenho e dimensões da criatividade. No desempenho, considera-se a resolução da tarefa (resolução correta; resolução incorreta/não apresentada), as representações e as estratégias utilizadas (analíticas, visuais, mistas). Na criatividade, consideram-se as suas dimensões: fluência, flexibilidade e originalidade.

6 Alguns resultados

Apresentam-se, a seguir, as tarefas utilizadas e algumas das resoluções exibidas pelos estudantes de Portugal e do Brasil, nas quais foi possível identificar as estratégias e as representações utilizadas, assim como as potencialidades e as resoluções das tarefas em relação às dimensões da criatividade. Essas tarefas, com características visuais, correspondem, respectivamente, às duas últimas fases da sequência didática mencionada anteriormente. São duas tarefas que envolvem diversos processos de resolução, o que suscita o recurso a múltiplas representações. Essa perspectiva contribui para que um grupo mais abrangente de estudantes possa ter melhor desempenho, optando pela estratégia que lhes seja mais favorável.

Quadro 1: Tarefa 1

Um dos temas tratados nas aulas desta disciplina tem sido o pensamento algébrico através da exploração de padrões.

a) Imagine que a figura dada representa o 1º termo de uma sequência.
b) Desenhe os dois termos seguintes de uma sequência à sua escolha.
c) Quantos cubos terá a 16ª figura? Explique como pensou.
d) Descubra o número de cubos necessários para construir uma figura de qualquer ordem. Explique como pensou.
e) Imagine que a sequência que construiu em a) começa no 2º termo. Desenhe o 1º termo.

Fonte: Elaboração própria

Trata-se de uma tarefa aberta, com uma componente da formulação de problemas e que contempla diversos objetivos. Inicialmente, busca-se que os estudantes consigam construir uma sequência de crescimento, permitindo-lhes exercitar a hipótese de serem imaginativos enquanto se verifica o domínio do conceito de sequência de crescimento. É uma tarefa que pode ser utilizada em diferentes anos de escolaridade, desde os Anos Iniciais, com eventuais adaptações. Em termos gerais, a maioria dos estudantes em Portugal (89%) e uma parte significativa dos estudantes no Brasil (45%) responderam corretamente ao solicitado. Contudo, há alguns aspectos que devem ser destacados.

A Figura 2 ilustra as várias sequências que foram construídas (alínea a), assim como a construção do 1º termo (alínea d). Identifica-se ainda o número de ocorrências das diferentes sequências em cada país: Portugal (P) e Brasil (B). Os estudantes que não identificaram o 1º termo (alínea d) também não conseguiram construir uma sequência.

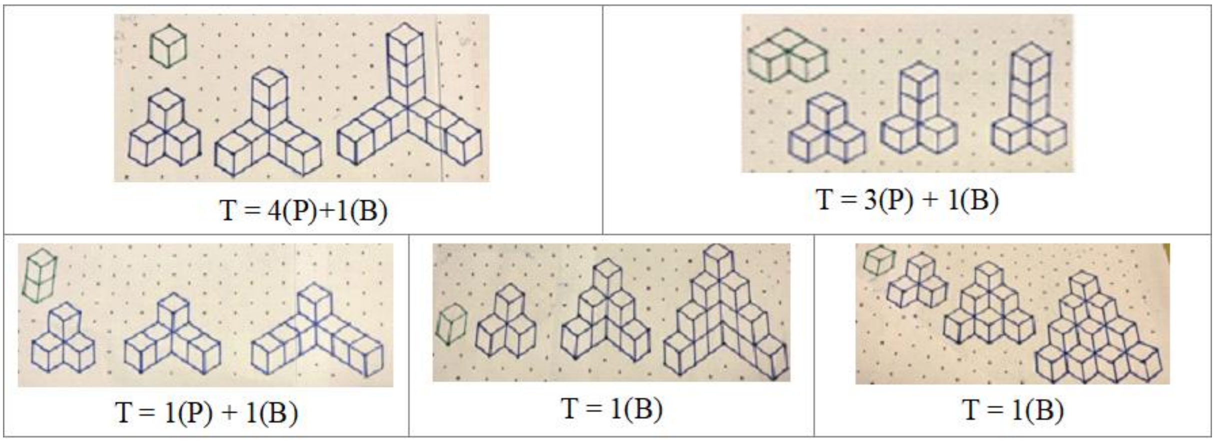


Figura 2: Diferentes tipos de sequências realizadas pelos estudantes (Acervo o estudo)

Considerando que o 1º elemento da sequência proposta é um objeto 3D, a tarefa também permitiu analisar as capacidades de visualização dos estudantes. Foi-lhes dada a hipótese de recorrer ao material manipulável (MM), os Policubos, caso necessitassem. O recurso ao material permitiria construir mais rapidamente uma sequência do que recorrendo somente ao desenho, uma vez que a manipulação e a construção com o MM facilitaria o desenho da sequência construída.

Vários estudantes tiveram dificuldade em desenhar as sequências. Apenas dois grupos (P) e quatro grupos (B) recorreram ao MM, considerando-o uma ferramenta útil para visualizar a sequência que estavam construindo. Conforme apontado por Campos e Gualandi (2020, p. 21), os MM são recursos que, aliados às práticas em sala de aula, podem contribuir para o ensino e a aprendizagem da Matemática.

Apresentam-se, na Figura 3, exemplos de sequências construídas com o auxílio dos MM.

Figura 3: Três sequências construídas com os Policubos (Acervo o estudo)

Essa situação permitiu identificar uma dificuldade recorrente no desenho geométrico 3D, uma competência que vem se tornando cada vez mais ausente entre os estudantes, futuros professores. Essa constatação reforça a importância de propor, desde cedo, tarefas que os desafiem a superar essa lacuna e desenvolver essa competência. Uma dificuldade comum foi o desenho de sequências construídas com cubos isolados (B, 1ª imagem) ou a incapacidade de distinguir entre arestas ocultas e visíveis (P, 2ª imagem). A Figura 4 ilustra três dessas situações.

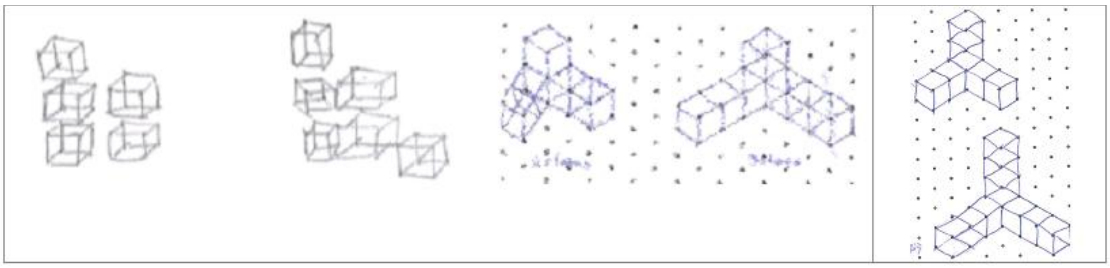


Figura 4: Exemplos que ilustram algumas dificuldades no desenho 3D (Acervo o estudo)

Em relação a essa situação relacionada à visualização, na discussão final dos resultados, os estudantes (P) não conseguiram perceber que duas propostas apresentadas representavam a mesma sequência, embora fossem desenhadas a partir de diferentes perspectivas (Figura 5). Isso evidencia que o desenvolvimento do *olho geométrico* desses estudantes ainda necessita ser trabalhado. Na identificação da expressão que traduz a generalização, a capacidade de reconhecer o padrão é o primeiro passo.

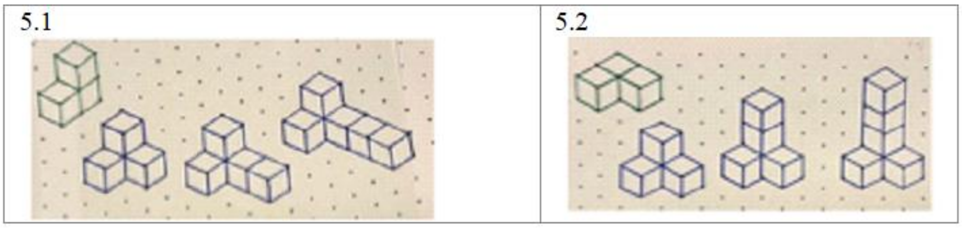


Figura 5: A mesma sequência desenhada em perspectivas diferentes (Acervo o estudo)

Quanto às dimensões da criatividade, a tarefa proposta, inserida no âmbito da formulação de problemas, envolveu a criação de uma sequência a partir de uma situação estática, ou seja, o 1º termo dessa sequência deveria ser o apresentado. Essa abordagem permitiu que surgissem cinco sequências diferentes. Uma dessas resoluções, ao ser desenhada de um modo diferente, pode influenciar na descoberta da expressão da generalidade. Isso ocorre porque a percepção visual varia, o que pode levar a uma formulação distinta (ver as Figuras 5 e 12.2).

Considera que a Tarefa 1 tem potencial para estimular a fluência dos estudantes na resolução, de modo que não pode ser considerada de baixo nível cognitivo, uma vez que exige algumas habilidades, como visualizar e desenhar em 3D com base em um modelo 2D — o que não é desafiador, sobretudo para estudantes que não forem predominantemente visuais.

Além disso, observa-se flexibilidade de pensamento no modo de construir a sequência, pois os exemplos mostram que os estudantes conseguiram identificar diferentes estratégias, quer fixando um cubo em um dos *braços* relacionados ao termo dado, quer fixando dois cubos ou alterando os diferentes *braços*. Apesar de, nas questões 1ª e 1d, as representações privilegiadas serem as visuais, alguns estudantes demonstraram flexibilidade ao recorrerem simultaneamente a representações ativas e visuais para criar uma sequência (Rivera, 2016; Vale, Pimentel e Barbosa, 2018).

Por outro lado, foi possível identificar duas construções que se consideram originais (Figura 7). Essas construções, para além de terem frequência n=1, destacam-se pelo seu nível de complexidade, visto que envolvem um modo de pensar mais elaborado. Ainda que sejam similares, a identificação do termo geral na segunda construção é mais desafiante devido à sua complexidade.

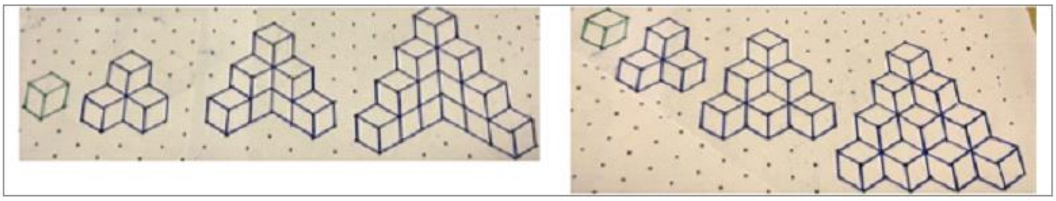


Figura 6: As duas sequências consideradas originais (Acervo o estudo)

Um caso interessante que merece ser analisado é o de uma estudante (B) que, na resposta referente à construção de uma sequência (1a), apresentou a sequência ilustrada na Figura 7.

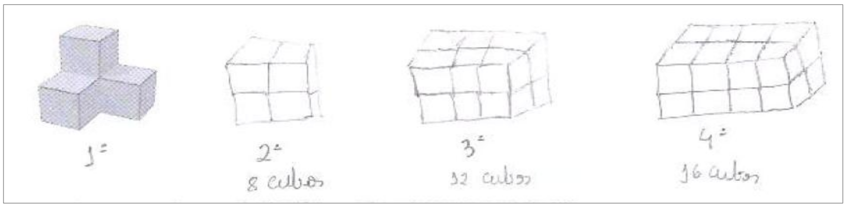


Figura 7: Sequência apresentada por uma estudante (B) (Acervo o estudo)

A princípio, considerou-se que essa resolução da Tarefa 1 não foi bem-sucedida. O que a estudante fez foi observar que o elemento dado possuía 4 cubos e, com base no arranjo que deu ao 1º termo, desenhou o 2º termo. A partir daí, construiu a sua sequência. No entanto, o 1º termo da sequência criada deveria ser outro (Figura 8).

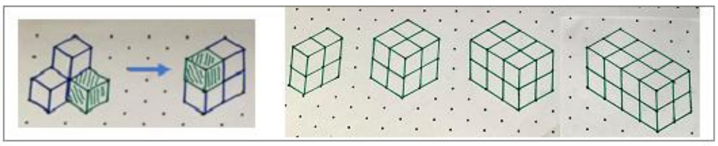


Figura 8: Sequência correta para o caso apresentado na Figura 8 (Acervo o estudo)

Esta sequência não pode ser considerada correta, já que não evidencia um padrão figurativo completamente definido. Contudo, as questões posteriores foram consideradas e a estudante obteve sucesso na sua resolução. Infere-se que a estudante teve dificuldade em visualizar uma construção a partir do modelo dado, mas demonstrou flexibilidade de pensamento ao apresentar uma alternativa. Ainda assim, a configuração inicialmente fornecida é crucial para a obtenção do pedido que consistia em partir de uma estrutura previamente definida. A sequência estaria correta se, em vez de fornecer a imagem do 1º termo, fizesse o seguinte pedido: *Construa uma sequência figurativa com cubos, cujo primeiro termo seja formado por 4 cubos.*

Nessa tarefa, pretendia-se também fazer com que os estudantes descobrissem o número de cubos da 16ª figura, alínea 1.b). A maioria conseguiu resolver a tarefa (B — 50%; P — 100%). Os casos em que os estudantes não conseguiram responder às questões 1b e 1d) foram devido, sobretudo, à falta da sequência ou à construção de uma sequência incorreta. Analisam-se algumas respostas. Nessa questão, os estudantes dividiram-se entre os que recorreram a uma generalização próxima ou por exaustão, de modo que alguns confirmaram a solução ao determinar também a expressão geral, ou seja, deram resposta à alínea 1.c). Isso resultou em uma predominância de resoluções analíticas. As respostas foram elaboradas com o uso de diferentes representações: palavras, tabelas, expressões aritméticas e/ou algébricas e raciocínios recursivo e funcional.

Um aspecto distintivo entre os estudantes dos dois países reside no fato de que nenhum estudante do Brasil usou uma tabela e nenhum estudante português usou os conhecimentos de progressões aritméticas para calcular qualquer termo (Figura 9).

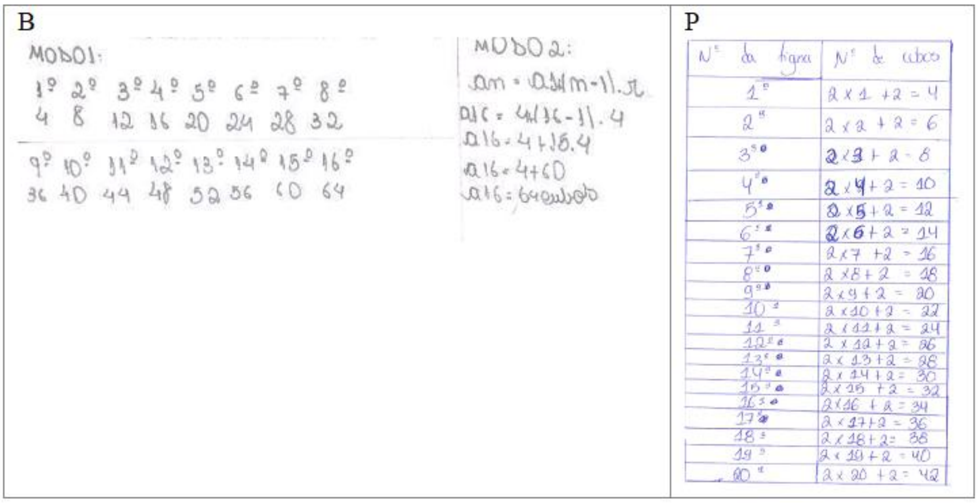


Figura 10: Duas resoluções usando progressão aritmética (B) e tabela (P) (Acervo o estudo)

Uma das questões, alínea 1.c, pretendia conduzir os estudantes à descoberta da expressão algébrica geradora de qualquer termo da sequência desenhada. Em outros termos, a intenção era que realizassem uma generalização algébrica (Barbosa e Vale, 2015), na qual o raciocínio funcional é utilizado, conquanto seja mais rica do que a generalização aritmética. Essa última, baseada no raciocínio recursivo, limita-se à obtenção de termos consecutivos e não permite calcular diretamente qualquer termo da sequência.

Assim, ao procurar essa generalização algébrica, ou generalização distante (Stacey, 1989; Rivera, 2016; Vale, Pimentel e Barbosa, 2009), os padrões geométricos são muito úteis. Os estudantes devem identificar uma característica comum que se repita na formação dos termos da sequência e perceber que essa característica se aplica a qualquer termo dessa sequência. As tarefas com padrões ofertam aos estudantes a oportunidade de observar e verbalizar as suas próprias generalizações e traduzi-las numa linguagem mais formal, de acordo com a idade (Barbosa e Vale, 2015; Vale, Pimentel e Barbosa, 2009).

Descobrir o termo geral dessa sequência pode ser complexo para estudantes que não tenham conhecimentos matemáticos sólidos. Todavia, a análise da construção da figura na sequência pode tornar esse processo mais simples. A Figura 11 ilustra essa ideia, mostrando

Educação Matemática Debate
v. 9, n. 17, p. 1,23, 2025

uma das sequências na qual se visualiza um modo de compreender a formação do padrão, conduzindo à expressão da generalidade.

É importante destacar que, para alcançar a generalização, é essencial que haja um padrão definido, constante ao longo da sequência. Nesse sentido, Stylianides e Silver (2009) defendem que a estrutura fornecida pela representação figurativa da sequência, desde que o modo de construção esteja univocamente determinado (padrão definido), pode garantir e justificar a lei descoberta (Vale e Pimentel, 2013).

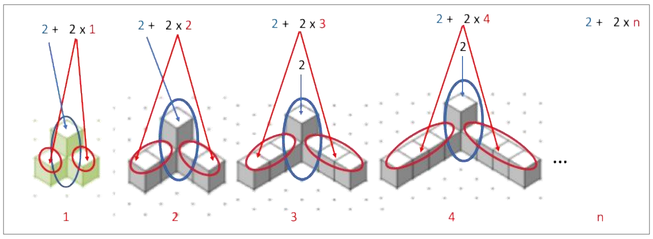


Figura 11: Descoberta visual do termo geral da sequência (Acervo o estudo)

A Figura 12 mostra as diferentes sequências construídas, assim como as diversas expressões obtidas para o termo geral. Os estudantes (B) que propuseram a última sequência, apesar de terem tentado chegar a uma resposta, não conseguiram ir além de uma tentativa de construção dos primeiros termos da sequência. Essa expressão não é acessível para a maior parte desses estudantes, visto que não envolve um padrão linear.

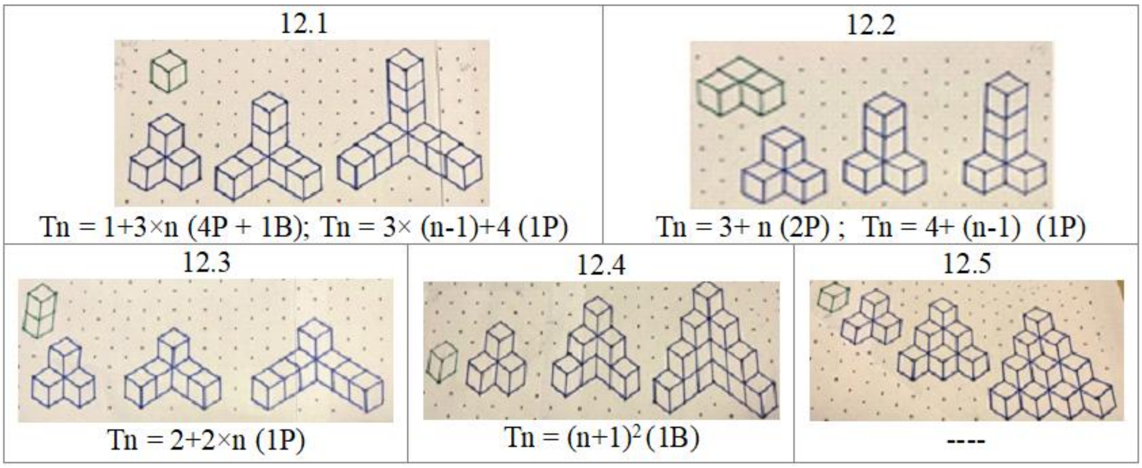


Figura 12: Sequências construídas e respetivos termos gerais apresentados (Acervo o estudo)

Nota-se que há sequências (12.1; 12.2) que apresentam mais do que uma expressão geral. Essa questão decorre do fato de que cada estudante, ao analisar a mesma expressão, interpreta sua formação de modos diferentes ao longo da sequência. É importante salientar esse aspecto aos estudantes, sobretudo aos mais novos, ressaltando que, embora as expressões sejam diferentes, elas são equivalentes, pois permitem obter o mesmo número de cubos (Quadro 2).

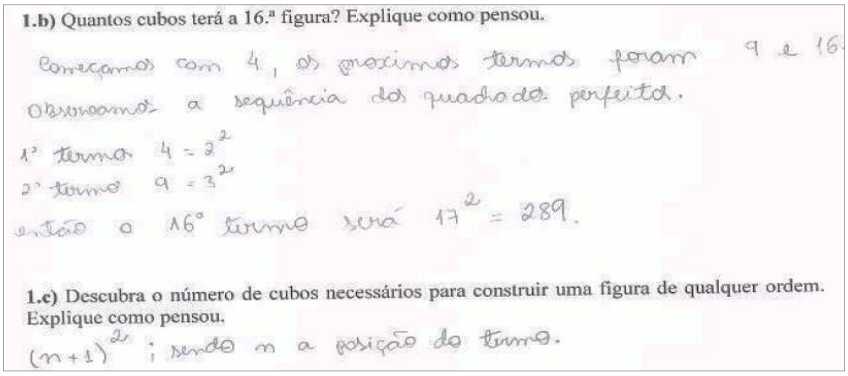
Quadro 2: Equivalência de expressões

$3\times(n-1)+4 = 3\times n-3+4 = 3\times n+1 = 1+3\times n$	$4+(n-1) = 4+n-1 = 3+n$

Fonte: Elaboração própria

Também é possível, nessas questões, identificar as dimensões da criatividade. A fluência é visível, posto que surgiram vários tipos de resoluções e expressões gerais. A flexibilidade foi identificada mais em algumas resoluções do que em outras. Alguns estudantes determinaram os termos por um processo e confirmaram por outro (Figura 9B). Além disso, nas suas resoluções, os estudantes recorreram a diferentes representações, sobretudo palavras, expressões numéricas e algébricas. Nas diversas resoluções, não se conseguiu identificar alguma que tenha sido original, sendo utilizadas, em ambos os países, abordagens bastante similares.

O grupo (B) que construiu a sequência 12.4 respondeu às duas questões sem suporte visual. Esse é um exemplo de uma resolução puramente analítica. Transformaram a sequência de cubos na equivalente numérica: 4, 9, 16, 25, ... e constataram que havia uma sequência de quadrados perfeitos, na qual cada termo era o quadrado do número do termo da sequência mais 1. Assim, concluíram de imediato que o 16.º termo teria 17^2 cubos, ou seja, 289. Utilizando uma resolução analítica, recorreram a palavras e a expressões numéricas e conseguiram generalizar e obter a expressão geral $(n+1)^2$ (Figura 13).


1.b) Quantos cubos terá a 16.ª figura? Explique como pensou.

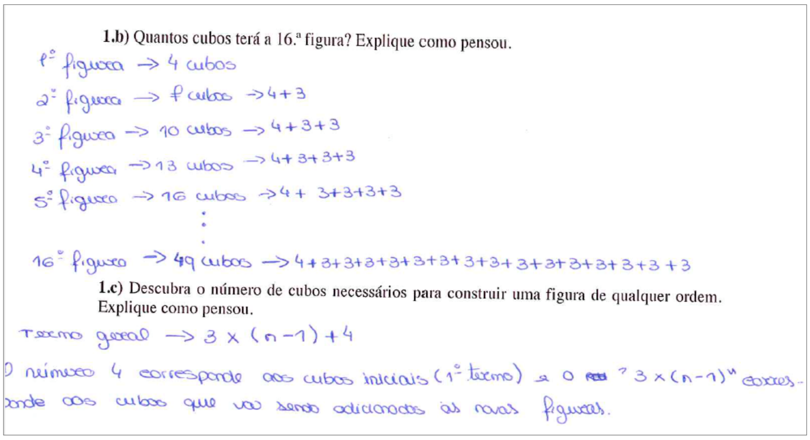
Começamos com 4, os proximos termos foram 9 e 16
Observamos a sequência dos quadrados perfeitos.
1º termo $4 = 2^2$
2º termo $9 = 3^2$
então o 16º termo será $17^2 = 289$.

1.c) Descubra o número de cubos necessários para construir uma figura de qualquer ordem. Explique como pensou.

$(n+1)^2$; sendo n a posição do termo.

Figura 13: Uma resolução analítica (Acervo o estudo)

Um dos grupos (P) que construiu a sequência 12.1 respondeu às duas questões com suporte visual. Para isso, elaboraram uma lista organizada com os termos e o número de cubos, identificando o número desses que iam acrescentando à medida que avançavam na sequência. Verificaram, por exemplo, que o 3º termo tinha 10 cubos, resultado de 4+3+3+3. Essa abordagem é considerada uma resolução visual, na qual as expressões traduzem o modo de ver a formação da sequência, sendo essa a estratégia principal para chegar à solução. A generalização decorre de imediato da análise da lista (Figura 14).


1.b) Quantos cubos terá a 16.ª figura? Explique como pensou.

1º figura → 4 cubos
2º figura → 7 cubos → 4+3
3º figura → 10 cubos → 4+3+3
4º figura → 13 cubos → 4+3+3+3
5º figura → 16 cubos → 4+ 3+3+3+3
⋮
16º figura → 49 cubos → 4+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3

1.c) Descubra o número de cubos necessários para construir uma figura de qualquer ordem. Explique como pensou.

Termo geral → $3 \times (n-1)+4$

O número 4 corresponde aos cubos iniciais (1º termo) e o "$3 \times (n-1)$" corresponde aos cubos que vão sendo adicionados às novas figuras.

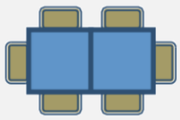
Figura 14: Uma resolução visual (Acervo o estudo)

Observa-se, em seguida, o desempenho dos estudantes (B e P) na Tarefa 2.

Quadro 3: Enunciado da 2ª Tarefa

Resolva o seguinte problema:

O Manuel e o seu pai estão a preparar as mesas para a sua festa de aniversário. Começaram por juntar as mesas, colocando-as lado a lado. As mesas são quadradas e em cada um dos seus lados pode apenas ficar sentada uma pessoa. Por exemplo, ao juntar duas mesas, o Manuel verificou que poderia sentar 6 dos seus colegas, como se observa na figura.



Educação Matemática Debate
v. 9, n. 17, p. 1,23, 2025

a) Quantas pessoas podem sentar-se em 55 mesas juntas da forma descrita? Explique como pensou.
b) Tendo em conta esta disposição de mesas, será possível sentar 71 pessoas sem deixar nenhum lugar vazio? Explique como pensou.
c) Como faria para calcular o número de pessoas que se podem sentar num determinado número de mesas? Explique como pensou.

Fonte: Elaboração própria

A segunda tarefa se insere no âmbito da resolução de problemas, em que a descoberta de padrão é a estratégia por excelência para a sua resolução. Essa tarefa tem o mesmo objetivo da anterior: chegar à generalização. Entretanto, a construção da sequência que permite alcançar a regra geral deve ser realizada pelos estudantes, o que a torna de nível cognitivo elevado para a maior parte deles. Os estudantes podem também chegar à generalização recorrendo a processos mais analíticos, como os conhecimentos de progressões aritméticas. Nesse caso, o processo torna-se mais simples depois de identificar o primeiro termo e a razão da progressão.

Essa tarefa, assim como a anterior, pode ser aplicada em vários anos de escolaridade, com eventuais adaptações. De modo geral, nas três questões, observou-se um desempenho globalmente superior nos dois países em comparação com a Tarefa 1: 80% (B), apenas dois grupos não resolveram corretamente (um não realizou a tarefa e outro resolveu incorretamente); e 77% (P) tiveram sucesso. Nessa tarefa, foi interessante notar a diferença de abordagens adotadas pelos estudantes nos dois países.

As estratégias utilizadas pelos estudantes foram variadas, abrangendo desde resoluções mais visuais a analíticas e mistas, recorrendo a palavras e a expressões aritméticas e algébricas. No caso das resoluções brasileiras, apenas um grupo (B) (Figura 15) apresentou uma resolução visual para a questão (2a). No entanto, também elaboraram uma resolução analítica, sugerindo o uso de uma expressão para calcular um termo de uma progressão aritmética. Nesse processo, cometeram uma falha no uso da fórmula, pois o resultado esperado era 54, mas obtiveram 55.

A ordem das duas resoluções permite inferir que os estudantes resolveram a tarefa pelo processo mais conhecido ou com o qual se sentiam mais confortáveis e, somente depois, recorreram a uma abordagem visual.

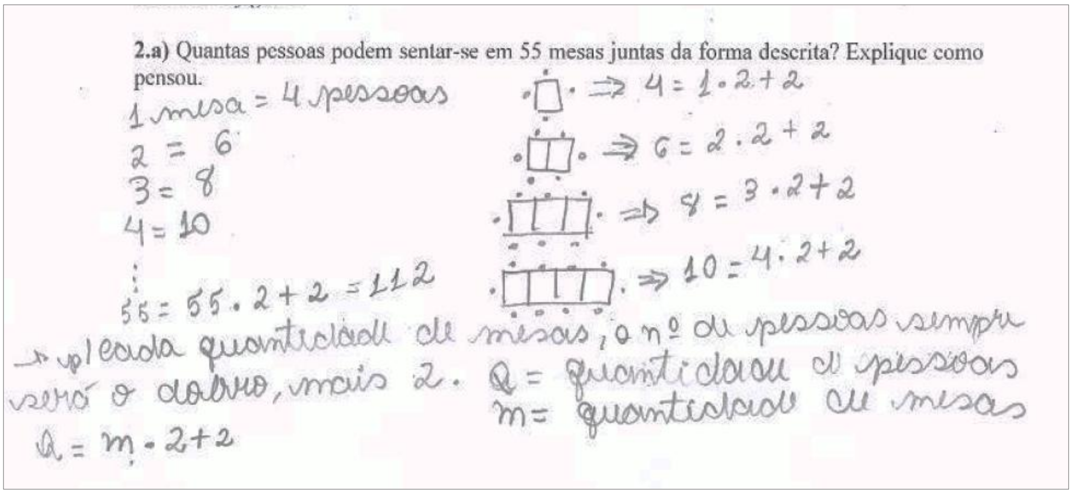
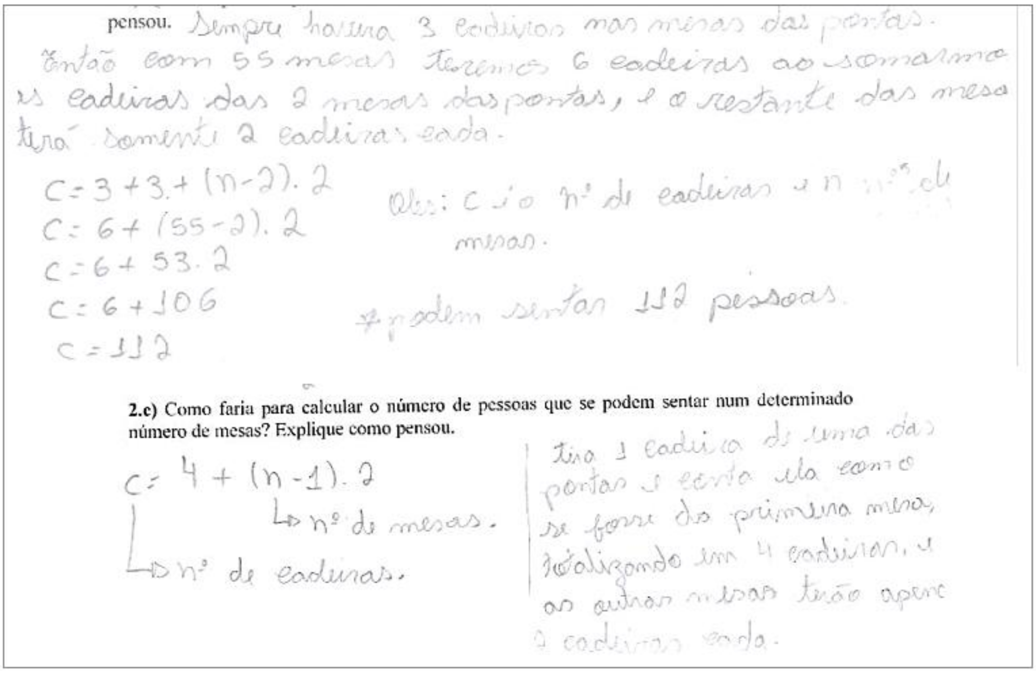


Figura 15: Resolução visual de um grupo (B) (Acervo o estudo)

A Figura 16 apresenta uma resolução comum dos grupos (B) em que recorreram a progressões aritméticas ($u_n=4+(n-1)\times2$), tanto para determinar a alínea a) como a alínea c). Tal como aconteceu na Tarefa 1, nessa tarefa, muitos grupos responderam à questão 2a) procurando, de forma mais ou menos explícita, a expressão geral que era solicitada em 2c).

Para a questão 2b), a maior parte dos estudantes (B e P) descobriu que a sequência das cadeiras (ou pessoas) corresponde a números pares. Com base nisso, responderam de imediato que, por 71 ser um número ímpar, não seria possível cumprir a condição. Alguns grupos recorreram a palavras, explicando o que poderia acontecer (Figura 17).


pensou. Sempre haverá 3 cadeiras nas mesas das pontas. Então com 55 mesas teremos 6 cadeiras ao somarmos as cadeiras das 2 mesas das pontas, e o restante das mesa terá somente 2 cadeiras cada.

C = 3 + 3 + (n-2).2
C = 6 + (55-2).2
C = 6 + 53.2
C = 6 + 106
C = 112

Obs: C é o nº de cadeiras e n nº de mesas.

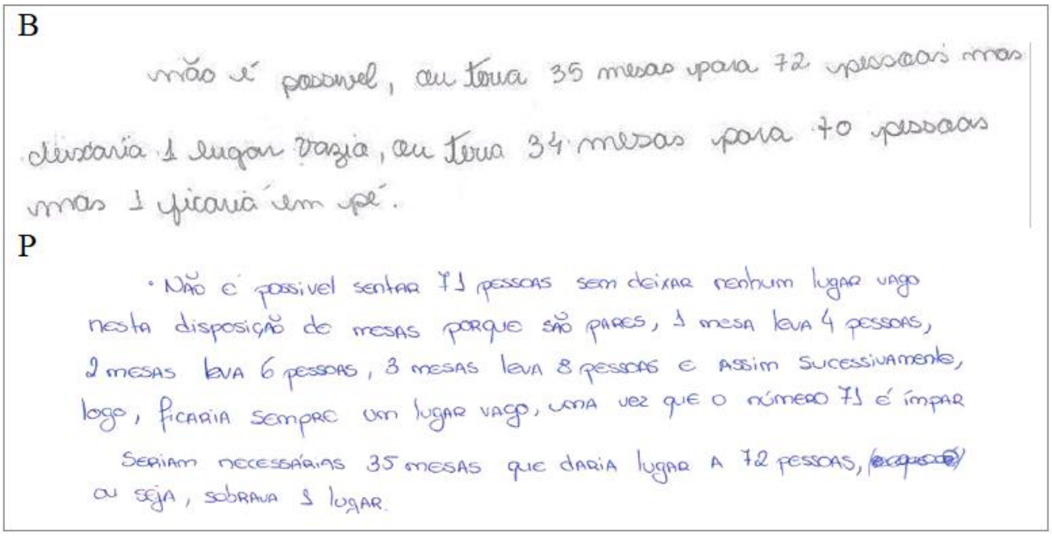
∴ podem sentar 112 pessoas.

2.c) Como faria para calcular o número de pessoas que se podem sentar num determinado número de mesas? Explique como pensou.

C = 4 + (n-1).2
→ nº de mesas.
→ nº de cadeiras.

Tiro 1 cadeira de uma das pontas e coloco ela com o da primeira mesa, totalizando em 4 cadeiras, e as outras mesas terão apena 2 cadeiras cada.

Figura 16: Resoluções analíticas (B) (Acervo o estudo)


B

não é possível, ou teria 35 mesas para 72 pessoas mas deixaria 1 lugar vazio, ou teria 34 mesas para 70 pessoas mas 1 ficaria em pé.

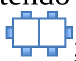
P

• Não é possível sentar 71 pessoas sem deixar nenhum lugar vago nesta disposição de mesas porque são pares, 1 mesa leva 4 pessoas, 2 mesas leva 6 pessoas, 3 mesas leva 8 pessoas e assim sucessivamente, logo, ficaria sempre um lugar vago, uma vez que o número 71 é ímpar

Seriam necessárias 35 mesas que daria lugar a 72 pessoas, ~~(ocupadas)~~ ou seja, sobrava 1 lugar.

Figura 17: Resolução 2b verbal de dois grupos (Acervo o estudo)

Contudo, houve estudantes que recorreram à explicação, utilizando a expressão geral por meio de expressões algébricas (B), tentativas (P) ou justificações visuais (P) (Figura 18).

Como referido, a maior parte dos estudantes resolveu a alínea 2c) por meio de justificação verbal baseada na análise da figura, chegando à expressão da generalidade mais comumente apresentada, Tn = 2+2n. Outros estudantes, como já mencionado, recorreram às progressões aritméticas, obtendo a expressão u_n =4+(n-1)×2. Alguns consideraram o termo da sequência a imagem dada ; outros consideraram a imagem dada como o 2º termo da sequência, pelo que desenharam o 1º termo . Contudo, houve um grupo (P) que apresentou outra expressão geral, Tn = 6 + (n-2)×2 (Figura 19, transcrita do original pois não apresentava qualidade legível). Ao identificar o padrão, o grupo fez uma generalização aritmética para responder à questão 2a e, em seguida, uma generalização algébrica para responder à questão

2c).

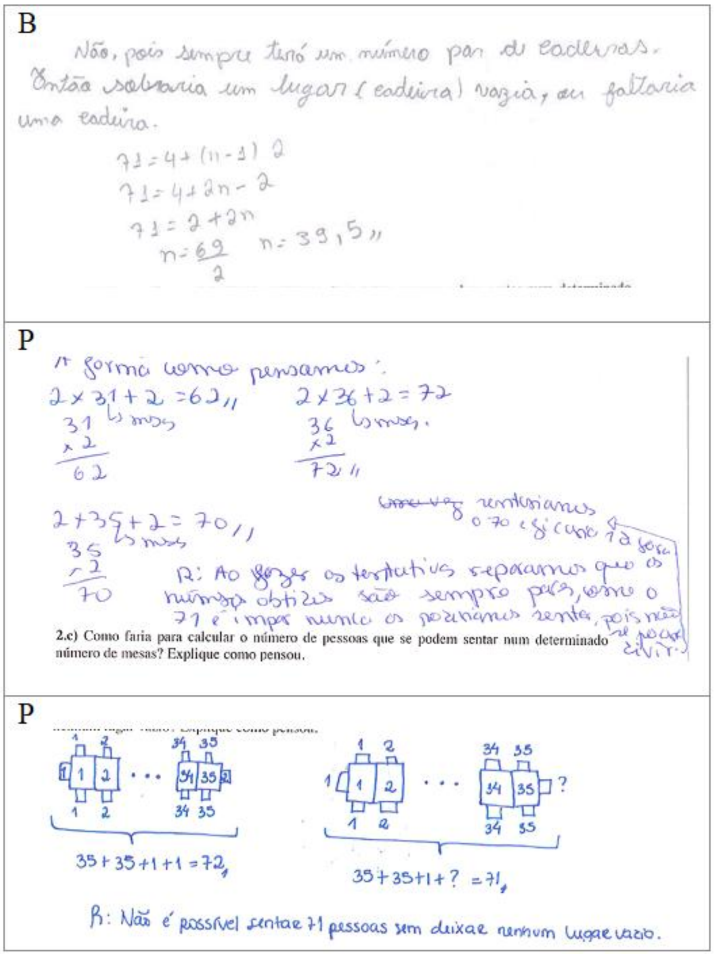


Figura 18: Resoluções analíticas (expressões algébricas B e expressões aritméticas P) e resolução visual (desenhos P) (Acervo o estudo)

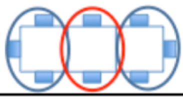
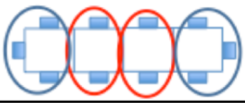
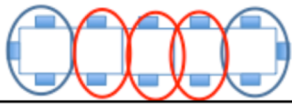
#Mesas		#Pessoas
2		6 =3+3
3		8 =3+3+2 = 6+2
4		10=3+3+4 = 6+2+2
5		12=3+3+6 = 6+2+2+2
...		...
55		6+ **53**x2= 112
...		...
n		6+ (n-2) x2

Figura 19: Resolução visual (Acervo do estudo)

Atinente às dimensões da criatividade, a tarefa proposta estava inserida no âmbito da resolução de problemas e correspondia à fase final da sequência didática. Esta tarefa permitiu (alínea 2c)) que surgissem três tipos de expressões da generalidade e justificativas variadas, desde justificações verbais, aritméticas, algébricas e visuais, que se complementavam. Ao longo dessa tarefa, apareceram duas justificativas para a mesma questão. Assim, conclui-se que essa tarefa tem potencial para estimular a fluência dos estudantes em sua resolução, ao mesmo tempo que estimula a flexibilidade, já que eles recorreram a diferentes modos de pensar para resolver uma mesma tarefa. Destaca-se, ainda, uma resolução (Figura 19) considerada original, por ter sido a única expressão da generalidade diferente que surgiu. Essa expressão foi construída com o uso de uma tabela e, por meio da análise visual das sequências, os estudantes conseguiram obter a expressão pretendida.

7 Considerações finais

Quando os estudantes ingressam na escola, trazem consigo um grande potencial em áreas como a visualização, imaginação, generalização e modos de expressão (Arcavi, 2003; Presmeg, 1986; Rivera, 2016; Vale, Pimentel e Barbosa, 2018). Para que esses jovens não aprendam apenas um conjunto de técnicas matemáticas, mas também desenvolvam uma compreensão do que está por trás dessas técnicas, é essencial que tenham a oportunidade de explorar formas mais naturais de compreender e resolver problemas matemáticos. Essa abordagem permite, também, apreciar e ter gosto pela Matemática. Nesse contexto, é fundamental que o professor fomente essas habilidades de diferentes modos, ajustando as aptidões naturais de cada um. Assim, o professor deve estar atento e utilizar diversas abordagens que possibilitem a exploração desse potencial em cada estudante, bem como em cada tarefa que propõe.

O estudo analisou a criatividade de futuros professores portugueses e brasileiros na resolução de tarefas centradas no pensamento algébrico em contextos figurativos, investigando o desempenho dos estudantes e as dimensões da criatividade emergentes. As conclusões refletem a análise detalhada das produções dos participantes, ancorada no enquadramento teórico apresentado. Foram implementadas duas tarefas distintas: a primeira, centrada na construção de uma sequência de crescimento e sua generalização, e a segunda, no âmbito da resolução de problemas, em que a descoberta de padrão era a estratégia por excelência para a sua resolução.

Os futuros professores portugueses e brasileiros apresentaram desempenhos distintos na resolução da primeira tarefa. Os estudantes portugueses demonstraram maior integração de estratégias visuais, utilizando a estrutura dos padrões figurativos para explorar regularidades e formular generalizações. Destacaram-se pelo uso de desenhos e diagramas na exploração desse tipo de padrão. Essa abordagem reflete a ênfase do currículo português *(Aprendizagens essenciais de Matemática para o Ensino Básico)* na utilização de representações visuais como meio para transições mais significativas entre Aritmética e Álgebra, conforme indicado por Vale e Barbosa (2019), que evidenciam o papel central da visualização no desenvolvimento do pensamento algébrico.

Por outro lado, os estudantes brasileiros evidenciaram maior dificuldade na construção de sequências visuais e apresentaram resoluções predominantemente analíticas, frequentemente relacionadas com o raciocínio recursivo. Utilizaram notação algébrica formal, procurando conexões diretas com conceitos algébricos, como descrito na BNCC (Brasil, 2017). Embora isso tenha promovido eficiência na manipulação simbólica, houve menor diversidade nas estratégias exploradas, limitando a flexibilidade do raciocínio.

Na segunda tarefa, observou-se maior proximidade nos resultados de ambos os grupos. As diferenças manifestaram-se principalmente nas estratégias utilizadas: os estudantes portugueses continuaram a privilegiar representações visuais combinadas com representações verbais, enquanto os brasileiros recorreram frequentemente a progressões aritméticas para generalizar os padrões observados, ferramenta poderosa para alcançar a expressão da generalidade, demonstrando domínio de conceitos formais, porém, menor versatilidade no uso de múltiplas representações. A análise das duas tarefas confirma a importância de promover abordagens didáticas que integrem visualização, manipulação simbólica e raciocínio funcional, de modo a fortalecer tanto o desempenho quanto a compreensão conceitual dos futuros professores (Rivera, 2016; Vale e Pimentel, 2009).

As dimensões da criatividade — fluência, flexibilidade e originalidade — emergiram de maneiras distintas nas produções dos participantes. A fluência foi demonstrada pela diversidade de resoluções apresentadas, com múltiplas abordagens para generalizar padrões, seja por meio de representações visuais, verbais ou algébricas. Ambos os grupos apresentaram resoluções variadas, mas os estudantes portugueses evidenciaram maior número de (re)soluções por tarefa, impulsionadas pelo uso de múltiplas representações — visuais, numéricas e simbólicas (Barbosa e Vale, 2015, 2022; Tripathi, 2008).

Nos estudantes portugueses, a flexibilidade destacou-se pela alternância entre diferentes formas de representação, como no uso combinado de listas organizadas e diagramas para justificar as soluções (Vale, Pimentel e Barbosa, 2018). Já nos estudantes brasileiros, a flexibilidade foi identificada na adaptação de estratégias analíticas para contextos menos estruturados, como a aplicação de progressões aritméticas para generalizar sequências figurativas. Embora menos frequente, a originalidade foi observada e as resoluções únicas foram mais evidentes nos futuros professores brasileiros que propuseram (re)soluções inovadoras ao reinterpretar os padrões figurativos de forma criativa, mesmo com a tônica na notação simbólica formal.

Esses resultados corroboram a literatura que associa a criatividade matemática à exploração de múltiplas representações e ao pensamento divergente, como defendido, por exemplo, por Leikin e Guberman (2023) e Vale e Barbosa (2024).

O estudo realizado realça a importância de integrar a visualização e a exploração de múltiplas representações na formação de futuros professores. É possível identificar que o foco na visualização em Portugal promove uma compreensão mais robusta das regularidades e generalizações algébricas, transversal a todos os níveis de ensino. O uso da notação simbólica no Brasil favorece o desenvolvimento de habilidades formais desde cedo, contribuindo para maior compreensão das representações analíticas.

Desse modo, uma abordagem híbrida pode potenciar a criatividade e o desempenho dos futuros professores, equilibrando fluência, flexibilidade e originalidade no pensamento algébrico (Leikin, 2009; Leikin e Guberman, 2023; Pitta-Pantazi, Sophocleous e Christou, 2013; Silver, 1997; Vale, Pimentel e Barbosa, 2018).

Nota
A revisão textual (correções gramatical, sintática e ortográfica) deste artigo foi custeada com verba da *Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais* (Fapemig), pelo auxílio concedido no contexto da Chamada 8/2023.

Referências

ARCAVI, Abraham. The role of visual representations in the learning of Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, v. 52, n. 3, p. 215-241, 2003. https://doi.org/10.1023/A:1024312321077

BARBOSA, Ana; VALE, Isabel. As representações: escolhas eficazes na resolução de problemas. *Educação e Matemática*, n. 166, p. 19-24, 2022.

BARBOSA, Ana; VALE, Isabel. Visualization in pattern generalization: potential and challenges. *Journal of the European Teacher Education Network*, v. 6, n. 2, p. 23-35, 2015.

BLANTON, Maria; BRIZUELA, Bárbaras M.; STEPHENS, Ana; KNUTH, Eric; ISLER, Isil; GARDINER, Angela Murphy. Implementing a framework for Early Algebra. In: KIERAN, Carolyn (Ed.). *Teaching and learning algebraic thinking with 5- to 12-year-olds: the global evolution of an emerging field of research and practice*. Springer, 2018, p. 27-49. https://doi.org/10.1007/978-3-319-68351-5_2

BLANTON, Maria; KAPUT, James. Characterizing the nature of algebraic thinking in the early grades: the case of equivalence. In: ROMBERG, Thomas; CARPENTER, Thomas; DREMOCK, Fae (Ed.), *Understanding Mathematics and Science Matters*. London: Lawrence Erlbaum Associates, 2005, p. 57-70.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Base Nacional Comum Curricular*: Educação Infantil e Ensino Fundamental. Brasília: MEC/SEB, 2017.

BRUNER, Jerome. *Toward a theory of instruction.* Cambridge: Harvard University Press, 1966.

CAMPOS, Mylena Simões; GUALANDI, Jorge Henrique. A generalização de padrões matemáticos na Educação Básica: uma pesquisa bibliográfica. *Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Matemática*, v. 7, n.1, p. 226-254, 2024. https://doi.org/10.5335/rbecm.v7i1.15166

CAMPOS, Mylena Simões; GUALANDI, Jorge Henrique. Os reflexos de uma oficina na mudança das concepções de professores: um estudo no contexto dos materiais manipuláveis. *Educação Matemática Debate*, v. 4, n. 10, p. 1-22, 2020. https://doi.org/10.46551/emd.e202059

DREYFUS, Tommy. Advanced mathematical thinking processes. In: TALL, David. (Ed.). *Advanced Mathematical Thinking.* Dordrecht: Springer, 2002, p. 25-41.

ERICKSON, Fredrick. Qualitative methods in research on teaching. In: WITTROCK, Merlin. (Ed). *Handbook of research on teaching.* Nova York: MacMillan, 1986, p. 119-161.

GUALANDI, Jorge Henrique. *Investigações matemáticas com grafos para o Ensino Médio.* 2012. 117f. Dissertação (Mestrado em Ciências e Matemática). Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais. Belo Horizonte.

KAPUT, James. *Teaching and learning a new Algebra with understanding.* North Dartmouth: University of Massachusetts Dartmouth, 2000.

KIERAN, Carolyn. Learning and teaching algebra at the Middle School through college levels: building meaning for symbols and their manipulation. In: LESTER JR., Frank (Ed.). *Second handbook of research on Mathematics teaching and learning.* Charlotte: Information Age Publishing, 2007, p. 707-762.

LEIKIN, Roza. Exploring mathematical creativity using multiple solution tasks. In: LEIKIN, Roza; BERMAN, Abraham; KOICHU, Boris. (Ed.). *Creativity in Mathematics and the Education of gifted students.* Rotterdam: Sense Publishers, 2009, p. 129-145.

LEIKIN, Roza; GUBERMAN, Raisa. Creativity and challenge: task complexity as a function of insight and multiplicity of solutions. In: LEIKIN, Roza (Ed.). *Mathematical challenges for all*. Cham: Springer, 2023, p. 325-342.

MATTESON, Shirley Marie. *The effects of multiple representations on students' understanding of rational number concepts*. 2006. 325f. Dissertation (Master in Mathematics Education). University of North Carolina. North Carolina.

MIELICKI, Marta; FITZSIMMONS, Charlies; WOODBURY, Lauren; MARSHAL, Hannah; ZHANG, Dake; RIVERA, Ferdinand; THOMPSON, Clarissa. Effects of figural and numerical presentation formats on growing pattern performance. *Journal of Numerical Cognition*, v. 7, n. 2, p. 125-145, 2021.

NCTM — National Council of Teachers of Mathematics. *Principles to actions:* ensuring mathematical success for all. Reston: NCTM, 2014.

OECD — Organization for Economic Co-operation and Development. *The future of Education and skills. Education 2030*. Paris: OECD Publishing, 2018. https://doi.org/10.1787/54ac7020-en

PITTA-PANTAZI, Demetra; SOPHOCLEOUS, Paraskevi; CHRISTOU, Constantinos. Spatial visualizers, object visualizers and verbalizers: Their mathematical creative abilities. *ZDM* Mathematics Education, v. 45, n. 2, p. 199-213, 2013. https://dx.doi.org/10.1007/s11858-012-0475-1

PORTUGAL. Ministério da Educação. Direção-Geral da Educação. *Aprendizagens essenciais de Matemática para o Ensino Básico*. Lisboa: ME/DGE, 2021.

PRESMEG, Norma. Visualization in High School Mathematics. *For the Learning of Mathematics*, n. 6, v. 3, p. 42-46, 1986.

RIVERA, Ferdinand. *Teaching and learning patterns in school Mathematics*: psychological and pedagogical considerations. Dordrecht: Springer, 2014. https://doi.org/10.1007/978-94-007-2712-0

SILVER, Edward. Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *ZDM Mathematics Education*, v. 29, n. 3, p. 75-80, 1997. http://dx.doi.org/10.1007/s11858-997-0003-x

STACEY, Kaye. Finding and using patterns in linear generalising problems. *Educational Studies in Mathematics*, v. 20, n. 2, p. 147-164, 1989. https://doi.org/10.1007/BF00579460

STYLIANIDES, Gabriel; SILVER, Edward. Reasoning-and-proving in school Mathematics: the case of pattern identification. In: STYLIANOU, Despina; BLANTON, Maria; KNUTH, Eric. (Ed.). *Teaching and learning proof across the grades:* a K–16 perspective. Reston: NCTM, 2009, p. 235-249.

TRIPATHI, Preety N. Multiple representations: an important tool for understanding mathematical concepts. *The Mathematics Educator*, v. 13, n. 8, p. 438-445, 2008. https://doi.org/10.5951/MTMS.13.8.0438

USISKIN, Zalman. Goals of the algebra curriculum: a reaction to Martin's paper. In: HOUSE, Peggy; COXFORD, Arthur. (Ed.). *Connecting mathematics across the curriculum*: 1994 yearbook. Reston: NCTM, 1994, p. 162-168.

VALE, Isabel. Das tarefas com padrões visuais à generalização. *Atas do XX Seminário de Investigação em Educação Matemática.* Viana do Castelo, 2009, p. 35-63.

VALE, Isabel; BARBOSA, Ana. Exploring the creative potential of mathematical tasks in teacher education. *International Electronic Journal of Mathematics Education,* v. 19, n. 4, p. 1-12, 2024. https://doi.org/10.29333/iejme/15075

VALE, Isabel; BARBOSA, Ana. Pensamento algébrico: contributo da visualização na construção da generalização. *Educação Matemática Pesquisa*, v. 21, n. 3, p. 398-418, 2019. https://doi.org/10.23925/1983-3156.2019vol21i3p398-418

VALE, Isabel; BARBOSA, Ana. Visualization: a pathway to mathematical challenging tasks. In: LEIKIN, Roza. (Ed.). *Mathematical challenges for all*. Cham: Springer, 2023, p. 283-306.

VALE, Isabel; PIMENTEL, Teresa. Raciocinar com padrões figurativos. In: DOMINGOS, António; VALE, Isabel; SARAIVA, Maria; RODRIGUES, Margarida; COSTA, Maria Conceição; FERREIRA, Renata. (Ed.). *Investigação em Educação Matemática:* raciocínio matemático. Lisboa: SPIEM, 2013, p. 205-222.

VALE, Isabel; PIMENTEL, Teresa; BARBOSA, Ana. The power of seeing in problem solving and creativity: an issue under discussion. In: AMADO, Nélia; CARREIRA, Susana; JONES, Keith. (Ed.). *Broadening the scope of research on mathematical problem solving:* a focus on technology, creativity and affect. Cham: Springer, 2018, p. 243-272.

VALE, Isabel; PIMENTEL, Tesera (Coord.). *Padrões no ensino e aprendizagem da Matemática:* propostas curriculares para o Ensino Básico. ESEVC, 2009.

Yin, Robert Kuo-zuir. *Case study research:* design and methods. 4th ed. Thousand Oaks: Sage, 2009.

ZIMMERMANN, Walter; CUNNINGHAM, Steve (Ed.). *Visualization in teaching and learning mathematics.* Washington: Mathematical Association of America, 1991.