

Estimativa numérica de quantidades: um estudo de comparação entre crianças e adultos

Mariana Lima Duro¹

ORCID: 0000-0001-5492-4098

Beatriz Vargas Dorneles²

ORCID: 0000-0002-0141-9140

Resumo

O estudo acerca da estimativa numérica é pouco realizado no Brasil, embora já apresente considerável trajetória na literatura internacional. Entretanto, grande parte desses estudos estão relacionados à habilidade de realizar estimativas em crianças, desconsiderando qual seria o mais alto estágio de desenvolvimento desta habilidade, comparando com adultos. Nessa perspectiva, este estudo tem como objetivo comparar o desempenho da estimativa numérica de quantidades discretas, para diferentes formas de apresentação de estímulos, entre crianças, estudantes do 2º ao 6º ano escolar (de uma escola pública e uma privada) com o desempenho de estudantes adultos do ensino médio (Proeja) e do ensino superior em licenciatura em matemática. Para isso, foi realizado um estudo transversal quantitativo, a partir do cálculo da precisão relativa apresentada pelos estudantes em um Teste de Estimativa Numérica de Quantidades (TENQ). Os resultados indicaram que as crianças de 2º e 3º ano são capazes de realizar estimativas tal como os adultos do ensino médio, em grande parte das tarefas. Entretanto, os alunos do ensino superior apresentaram melhor desempenho que os demais alunos dos níveis escolares analisados, em todas as tarefas do teste. A partir disso, sugere-se que a estimativa numérica de quantidades seja uma habilidade que pode ser desenvolvida e aprimorada ao longo de toda a vida, inclusive, na idade adulta. No âmbito da Educação Matemática, observa-se que tanto as crianças quanto os adultos não são precisos em suas estimativas, embora seja reconhecida a importância dessa habilidade para o desempenho matemático simbólico, a partir do reconhecimento das magnitudes numéricas.

Palavras-chave

Estimativa numérica de quantidades – Desenvolvimento matemático – Estimativa em adultos.

1- Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul (IFRS). Canoas, Rio Grande do Sul. Brasil. Contato: profmariaduro@yahoo.com.br.

2- Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Porto Alegre, Rio Grande do Sul. Brasil. Contato: bvdornel@terra.com.br.



DOI: <http://dx.doi.org/10.1590/S1678-4634201945193407>

This content is licensed under a Creative Commons attribution-type BY-NC.

Discrete numerical estimation: a comparison between children and adults

Abstract

Numerical estimation is little studied in Brazil, although it has already a considerable international literature. However, most of these studies address the estimation ability of children, disregarding the higher stages of development of this ability when compared to adults. In this perspective, this study aims to compare the performance in discrete numerical estimation, for different forms of presentation of stimuli, between children, attending the 2nd to 6th grades (from public and private schools) and adult students in upper secondary education (Proeja) and higher education in mathematics. For this, we carried out a quantitative cross-sectional study based on the calculation of the relative accuracy presented by the students in a Discrete Numerical Estimation Test (DNET). The results indicated that 2nd and 3rd graders estimation skills are comparable to upper secondary adult students in most tasks. However, higher education students performed better in all tasks than the other students did. These results suggest that discrete numerical estimation is a skill that can be developed and improved throughout life, even in adulthood. In Mathematics Education, both children and adults are usually not accurate in their estimates, even though this ability is recognized as important for symbolic mathematical performance, based on the knowledge of number magnitudes.

Keywords

Discrete numerical estimation - Mathematical development - Estimation in adults.

Introdução

Historicamente, a matemática preocupa-se com a resolução de problemas de origem prática, sobretudo para satisfazer necessidades de problemas cotidianos que exigem respostas mais rápidas do que exatas. Entretanto, quando se analisam expressões como: matematicamente, exatamente ou precisamente, que ressaltam a exatidão como um atributo essencial, falar de estimativa no contexto matemático pode representar uma contradição. Ao perceber essa necessidade, a sociedade vem provocando alterações nos objetivos educacionais, entre as quais ler, escrever e calcular passaram a não ser mais suficientes, enfatizando o desenvolvimento do cálculo mental e, eventualmente, da estimativa. Neste estudo, buscou-se constatar em que fase do desenvolvimento a estimativa numérica de crianças do 2º ao 6º ano escolar pode ser comparável à dos adultos.

Embora a estimativa numérica possa ser discutida sob diversos aspectos (por exemplo: cálculos aproximados, localização de números na reta numérica, comparações entre quantidades), para este estudo, focar-se-á no desenvolvimento da habilidade de Estimativa Numérica de Quantidades discretas em um conjunto (ENQ) desde os anos

iniciais do ensino fundamental até o ensino superior. Ou seja, na capacidade de identificar um número cardinal que represente determinada quantidade de elementos, sem que sejam contados. Justifica-se a escolha desse tipo de tarefa por perceber que ela reduz a quantidade de conhecimentos específicos exigidos, que não a própria quantificação e, por isso, possa ser melhor analisada quanto às suas contribuições para o desenvolvimento matemático dos sujeitos. Também, sugere-se que os testes de ENQ podem ser mais confiáveis que o de outras tarefas de estimativa numérica pela familiaridade das crianças, e também dos adultos, com tarefas de quantificação. Observa-se ser comum nas escolas brasileiras atividades de representação numérica a partir da comparação do símbolo numérico à sua quantidade, desde os primeiros anos escolares.

Tendo em vista esses aspectos, neste artigo pretende-se identificar e analisar: a) em que momento do desenvolvimento a precisão na estimativa das crianças é comparável à dos adultos; e b) para quais tarefas (diferentes escalas, diferentes densidades, com ou sem matriz de referência) a precisão na estimativa das crianças é comparável à dos adultos. Ou seja, buscou-se compreender em que período do desenvolvimento o grau de precisão das crianças compara-se com o dos adultos ao realizarem estimativas numéricas de quantidades discretas.

Nesta pesquisa, chamar-se-ão de adultos estudantes do Ensino Médio na modalidade Proeja (Programa Nacional de Integração da Educação Profissional com a Educação Básica na Modalidade de Educação de Jovens e Adultos) e estudantes do Ensino Superior em Licenciatura em Matemática. Então, definem-se adultos todos os sujeitos, maiores de 18, tal como a legislação vigente no Brasil considera, não delimitando idade máxima. Para caracterizar as crianças, considera-se o *Estatuto da Criança e do Adolescente* (ECA) (BRASIL, 1990), o qual indica que a adolescência inicia aos 12 anos de idade, faixa etária limite da nossa amostra de estudantes do 2º ao 6º ano escolar, que variam, em sua maioria, de 7 a 12 anos de idade (excetuando-se alunos mais velhos que se encontram fora da faixa etária estipulada para seu ano escolar). Entretanto, para fins de facilitar a comunicação escrita, manter-se-ão apenas dois grupos distintos de referência: adultos e crianças.

Ao considerar que as quantidades a serem estimadas foram apresentadas de diferentes maneiras aos sujeitos, teve-se por hipótese que, para todos os diferentes modos de apresentação dos estímulos, os sujeitos mais velhos seriam mais precisos que os mais novos, sendo esse desenvolvimento demonstrado por níveis de precisão vinculados à etapa escolar. E, tendo em vista as habilidades matemáticas formais já desenvolvidas na idade adulta, adultos estudantes do ensino médio e do ensino superior teriam desempenho semelhante e comparável aos dos estudantes do 6º ano escolar, já que é nesse período que a literatura mostra evidências de que as crianças já têm as habilidades necessárias para realizar estimativas com precisão.

Este estudo integra um projeto mais abrangente, intitulado *Diversidade na aprendizagem da matemática inicial: a compreensão da estimativa numérica* (Plataforma Brasil e Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, sob o número 31575913.6.0000.5347). O projeto tem como proposta o estudo da diversidade na aprendizagem da matemática, no que se refere à compreensão da estimativa numérica em diferentes grupos de alunos.

Referencial teórico

Para ser competente matematicamente, além de compreender relações entre quantidades, é preciso dominar a matemática simbólica, começando pelos números e suas relações, sendo a função básica dos números a representação dessas quantidades. Na literatura existente acerca do tema, tem se sugerido uma relação significativa entre a habilidade de realizar estimativas e os conhecimentos matemáticos posteriores, em especial, com as habilidades para realização de operações aritméticas (BOOTH; SIEGLER, 2006; SCHNEIDER; GRABNER; PAETSCH, 2009; SIEGLER; MU, 2008). Sabe-se que a matemática simbólica é uma capacidade exclusivamente humana. Entretanto, mesmo que totalmente abstrata, a realização de estimativas não depende do aprendizado de um sistema simbólico, embora possa se estender para julgamentos cada vez mais exatos quando o sistema simbólico se encontra disponível (ANTELL; KEATING, 1983; STARKEY; COOPER, 1980; XU; SPELKE, 2000).

Para exemplificar a relação entre o conhecimento matemático e a estimativa numérica, Reys (1986) observou que crianças que realizavam estimativas com maior precisão tinham melhores habilidades de compreensão de valor posicional, cálculo mental, tolerância para errar, compreensão das propriedades aritméticas, confiança na sua resposta e variabilidade no uso de estratégias. Levine (1982) observou que a capacidade quantitativa, de raciocínio e de cálculo também estavam fortemente relacionadas à habilidade de realizar estimativas. Além desses motivos, a importância da estimativa é explicitada por seu uso contínuo e cotidiano. Saber realizá-la requer ir muito além da aplicação mecânica de procedimentos, exigindo estratégias flexíveis e contextuais, que sejam adequadas a cada situação apresentada.

Na mesma perspectiva, Siegler e Booth (2005) ressaltam que alguns estudos acerca das dificuldades em estimativa numérica apontam para limitações de compreensão conceitual, de habilidades de componentes (tais como a contagem e a aritmética) e de memória de trabalho. Ou seja, crianças e adultos que realizam estimativas com precisão tendem a ter melhor entendimento conceitual, melhor contagem e habilidade aritmética e maior capacidade de memória de trabalho do que aqueles que realizam estimativas com menor precisão.

Entretanto, é consenso entre os pesquisadores que as pessoas não realizam estimativas com precisão. Um dos motivos para o conhecimento limitado sobre a estimativa pode ser explicado pela diversidade de tarefas que a envolvem. Por exemplo, realizar estimativa da população de um país, calcular o produto aproximado de dois fatores e a velocidade de um carro em movimento têm pouco em comum, exceto o fato de a resposta ser dada por estimativa (BOOTH; SIEGLER, 2006). Essa diversidade ainda se estende para a quantidade de estratégias possíveis de resoluções, para os níveis de dificuldade das tarefas e para os padrões de desenvolvimento que podem ser encontrados na literatura.

Observa-se que os estudos acerca de estimativa numérica têm aumentado nas últimas três décadas, porém nas décadas de 80, 90 e no início dos anos 2000 estavam voltados a compreender o processamento de comparação entre quantidades de itens, identificando grupos com mais ou menos quantidade (STARKEY; COOPER, 1980; ANTELL; KEATING, 1983; WYNN, 1992; DEHAENE, 1997; XU; SPELKE, 2000). Considera-se que estudos desse tipo envolvem outras habilidades que não a de estimativa numérica e que podem estar estritamente relacionadas à capacidade perceptiva em uma observação puramente contínua (densidade, por exemplo) e não discreta dos elementos.

Poucos estudos preocuparam-se em discutir a estimativa numérica de itens, considerando a magnitude numérica dos conjuntos (LUWEL et al., 2000; HUNTLEY-FENNER, 2001; LEMAIRE; LECACHEUR, 2007; OBERSTEINER et al., 2014). Na sequência, os últimos estudos acerca de estimativa numérica vêm discutindo a estimativa de posicionamento de números na reta numérica (BOOTH; SIEGLER, 2006; EBERSBACH et al., 2008; PEETERS; VERSCHAFFEL; LUWEL, 2017), que também está relacionado às habilidades numéricas, mas que difere em termos de requisitos necessários para sua realização. Dessa forma, o estudo de estimativa numérica de quantidades discretas é um campo de pouca exploração, em especial, nos últimos anos.

Na literatura, o Senso Numérico (SN) é apresentado como uma capacidade que está relacionada à habilidade numérica das pessoas. Dessa forma, a estimativa numérica deveria ser considerada parte integrante do SN. Entretanto, não há consenso sobre a origem do SN: a neuropsicologia indica que o SN é uma capacidade inata (DEHAENE, 1997), ao contrário, a perspectiva construtivista afirma que o SN é construído e progressivamente organizado internamente (CORSO; DORNELES, 2012).

Considera-se que a habilidade de realizar ENQ vai além do SN, no sentido que Dehaene (1997) propõe, e pode se desenvolver com a idade e com a experiência educacional e cultural, permitindo o avanço dessa habilidade conforme o desenvolvimento do sistema simbólico (HALBERDA; FEIGENSON, 2008). Justifica-se esse posicionamento, indicando que a maneira de quantificar itens a partir da escrita ou da fala é bastante diferente entre os grupos culturais (OPFER; SIEGLER, 2012) e que ela proporciona a base para a maior parte do pensamento matemático formal.

Ao considerar os estudos acerca do desenvolvimento da estimativa numérica de quantidades, Huntley-Fenner (2001) avaliou a capacidade de 15 crianças (de 5 a 7 anos) e de adultos em realizar estimativas de quantidades de itens (5, 7, 9 e 11) distribuídos aleatoriamente (40 vezes cada quantidade). Os resultados indicaram que crianças e adultos têm capacidade de estimativa semelhante, exceto pelo fato de o desvio padrão das estimativas ser menor para os adultos. Entretanto, em um estudo no qual crianças realizaram a estimativa numérica de quantidades de objetos em um recipiente, Booth e Siegler (2006) identificaram que as crianças da 1ª série foram menos precisas que as da 2ª série, o que já era esperado. Porém, ao contrário, as crianças da 4ª série realizaram estimativas menos precisas que as da 3ª série. Esse resultado contradiz os achados anteriores de que a estimativa numérica é mais precisa com a idade.

Um importante achado foi realizado por Obersteiner et al. (2014) que, ao comparar o desempenho de 202 crianças da 1ª série em tarefas de estimativa numérica de quantidades entre 1 e 20 pontos, observaram que a quantidade de itens foi um forte preditor do tempo de resposta e das taxas de precisão na tarefa quando apresentados de forma aleatória, mas não quando apresentado em matriz. Entretanto, nessa segunda tarefa o desempenho foi correlacionado com o desempenho em um teste de aritmética, mesmo quando outras variáveis cognitivas foram controladas.

Quanto ao efeito da idade e do tamanho da matriz de apresentação das quantidades na precisão da estimativa das quantidades, Luwel et al. (2000) concluíram que a precisão das estimativas de alunos da 6ª série foi significativamente melhor do que dos alunos da 2ª série. Surpreendentemente, não foi observado efeito sobre o tamanho da matriz, bem

como o efeito de interação entre a idade e tamanho da matriz. Quando a estimativa de quantidades foi testada por Lemaire e Lecacheur (2007) em adultos e idosos, observou-se que ambos os grupos etários apresentaram desempenho comparável e que não houve diferenças relacionadas à idade, a não ser que os participantes mais velhos levassem mais tempo do que os jovens adultos para fornecer suas estimativas. Os pesquisadores sugeriram que as tarefas de estimativa de quantidades possam envolver processos cognitivos específicos que são pré-simbólicos e invariantes com a idade adulta.

Método

Esta pesquisa adotou uma abordagem quantitativa, no intuito de comparar a interação entre as variáveis, considerando os grupos de amostra. Participaram da pesquisa um total de 730 sujeitos, crianças e adultos, estudantes de instituições públicas e de uma escola privada, pertencentes à região metropolitana de Porto Alegre/RS. Os critérios para seleção das escolas foram o fato de terem alunos estudantes das etapas escolares pertinentes para pesquisa (alunos do 2º ao 6º ano do ensino fundamental e adultos do ensino médio e superior).

A escolha dos anos escolares das crianças desta amostra deu-se, em limite inferior (2º ano), pelo fato de as crianças já terem sido apresentadas às centenas, sendo capazes de reconhecer e compreender as magnitudes numéricas até 100. Em limite superior (6º ano), a escolha deu-se pelo fato de que, por hipótese, nessa etapa as crianças já possuíam conhecimentos matemáticos suficientes para realizar estimativas com grau de precisão dos adultos. A escolha por adultos em escolarização teve em vista evitar possibilidade da interferência do tempo de afastamento da escola na habilidade de realizar estimativas.

Amostra

Foi realizado um estudo transversal, com uma amostra de 730 estudantes do 2º (N=116), 3º (N=127), 4º (N=94), 5º (N=163) e 6º (N=176) ano escolar e estudantes adultos provenientes do ensino médio da educação de jovens e adultos (Proeja - N=29) e do ensino superior em licenciatura em matemática (N=25). Esses estudantes formavam a população de três escolas: uma escola pública municipal (N=389) e uma escola privada (N=287), onde estudavam as crianças, ambas na cidade de Porto Alegre/RS, e uma instituição pública federal de ensino médio e superior (N=54), onde estudavam os adultos, da região metropolitana de Porto Alegre/RS.

Instrumento de coleta de dados

Como não há relatos de um teste que avalie o desempenho em estimativa numérica de quantidades de acordo com a precisão relativa (PR) individual e considerando as mesmas variáveis deste estudo, o instrumento foi estruturado e organizado pelas pesquisadoras. O Teste de Estimativa Numérica de Quantidades (TENQ) contém 64 tarefas e avalia a habilidade do sujeito de realizar estimativas numéricas da quantidade de itens em um conjunto discreto, considerando o tempo destinado para tal, de forma a impedir

a contagem os itens. Em geral, as tarefas consistem em quantificar conjuntos de pontos apresentados em diferentes quantidades, de mesma cor (preta) e de mesmo tamanho.

Para atingir os objetivos a que se propõe, observou-se a necessidade de contemplar diferentes intervalos numéricos (escalas), representados pelas diferentes matrizes (10x1, 10x2 e 10x10), pressupondo diferentes níveis de dificuldade, considerando-se que a habilidade de realizar estimativas é processual e ocorre de forma gradual. Na literatura apresentada, há indícios de que as estratégias e a precisão na realização de estimativa variam com o formato de apresentação, com o fato de conhecer ou desconhecer o número máximo de pontos em cada matriz (intervalo de valores possíveis) e com a distribuição dos itens na grade, que podem apresentar maior (mais aglomerados) ou menor (mais espaçados) densidade. Essas variáveis específicas do instrumento são, então, detalhadas:

Escala: uma maneira de representar quantidades é a utilização de grades (matrizes) que organizam os itens em grupos. A escala 10 (E10) corresponde a uma grade com uma única linha, contendo 10 quadrados brancos (matriz 10x1), a escala 20 (E20) corresponde a uma grade com duas dessas linhas (matriz 10x2) e, finalmente, a escala 100 (E100) é uma grade com 10 linhas, totalizando 100 quadrados brancos. Essas matrizes são preenchidas com círculos pretos (apenas um por quadrado branco), distribuídos nesses espaços. Os itens também foram apresentados de modo aleatório (AL), sem auxílio da matriz. Ou seja, as mesmas quantidades de círculos pretos foram apresentadas aos participantes apenas espalhados na tela projetada, sem que estivessem distribuídos em uma matriz de quadrados, então, sem qualquer referência.

Densidade: outra maneira de avaliar a precisão das estimativas foi quanto à forma de distribuição dos itens na matriz. Ou seja, as mesmas quantidades foram apresentadas de duas maneiras: com itens aglomerados (A) lado a lado, preenchendo os quadrados vazios sequencialmente, sem deixar espaços vazios entre eles, até completar a quantidade total de itens a ser estimado; ou com itens espaçados (E), de modo que estivessem aleatoriamente distribuídos na matriz, podendo existir quadrados vazios entre outros preenchidos por pontos.

Conhecimento do valor máximo: também importante para compreender o desenvolvimento da estimativa, testou-se se ter o máximo de pontos da matriz conhecido (MC) influenciaria em estimativas mais precisas quando comparadas às estimativas realizadas quando o máximo de pontos fosse desconhecido (MD), mesmo que distribuídos em uma matriz de tamanho fixo. Ou seja, em um primeiro momento os estudantes foram convidados a estimar as quantidades não sabendo o máximo de pontos permitido pela matriz, pois não era dada a informação sobre a quantidade de quadrados brancos. Em um segundo momento, os estudantes foram convidados a estimar essas mesmas quantidades sabendo que o máximo de pontos possíveis coincidia com máximo de quadrados brancos da matriz.

Todas as variáveis interagiram entre si. Por exemplo, na escala 10 (E10) foram distribuídas as quantidades de 4 e 7 pontos, apresentados de maneira aglomerada ou espaçada na matriz. Em um primeiro momento, os alunos desconheciam a informação quanto à quantidade máxima de pontos da matriz completa, em um segundo momento eram convidados a realizar a estimativa das mesmas quantidades, porém conhecendo a quantidade da matriz cheia. Da mesma forma, os estudantes realizaram estimativas das quantidades 4, 7, 9 e 17 em uma matriz 10x2, na escala E20. Por último, os alunos foram convidados a realizar estimativa das quantidades: 4, 7, 9, 17, 25, 49, 78 e 95 em uma matriz

10x10 (E100) nas mesmas condições apresentadas anteriormente. Como última tarefa do instrumento, os sujeitos realizaram estimativas das mesmas quantidades propostas para E100, porém com pontos dispostos aleatoriamente na tela e não em matrizes quadriculadas como nas demais tarefas das diferentes escalas.

Reflexões acerca da aplicabilidade deste instrumento foram realizadas após as conclusões obtidas de um estudo preliminar (DORNELES et al., 2015), que possibilitou realizar os ajustes necessários para tornar este instrumento uma ferramenta mais confiável para a coleta de dados.

Coleta de dados

O procedimento para a realização do TENQ consistiu em avaliar os estudantes separados por turma, de forma coletiva, de maneira que o ambiente de trabalho e suas atividades fossem o menos afetado possível. O tempo médio de realização do teste foi de 50 minutos por turma. As tarefas do TENQ foram apresentadas visualmente, com auxílio de um projetor multimídia. Na sequência, os participantes anotavam em um caderno de respostas a sua quantificação para a imagem apresentada.

O tempo de exibição foi ajustado para cada quantidade de itens, de modo que houvesse tempo suficiente para permitir que os participantes observassem as quantidades, mas que não possibilitasse a contagem. Cada nova quantidade só era apresentada se todos os participantes confirmassem que já haviam respondido a tarefa anterior, garantindo que apenas uma pequena percentagem dos dados fosse perdida devido a lapsos de atenção. Não houve *feedback* quanto às respostas.

Análise dos dados

Para avaliar a habilidade de realizar estimativa numérica de quantidades, a análise estatística dos dados considerou a variável *precisão relativa* (PR) nas diferentes escalas (E10, E20 e E100), anos escolares (2º, 3º, 4º, 5º, 6º, Proeja-P ou superior-S), escolas (pública-Pu ou privada-Pa), conhecer o máximo de pontos possíveis em cada matriz (máximo conhecido-MC) ou não conhecer (máximo desconhecido-MD) e distribuição aglomerada (A) ou espaçadas (E) dos pontos na matriz ou distribuição aleatória (AL), sem matriz auxiliar.

Para o cálculo da *Precisão Relativa* (PR), utilizou-se a fórmula adaptada de Siegler e Booth (2004), considerando o *Valor Real* a quantidade real que será estimada e *Estimativa* o valor determinado pelo sujeito ao realizar a tarefa, então: $PR = (|VALOR REAL - ESTIMATIVA|) / (ESCALA (10, 20 \text{ ou } 100))$. Por exemplo, se o valor real for 95 e a estimativa dada pelo sujeito for 97, em uma escala E100, a precisão relativa é dada por $PR = (|95 - 97|) / 100 = 2 / 100 = 0,02$. Quanto mais próximo de zero for o resultado da PR, mais precisa é esta estimativa.

Para os testes estatísticos, utilizou-se um nível de confiança alfa de 0,05 (probabilidade de erro de 5%). Relataram-se os *p-valores* exatos e, quando muito pequenos, foram arredondados para $p < 0,001$. O teste de normalidade de *Shapiro-Wilk* possibilitou verificar a distribuição da PR. Apresentando distribuição assimétrica, optou-se por utilizar o teste não paramétrico de *Mann-Whitney*, que encontrou diferença significativa para as diferentes escolas. Por isso, as análises posteriores consideraram separadamente os resultados por escola. Não houve diferença significativa para sexo em nenhuma das escalas.

Para a relação entre as variáveis, foi utilizada a Análise de Modelo de Equações de Estimativas Generalizada (GEE), tendo em vista que o mesmo sujeito respondeu a várias questões de um mesmo teste. O modelo GEE é apropriado para dados que são correlacionados ao longo do tempo, mas que não haja normalidade de distribuição. Neste caso, o GEE considera cada uma das 64 estimativas realizadas nas tarefas do TENQ como sendo de um mesmo sujeito e não de 64 sujeitos diferentes, o que obteria um total de 46.720 respostas. A ferramenta Matriz de Correlação permite calcular a correlação entre variáveis e, dentre as possibilidades de matriz de correlação de trabalho, utilizou-se uma matriz *Exchangeable* e uma matriz de covariância de estimador robusto, considerando-se esses dois testes mais utilizados na literatura para variáveis assimétricas e para uma distribuição normal com função identidade.

Optou-se pela utilização da distribuição normal (mesmo a variável não sendo simétrica) e não a distribuição gama (logarítmica), pois os casos em que o indivíduo acerta o valor real (ou seja, que sua precisão é zero) seriam excluídos, já que o logaritmo de zero não está definido. O teste *post-hoc* utilizado foi o teste de comparação múltipla de Bonferroni, descartando-se o teste LSD por ser muito sensível e acusar pequenas diferenças, mesmo que não relevantes. A ANOVA informou que existe uma diferença entre os grupos, mas não informou quais grupos diferem. Então, o teste *post-hoc* Bonferroni possibilitou que fossem realizados cada teste em um nível de significância de pelo menos $1 - \alpha$, ajustando o nível de confiança para cada intervalo individual, nesse caso, $\alpha = 0,05$.

Resultados

O modelo fatorial entre as variáveis: máximo conhecido ou desconhecido (MC/MD); aglomerado, espaçado ou aleatório (A/E/AL); ano (2º-6º, P e S) e escola pública ou escola particular (Pu/Pa), nas três diferentes escalas (E10, E20 e E100), a partir da fixação das variáveis ano e escola e comparando-se as médias dos estudantes em cada uma das escalas foi detalhado na Tabela 1. Os alunos do Proeja (P) e do ensino superior (S) constaram duplamente nas tabelas para fins de comparação do desempenho com o das crianças.

Tabela 1 - Médias da Precisão Relativa por ano e escola nas diferentes escalas

Ano	Escola							
	Pública				Particular			
	E10	E20	E100	AL	E10	E20	E100	AL
2º	,0867	,1240	,1419	,1441	,0588	,0626	,0768	,1211
3º	,0943	,0949	,1177	,1441	,0490	,0463	,0687	,0787
4º	,0796	,0852	,1166	,1177	,0447	,0485	,0631	,1120
5º	,0418	,0509	,0846	,0864	,0345	,0411	,0591	,1024
6º	,0324	,0347	,0702	,0916	,0304	,0370	,0634	,0913
P	,0333	,0628	,0716	,0803	,0333	,0628	,0716	,0803
S	,0215	,0307	,0301	,0677	,0215	,0307	,0301	,0677

Fonte: Dados da pesquisa (2016).

Observando os dados da tabela acima é possível identificar que quanto maior a escolaridade do estudante mais preciso ele é, exceto em alguns casos e, em grande parte, no caso do Proeja, que apresentou precisão de estimativa inferior à de seus pares, adultos do ensino superior. Para considerar as diferenças estatísticas entre crianças e adultos, em termos de média de PR apontadas na Tabela 1, apresenta-se a Tabela 2.

Tabela 2 - Diferenças significativas entre as médias de Precisão Relativa por ano e escola nas diferentes escalas

Escala	Ano	P	p	S	p
E10	2º	Pu	0,025	Pu	<0,001
				Pa	0,011
	3º	Pu	0,027	Pu	<0,001
				Pu	0,028
E20	2º			Pu	<0,001
				Pa	0,018
	3º			Pu	<0,001
				Pu	0,027
E100	2o	Pu	0,006	Pu	<0,001
				Pa	<0,001
	3o			Pu	<0,001
				Pa	<0,001
	4o			Pu	<0,001
				Pa	<0,001
5o			Pu	<0,001	
			Pa	<0,001	
6o			Pu	<0,001	
			Pa	<0,001	
AL	2o	Pu	<0,001	Pu	<0,001
		Pa	0,015	Pa	<0,001
	3o	Pu	<0,001	Pu	<0,001
		Pu	0,049	Pu	0,001

Fonte: Dados da pesquisa (2016).

Foram verificadas as semelhanças em termos de precisão dentre os grupos de alunos dos diferentes níveis escolares. Observa-se que os alunos do Proeja não demonstraram um padrão consistente, tendo a média de PR desse grupo não se distinguindo das demais em grande parte das análises. Para ambas as escolas, observa-se que, para a escala 100, os alunos do ensino superior foram significativamente mais precisos que todos os demais estudantes da amostra em todas as escalas, o que, surpreendentemente, não ocorreu para itens aleatórios, exceto se comparado ao 2º ano.

Em todos os casos, os alunos do ensino médio, na modalidade Proeja, não demonstraram padrão de regularidade. Isso pode ser devido ao pequeno número de participantes ou à grande diversidade em termos de idade e de vivências dos participantes desta etapa escolar. Em geral, quando comparados aos estudantes da escola particular, os adultos tiveram sua precisão comparada à das crianças já no 3º ano. Porém, na escola pública, somente o 6º ano teve o seu grau de precisão comparável aos estudantes do ensino superior.

Em contrapartida, observa-se que itens distribuídos aleatoriamente (AL) são igualmente imprecisos para todas as pessoas, sejam crianças ou adultas. Essa conclusão é ainda fortalecida pela incompatibilidade das médias obtidas pelos adultos do ensino superior (S) com os alunos adultos do ensino médio (P), que muitas vezes tiveram seu desempenho comparado aos anos iniciais do ensino fundamental.

Na comparação entre as variáveis Máximo Conhecido (MC) e Máximo Desconhecido (MD) nos diferentes Anos e Escalas, obteve-se como significativa as obtidas a partir da escala 100, conforme melhor descrito na Tabela 3.

Tabela 3 – Médias de Precisão Relativa para Máximo Desconhecido (MD) e Máximo Conhecido (MC) por escola e ano escolar na Escala 100

Ano	Escola Pública		Escola Privada	
	MD	MC	MD	MC
2º	0,1465	0,1369	0,0936	0,0603
3º	0,1172	0,1181	0,0851	0,0523
4º	0,1406	0,088	0,0888	0,0374
5º	0,1167	0,0519	0,0815	0,0371
6º	0,0896	0,0511	0,0912	0,036
P	0,0756	0,0676	0,0756	0,0676
S	0,0369	0,0232	0,0369	0,0232

Fonte: Dados da pesquisa (2016).

A partir dos dados apresentados, conclui-se que todos os anos se diferiram da média de ensino superior, inclusive o próprio grupo de estudantes do Proeja, com representantes adultos na totalidade da sua amostra. Ou seja, não conhecendo o máximo de pontos, o ensino superior é mais preciso que todos os demais sujeitos da escola particular. Os alunos do ensino superior foram significativamente mais precisos que os demais estudantes em ambas as escolas, independentemente de conhecer ou não o máximo de pontos da matriz.

Na comparação entre as variáveis Aglomerado (A) e Espaçado (E) nos diferentes Anos e Escalas, obteve-se como significativa as obtidas a partir da escala 100, conforme melhor descrito na Tabela 4.

Tabela 4 – Médias de Precisão Relativa para itens Aglomerados (A)/Espaçados (E) por ano escolar e escola na Escala 100

Ano	Escola Pública		Escola Privada	
	A	E	A	E
2º	0,1319	0,1514	0,0626	0,0913
3º	0,1049	0,1304	0,051	0,0866
4º	0,0974	0,1328	0,0466	0,0795
5º	0,0671	0,1023	0,0406	0,0779
6º	0,0474	0,0936	0,0429	0,0838
P	0,0505	0,0926	0,0505	0,0925
S	0,0128	0,0474	0,0128	0,0474

Fonte: Dados da pesquisa (2016).

Observa-se superioridade na precisão apresentada pelos alunos do ensino superior, em ambas as formas de apresentação dos pontos. A precisão do 6º ano diferiu significativamente da dos estudantes do ensino superior, em ambas as situações.

A comparação entre as variáveis Aglomerado (A) e Espaçado (E) e Máximo Conhecido (MC) e Máximo Desconhecido (MD) nos diferentes Anos e Escalas, está descrita na Tabela 5.

Tabela 5 - Média de Precisão Relativa na interação entre as variáveis: Ano, A/E e MC/MD, nos diferentes anos, escolas e escalas

Ano	Escala	Máximo Desconhecido				Máximo Conhecido			
		Pública		Privada		Pública		Privada	
		E	A	E	A	E	A	E	A
2º	E10	,0693	,0898	,0598	,0504	,0864	,1014	,0662	,0583
	E20	,1188	,1157	,0716	,0691	,1275	,1341	,0660	,0443
	E100	,1602	,1327	,1079	,0795	,1426	,1312	,0748	,0458
3º	E10	,0587	,0870	,0406	,0510	,1054	,1303	,0604	,0442
	E20	,1051	,0916	,0632	,0458	,1025	,0809	,0516	,0247
	E100	,1361	,0984	,1057	,0648	,1246	,1115	,0675	,0371
4º	E10	,0522	,0690	,0356	,0500	,1057	,0922	,0295	,0637
	E20	,0874	,0757	,0635	,0580	,0904	,0860	,0425	,0287
	E100	,1507	,1309	,1111	,0666	,1143	,0621	,0480	,0268
5º	E10	,0422	,0481	,0335	,0476	,0368	,0410	,0285	,0283
	E20	,0642	,0553	,0559	,0383	,0499	,0340	,0455	,0248
	E100	,1395	,0938	,1050	,0581	,0640	,0399	,0512	,0230
6º	E10	,0339	,0470	,0294	,0407	,0235	,0250	,0204	,0312
	E20	,0445	,0389	,0508	,0477	,0326	,0232	,0286	,0212
	E100	,1210	,0582	,1213	,0607	,0658	,0365	,0467	,0252
P	E10	,0190	,0431	,0190	,0431	,0277	,0347	,0257	,0327
	E20	,0698	,0523	,0698	,0523	,0784	,0504	,0784	,0504
	E100	,1048	,0466	,1047	,0466	,0807	,0545	,0806	,0544
S	E10	,0200	,0520	,0200	,0520	,0080	,0060	,0080	,0060
	E20	,0505	,0176	,0505	,0176	,0440	,0100	,0440	,0100
	E100	,0550	,0192	,0550	,0192	,0400	,0063	,0400	,0063

Fonte: Dados da pesquisa (2016).

Ao observar as diferenças em termos de média de precisão apresentadas pelos estudantes da escola pública e da escola particular, podem-se notar as diferenças significativas, obtidas na interação tripla para escala 100, na Tabela 6. Destaca-se, entretanto, quando diferidas dos adultos.

Tabela 6- Diferenças significativas entre as médias de Precisão Relativa nos anos escolares, fixando: Aglomerados(A)/Espaçados(E), Máximo Conhecido (MC)/Máximo Desconhecido (MD) e Escola

A/E	MC/MD	ANO	Pública (p)	Privada (p)		
		2º	P	<0,001		
			S	<0,001	<0,001	
		3º	P	0,001		
			S	<0,001	<0,001	
		4º	P	<0,001		
			S	<0,001	<0,001	
	5º	P	<0,001			
		S	<0,001	<0,001		
			2º	S	<0,001	<0,001
			3º	S	<0,001	<0,001
			4º	S	<0,001	<0,001
			5º	S	<0,001	<0,001
6º			S	0,001	0,001	
				2º	P	<0,001
	S	<0,001			<0,001	
	3º	P		0,052		
		S		<0,001	<0,001	
	4º	P		0,002		
		S		<0,001	<0,001	
	5º	P	0,003			
		S	<0,001	<0,001		
			6	S	<0,001	<0,001
			P	S	<0,001	<0,001
			2º	S	<0,001	<0,001
			3º	S	<0,001	0,009
4º			S	<0,001		
5º			S	0,008		

Fonte: Dados da pesquisa (2016).

É interessante destacar que, na escola particular, para itens espaçados e com o máximo de pontos conhecido o 6º ano não é diferente em precisão dos alunos do ensino superior, indicando que os adultos escolarizados são sempre muito mais precisos na maioria das situações. Os dados categorizados indicam que as crianças só atingiram o grau de precisão apresentados pelos adultos do ensino superior, em ambas as escolas, quando os itens estão apresentados de maneira espaçada na matriz de máximo conhecido.

Em ambas as escolas o grau de precisão das crianças só atingiu o dos adultos do ensino superior na escala 100, itens espaçados e máximo conhecido na escola particular a partir do 4º ano.

Discussão

Algumas pesquisas atribuem o fato de crianças menores realizarem estimativas com menor precisão, quando comparadas às de maior idade, à progressiva mudança das representações escalares, pressupondo que, em determinado momento, essa representação chegue à representação do adulto (EBERSBACH et al., 2008). Na pesquisa de Siegler e Opfer (2003), os dados indicaram que cada criança tem múltiplas representações numéricas e que o aumento da idade e da experiência numérica e o contexto numérico influenciam na escolha da representação. Em contrapartida, Dehaene et al. (2008) mostraram que a representação linear pode não acontecer, mesmo com os adultos, dependendo do tipo de estímulo apresentado.

Nesse estudo, de maneira geral, quanto maior a escolaridade do estudante, mais preciso ele é e, em ambas as escolas, se destaca a superioridade da precisão apresentada pelos alunos do ensino superior. Os resultados indicaram que as crianças só atingem o grau de precisão dos adultos do ensino superior quando os itens estão apresentados de maneira espaçada na matriz de máximo conhecido, na escala 100, a partir do 4º ano e apenas na escola particular.

Entretanto, os adultos do Proeja apresentaram precisão variável, poucas vezes diferenciando-se dos demais anos escolares, mas muitas vezes diferenciando-se dos também adultos, alunos do ensino superior. Esse resultado sugere que as diferenças apresentadas pelos grupos de alunos adultos possam refletir diferenças relacionadas à escolaridade e à familiaridade com a matemática. Pode-se indicar como possibilidade de explicação para esse fato duas coisas: o pequeno número e a diversidade etária desses estudantes, que pode variar bastante em termos de vivências e experiências. Entretanto, essa diferença encontrada entre os adultos (Proeja e Superior) pode ser uma comprovação consistente de que o desenvolvimento da estimativa numérica é contínuo, podendo ser desenvolvido e aprimorado por toda a vida, a partir de novas experiências, tal como apresentado a discussão teórica deste estudo.

Os dados de Siegler e Booth (2005) sugerem que as mudanças nas representações de magnitude numérica, uma vez feitas, são estáveis ao longo do tempo e, em geral, através de uma série de tarefas. Mudanças podem ocorrer, mas não de forma a modificar-se enquanto estrutura de pensamento. Na pesquisa de Lemaire e Lecacheur (2007) a estimativa numérica de quantidades de adultos e idosos apresentou desempenho semelhante. Não se afirma essa ser uma contrariedade aos achados do presente estudo, pois os estudantes do Proeja eram muito diversificados em termos de idade, sendo essas semelhantes para os dois grupos de adultos pesquisados. Nesse caso, fatores envolvidos com a escolaridade e experiência são evidenciados.

Quando comparadas as diferentes escalas, observou-se que a partir do 5º ano as crianças estimam como os adultos na escola pública e a partir do 3º na escola particular.

Esses dados sugerem que a escala 10 é suficientemente fácil para todos os anos escolares, enquanto que os itens aleatórios apresentaram grau de precisão deficitário para todos. A escala 20 apresentou resultados semelhantes. Somente na escala 100 os adultos demonstraram superioridade de precisão em relação às crianças.

Assim, como já discutido anteriormente acerca da representação numérica, Huntley-Fenner (2001) avaliou a capacidade de crianças e adultos em realizar estimativas de quantidades distribuídas aleatoriamente. Seus resultados, assim como os deste estudo, indicaram que crianças e adultos têm capacidade de realizar estimativa semelhantes, exceto pelo fato de o desvio padrão das estimativas ser menor para os adultos. O que ficou claro a partir desses dados é que pode haver dois tipos de representação: discreta e exata (necessitando de linguagem e culturalmente derivada) ou analógica e aproximada (independente de linguagem e comum a uma série de espécies). Nesse caso, o autor indica que as representações numéricas analógicas dos adultos são tais como as das crianças pequenas, tanto qualitativamente quanto quantitativamente. Os resultados de Huntley-Fenner (2001) vieram ao encontro dos achados deste estudo para os estudantes da escola particular, para escalas pequenas. Entretanto, os dados encontrados na escala 100 sugerem que fazer o uso de estratégias mais eficientes e influenciadas por conhecimento de relações numéricas contribui para realizar estimativas mais precisas.

Observou-se que a estimativa de itens distribuídos aleatoriamente (AL) é pouco precisa para todos os participantes. Conhecer o máximo de pontos possíveis da matriz e a comparação entre as variáveis Aglomerado (A) e Espaçado (E) só apresentaram melhora significativa na precisão dos estudantes a partir da escala 100. Entretanto, os alunos do ensino superior foram significativamente mais precisos que os demais, conhecendo ou não o máximo de pontos da matriz e em ambas as formas de apresentação dos pontos (A ou E). Na pesquisa de desempenho de estimativa numérica de quantidades de crianças, de Obersteiner et al. (2014), a quantidade de itens foi forte preditora da precisão na tarefa de enumeração de conjuntos aleatórios, mas não na tarefa com matriz. No caso da tarefa com matriz, mecanismos estratégicos podem ser acionados de modo que a quantificação possa ser dada não só em nível perceptível, mas a partir das relações estabelecidas.

A partir de dados a respeito de conhecer ou não o máximo da matriz, verificou-se que essa informação só é importante para a precisão das estimativas na escala 100, em que os adultos apresentam precisão superior que os demais anos escolares. Entretanto, para todos os casos, os adultos mostraram-se superiores em termos de precisão. Na escola pública, a escala 100 gerou níveis de precisão que distinguiram o 6º ano e os alunos do ensino superior como os mais precisos para itens aglomerados. Os resultados apresentados também podem indicar que o conhecimento das relações numéricas como proporcionalidade e pensamento multiplicativo possa servir de auxílio e melhorar a estimativa dos sujeitos e não o contrário.

Realizou-se uma comparação quádrupla entre as variáveis de densidade (A/E) e de conhecimento do máximo da matriz (MC/MD) por ano e por escala. Nesse caso, o grau de precisão das crianças só atingiu o dos adultos do ensino superior na escala 100, itens espaçados e máximo conhecido na escola particular, a partir do 4º ano. As distribuições das estimativas das crianças foram distintas das dos adultos. Os dados

sugerem que a representação das crianças do número analógico é qualitativamente distinta das dos adultos.

Considerando os dados, é provável que as estimativas das crianças sigam um padrão semelhante às dos adultos. No entanto, uma vez que as crianças têm menos estratégias de estimativa (ou utilizem-nas com menor eficiência), espera-se que as suas estimativas sejam geralmente mais variáveis do que os adultos, portanto, diferentes. Embora todas as crianças e os adultos participantes desta pesquisa já tenham começado a instrução formal em matemática, os resultados apresentados mostram que a acurácia em estimativa numérica ainda está se desenvolvendo durante todo este tempo.

Embora não seja objetivo deste estudo comparar o desempenho entre as crianças de escola pública e privada, considera-se importante salientar esse fato, discutindo que esses resultados podem estar relacionados a fatores tais como práticas educacionais ou arranjos administrativos, que determinem maior eficiência na produção de educação. Também, a escolha entre estudar em escola pública ou privada é determinada basicamente em função da condição socioeconômica da família. Todos esses fatores podem ser determinantes para o melhor desempenho dos estudantes das escolas privadas quando comparados a seus pares, nas escolas públicas.

Considerações finais

Este estudo teve como propósito verificar em que ponto do desenvolvimento as crianças adquirem o grau de precisão em estimativa numérica semelhante ao dos adultos. Já é sabido, por estudos anteriores, que essa habilidade é mais precisa nas crianças mais velhas do que em crianças mais novas.

A hipótese principal era a de que a habilidade de realizar estimativas é ampliada em termos qualitativos com o passar da idade e da experiência, até a chegada de um patamar formal de conhecimento, com estimativas realizadas com o grau de precisão comparável ao dos adultos. Essa hipótese foi parcialmente confirmada, já que, para todos os diferentes modos de apresentação dos estímulos, os sujeitos mais velhos foram mais precisos que os mais novos (exceto para os adultos do ensino médio), sendo esse desenvolvimento demonstrado por níveis de faixa etária semelhantes, mas diferentes de acordo com o modo de apresentação dos pontos. Em situações de maior dificuldade, as crianças do 6º ano e mesmo os adultos do ensino médio não tiveram suas estimativas comparáveis às dos estudantes do ensino superior, contrariamente ao que se esperava. Ou seja, o desenvolvimento é progressivo, mas distinto para cada dificuldade apresentada nos estímulos.

A hipótese de que a estimativa das crianças passasse a ser comparável à estimativa dos adultos a partir do sexto ano, quando se esperava um padrão formal de desenvolvimento para esta habilidade, foi levantada a partir de indícios trazidos pela literatura da área, considerando os estudos de estimativa na reta numérica. Esperava-se que as estimativas dos adultos, independentemente da escolaridade, fossem semelhantes. Entretanto, observou-se que a capacidade de realizar estimativas vai evoluindo por toda a vida, mesmo depois que a capacidade de representar números exatos é atingida.

As diferenças substanciais entre estudantes adultos do ensino médio e do ensino superior também levam a crer que essas habilidades possam ser desenvolvidas não só devido à idade, mas também pelas experiências possibilitadas pela escolaridade, indicando que não apenas fatores orgânicos estão relacionados a essa habilidade, mas também fatores externos ao sujeito. Também é novo o achado de que a estimativa de crianças do 5º e 6º ano já pode ser comparada à de estudantes universitários em condições específicas de apresentação dos estímulos. Pode-se afirmar, até onde se sabe, que antes desse nenhum estudo realizou a comparação do desempenho dessas crianças com adultos e em diferentes situações de apresentação dos estímulos.

Foi observada considerável diferença entre a precisão obtida pelos alunos da escola pública e privada nas diferentes tarefas solicitadas, indicando que fatores como o nível socioeconômico e as experiências culturais, por exemplo, podem interferir nessa habilidade. A diferença de conteúdos trabalhados e de conhecimentos matemáticos também podem ter influenciado todos os resultados, comparando-se as escolas. Essas são evidências complementares que auxiliam na constatação de que estimativa numérica de quantidades não é uma medida pura e pode ser influenciada por outras habilidades. Pode-se dizer, neste caso, que há diferentes níveis de desenvolvimento da habilidade de estimativa de quantidades, mas que ocorrem em anos distintos nas diferentes escolas. Os resultados sugerem que essas diferenças se relacionam mais com escolarização do que com idade.

A ciência busca uma explicação, uma descrição melhor sobre o mundo e uma possível generalização dos resultados. A boa pesquisa deve ser replicável em outro contexto, sendo mais descritiva que prescritiva. Nesse caso, a educação é um conjunto de ciências aplicadas que precisam, juntas, chegar a respostas acerca do desenvolvimento da aprendizagem humana. A educação tem formulado questões fundamentais, mas ainda necessita de respostas mais precisas para essas questões. Fala-se muito em novos métodos de ensino, mas quase nada acerca do conhecimento do desenvolvimento da criança e suas aprendizagens. Por isso, estudos que consideram fatores relacionados à aprendizagem de matemática são tão importantes.

Destacando-se as contribuições deste estudo para a Educação Matemática, consideram-se os achados de Levine (1982) e de Reys (1986) que, já na década de 1980, observaram que a precisão em estimativa numérica estava relacionada às habilidades de compreensão de valor posicional, cálculo mental, tolerância para errar, compreensão das propriedades aritméticas, confiança na sua resposta e variabilidade no uso de estratégias. Ou seja, o presente estudo indica a necessidade de maior desenvolvimento dessa habilidade na escola, pois, além dos motivos elencados, é sabido que a estimativa numérica está relacionada a habilidades que vão além da aplicação mecânica de procedimentos e exigem a elaboração de estratégias adequadas a diferentes situações.

Então, o fato de que nem crianças e nem adultos são bons em realizar estimativas destaca a incapacidade desses estudantes de desenvolver estratégias que permitam estimativas mais precisas, indicando limitações na compreensão conceitual de quantidades e na habilidade aritmética (SIEGLER; BOOTH, 2005). Entretanto, pode-se afirmar que, no trabalho docente, não tem sido dada a devida importância à estimativa numérica, mesmo que essa habilidade esteja tão frequente no cotidiano das crianças e, talvez por isso,

pode-se ter a falsa ideia de que ele é de fácil entendimento. Nesse sentido, fica evidente a necessidade de mais estudos nesta área de investigação.

Esse estudo visa a problematizar a importância de se estimular o desenvolvimento da estimativa numérica em crianças desde os primeiros anos escolares, até a idade adulta. Ao contrário, ensino de matemática tem sido baseado em cálculo e na algoritmização, no lugar da compreensão matemática. Entretanto, como a literatura já explicita, a estimativa numérica possibilita o desenvolvimento de estratégias para a resolução de problemas complexos de matemática e faz com o que o sujeito compreenda a magnitude dos números.

Os resultados encontrados neste estudo possibilitam ampliar o conhecimento acerca do desenvolvimento da estimativa numérica em crianças e adultos, indicando a necessidade de abrir espaço para esta habilidade ser desenvolvida dentro da sala de aula. Pesquisas anteriores sugerem que a estimativa não é uma habilidade independente, mas que parece estar relacionada com outras habilidades matemáticas, tais como computação mental, visualização espacial e de medição, por exemplo. Nesse sentido, novas pesquisas podem explorar a associação entre a estimativa da quantidade discreta e outras habilidades matemáticas. Embora este estudo tenha fornecido importantes informações acerca de estimativas, outras perguntas continuam sem respostas, especialmente as relacionadas às habilidades cognitivas envolvidas nos diferentes processos de estimativa.

Referências

ANTELL, Sue Ellen; KEATING, Daniel. Perception of numerical invariance by neonates. **Child Development**, Hoboken, v. 54, n. 3, p. 695-701, 1983.

BOOTH, Julie; SIEGLER, Robert. Developmental and individual differences in pure numerical estimation. **Developmental Psychology**, Washington, DC, v. 42, n. 1, p. 189-201, 2006.

BRASIL. Lei n. 8.069, de 13 de julho de 1990. Dispõe sobre o Estatuto da Criança e do Adolescente e dá outras providências. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 16 jul. 1990. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/LEIS/L8069.htm#art266>. Acesso em: 16 dez. 2016.

CORSO, Luciana Vellinho; DORNELES, Beatriz Vargas. Qual o papel que a memória de trabalho exerce na aprendizagem da matemática? **Bolema**, Rio Claro, v. 26, n. 42b, p. 627-647, 2012.

DEHAENE, Stanislas. **The number sense: how the mind creates mathematics**. New York: Oxford University Press, 1997.

DEHAENE, Stanislas et al. Log or linear? Distinct intuitions of the number scale in Western and Amazonian Indigene cultures. **Science**, Washington, DC., v. 320, p. 1217, 2008.

DORNELES, Beatriz Vargas et al. Number estimation in children assessed with a no-number-line estimation task. In: BIENNIAL EARLI CONFERENCE, 16., 2015, Limassol. **Biennial...** Limassol: [s. n.], 2015. p. 427-428.

EBERSBACH, Mirjam et al. The relationship between the shape of the mental number line and familiarity

with numbers in 5-to9-year old children: evidence for a segmented linear model. **Journal of Experimental Child Psychology**, Amsterdam, v. 99, n. 1, p. 1-17, 2008.

HALBERDA, Justin; FEIGENSON, Lisa. Developmental change in the acuity of the “number sense”: the approximate number system in 3, 4, 5, and 6-year-olds and adults. **Developmental Psychology**, Washington, DC, v. 44, n. 5, p. 1457-1465, 2008.

HUNTLEY-FENNER, Gavin. Children’s understanding of number is similar to adults’ and rats’: numerical estimation by 5 ± 7 -year-olds. **Cognition**, Amsterdam, v. 78, n. 3, p. B27-B40, 2001.

LEMAIRE, Patrick; LECACHEUR, Mireille. Aging and numerosity estimation. **Journal of Gerontology**, Washington, DC., v. 62, n. 6, p. 305-312, 2007.

LEVINE, Debora. Strategy use and estimation ability of college students. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 13, n. 5, p. 350-359, 1982.

LUWEL, Koen et al. Children’s strategies for numerosity judgment in square grids of different sizes. **Psychologica Belgica**, London, v. 40, n. 3, p. 183-209, 2000.

OBERSTEINER, Andreas et al. Do first graders make efficient use of external number representations? The case of the twenty-frame. **Cognition and Instruction**, Los Angeles, v. 32, n. 4, p. 353-373, 2014.

OPFER, John; SIEGLER, Robert. Development of quantitative thinking. In: HOLYOAK, Keith; MORRISON, Robert (Ed.). **Oxford handbook of thinking and reasoning**. Cambridge: Oxford University Press. 2012. p. 585-605.

PEETERS, Dominique; VERSCHAFFEL, Lieven; LUWEL, Koen. Benchmark-based strategies in whole number line estimation. **British Journal of Psychology**, London, v. 108, n. 4, p. 668-686, 2017.

REYS, Barbara. Teaching Computational estimation: concepts and strategies. In: SHOEN, Harold; ZWENG, Marilyn (Ed.). **Estimation and mental computation**. Reston: National Council of Teachers of Mathematics. 1986. p. 31-44.

SCHNEIDER, Michael; GRABNER, Roland; PAETSCH, Jennifer. Mental number line, number line estimation, and mathematical achievement: their interrelations in grades 5 and 6. **Journal of Educational Psychology**, Washington, DC, v. 101, n. 2, p. 359-372, 2009.

SIEGLER, Robert; BOOTH, Julie. Development of numerical estimation in young children. **Child Development**, Hoboken, v. 75, n. 2, p. 428-444, 2004.

SIEGLER, Robert; BOOTH, Julie. Development of numerical estimation: a review. In: CAMPBELL, Jamie. **Handbook of mathematical cognition**. New York: Psychology Press, 2005. p. 197-212.

SIEGLER, Robert; MU, Yan. Chinese children excel on novel mathematics problems even before elementary school. **Psychological Science**, Washington, DC, v. 19, n. 8, p. 759-763, 2008.

SIEGLER, Robert; OPFER, John E. The development of numerical estimation: evidence for multiple

representations of numerical quantity. **Psychological Science**, Washington, DC, v. 14, n. 3, p. 237-243, 2003.

STARKEY, Prentice; COOPER, Robert. Perception of numbers by human infants. **Science**, Washington, DC, v. 210, n. 4473, p. 1033-1035, 1980.

WYNN, Karen. Addition and subtraction by human infants. **Nature**, London, v. 358, n. 6389, p. 749-750, 1992.

XU, Fei; SPELKE, Elizabeth. Large number discrimination in 6-month-old infants. **Cognition**, Amsterdam, v. 74, n. 1, p. B1-B11, 2000.

Recebido em: 25.03.2018

Revisões em: 11.09.2018

Aprovado em: 30.10.2018

Mariana Lima Duro é graduada em licenciatura em matemática na Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), especialista em psicopedagogia clínica e institucional na Universidade La Salle (Unilasalle), mestra e doutora em educação pela UFRGS. É professora e coordenadora do curso superior de licenciatura em matemática, no Instituto Federal do Rio Grande do SUL (IFRS), *campus* Canoas.

Beatriz Vargas Dorneles é graduada em pedagogia na UFRGS, mestra em educação também pela UFRGS e doutora em psicologia escolar e do desenvolvimento humano, pela Universidade de São Paulo (USP). Fez estágio pós-doutoral na Universidade de Oxford-UK. É professora titular da Faculdade de Educação e do Programa de Pós-graduação em Educação da UFRGS.