

Concepções iniciais sobre o pensamento algébrico de um grupo de professores que ensinam matemática¹

Barbara Lutaif Bianchini²
Orcid: 0000-0003-0388-1985
Gabriel Loureiro de Lima³
Orcid: 0000-0002-5723-0582

Resumo

Neste artigo, que, do ponto de vista metodológico, decorreu de uma pesquisa de campo de natureza qualitativa, objetivava-se analisar as concepções (ideias, representações ou crenças que os participantes têm em relação a um determinado tema) de 36 professores a respeito do pensamento algébrico. Os docentes participaram de três encontros *on-line* síncronos, com três horas de duração cada, nos quais se visava a discutir o que é o pensamento algébrico e como desenvolvê-lo. Buscou-se identificar, a partir das respostas dadas pelos participantes a duas questões que integraram o questionário inicial desta pesquisa, que temáticas associavam ao pensamento algébrico. Teoricamente, esta pesquisa subsidia-se por aspectos caracterizadores do pensamento algébrico preconizados por diferentes pesquisadores da área da educação algébrica. Dentre os resultados, podemos mencionar que as concepções dos docentes se agrupam em 13 categorias, predominantemente vinculadas às seguintes ações relacionadas ao modo de pensar citado: tratar quantidades desconhecidas como se fossem conhecidas e realizar cálculos com elas como fazemos com os valores conhecidos. Duas ações de extrema relevância para o desenvolvimento e para a mobilização do pensamento algébrico não foram evidenciadas pelos participantes em suas concepções: perceber as relações de variações e covariações; e compreender os diferentes papéis assumidos pelo sinal de igual.

Palavras-chave

Pensamento algébrico – Ações relacionadas ao pensamento algébrico – Concepções de professores – Temáticas vinculadas ao pensamento algébrico.

1- Disponibilidade de dados: Todo o conjunto de dados que dá suporte aos resultados deste estudo foi publicado no próprio artigo ou no endereço: 10.48331/scielodata.EMZ8VB (<https://data.scielo.org/dataset.xhtml?persistentId=doi%3A10.48331%2Fscielodata.EMZ8VB&version=DRAFT>)

2- Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), São Paulo - SP, Brasil. Contato: barbara@pucsp.br

3- Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), São Paulo - SP, Brasil e Instituto Mauá de Tecnologia, São Caetano do Sul – SP, Brasil. Contato: gllima@pucsp.br



<https://doi.org/10.1590/S1678-4634202551282523por>
This content is licensed under a Creative Commons attribution-type BY 4.0.



*Initial conceptions about algebraic thinking of a group of mathematics teachers**

Abstract

This article, which, from a methodological point of view, resulted from a qualitative field research, aims to analyze the conceptions (ideas, representations or beliefs that participants have in relation to a given topic) of 36 teachers regarding algebraic thinking. Teachers participated in three synchronous online meetings, lasting three hours each, in which the aim was to discuss what algebraic thinking is and how to develop it. The aim was to identify, based on the answers given by participants to two questions that were part of the initial questionnaire of this research, which themes they associated with algebraic thinking. Theoretically, this research is supported by characteristic aspects of algebraic thinking advocated by different researchers in the field of algebraic education. Among the results, it could be highlighted that the teachers' conceptions are grouped into 13 categories, predominantly linked to the following actions related to the aforementioned way of thinking: treating unknown quantities as if they were known and performing calculations with them as we do with known values. Two actions of extreme relevance for the development and mobilization of algebraic thinking were not evidenced by participants in their conceptions: perceiving the relationships of variations and covariations; and understanding the different roles played by the equal sign.

Keywords

Algebraic thinking – Actions related to algebraic thinking – Teachers' conceptions – Themes linked to algebraic thinking.

Introdução

Este artigo é o primeiro fruto do projeto de pesquisa *Uma análise dos conhecimentos de professores do ensino fundamental em relação ao pensamento algébrico*, financiado pelo Plano de Incentivo à Pesquisa (PIPEq) – edital 11905/2022 – da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP). Esta investigação se insere no Grupo de Pesquisa em Educação Algébrica – GPEA, e está vinculada ao projeto *A álgebra na educação básica desenvolvido pelo grupo na linha de pesquisa A matemática na estrutura curricular e formação de professores*, uma das vertentes seguidas no Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC-SP.

O projeto foi desenvolvido por meio de três encontros *on-line* síncronos, realizados via plataforma *Zoom* e com três horas de duração cada, com professores, de diferentes idades e distintos tempos de experiência no magistério, que ensinam matemática em



diversos níveis educacionais. Esses encontros visavam a discutir com os participantes o que é o pensamento algébrico e como desenvolvê-lo.

Embora o objetivo principal do projeto tenha sido identificar os conhecimentos dos professores em relação à temática supracitada, entendemos que, para alcançá-lo, é primordial compreender as concepções iniciais desses participantes acerca do pensamento algébrico. Segundo Martins (2012), essa é uma temática relevante na educação matemática e, especificamente, nas pesquisas acerca da didática da matemática. Uma explicação para tal relevância pode ser encontrada no estudo de Thompson (1997). De acordo com a autora:

[...] há uma forte razão para acreditar que em Matemática, as concepções dos professores (suas crenças, visões e preferências) sobre o conteúdo e seu ensino desempenham um papel importante no que se refere à sua eficiência como mediadores primários entre o conteúdo e os alunos (Thompson, 1997, p. 12).

Analisar as concepções de alguns professores a respeito do pensamento algébrico é o que buscamos por meio deste artigo, no qual trabalhamos com as respostas dos 36 participantes que preencheram um questionário elaborado pelos autores e disponibilizado, por meio de um formulário do *Office*, para aqueles que se inscreveram como interessados em participar dos três mencionados encontros.

Estruturamos o presente artigo da seguinte forma: esta introdução, procedimentos metodológicos empregados na pesquisa, fundamentação teórica – com foco especialmente na ideia de concepção e na conceitualização de pensamento algébrico e os principais elementos que o caracterizam –, análise e discussão dos dados e, por fim, as considerações que pudemos depreender do estudo realizado.

Procedimentos metodológicos empregados na pesquisa para a obtenção dos dados

Do ponto de vista metodológico, o projeto contemplou uma pesquisa de campo, de natureza qualitativa, para a obtenção de dados junto a professores interessados no aprofundamento dos elementos constituintes do pensamento algébrico e no desenvolvimento desse modo de pensar em suas práticas docentes. Para darmos início à pesquisa, divulgamos por meio de redes sociais a realização de três encontros *on-line* síncronos, totalmente gratuitos, destinados a professores que ensinam matemática com interesse em discutir o que é o pensamento algébrico e como desenvolvê-lo. Obtivemos 116 inscrições de todas as regiões do país e até mesmo do exterior. Enviamos então, para todos os inscritos, via formulário do *Office*, um questionário por nós elaborado intitulado *A visão de professores que ensinam matemática a respeito do pensamento algébrico*. Esse instrumento continha 19 questões distribuídas em duas dimensões: (i) breve caracterização do professor; e (ii) concepções dos professores a respeito do pensamento algébrico. Em relação especificamente à segunda dimensão, as questões eram as seguintes:



- O que você entende pelo termo pensamento algébrico? Explique com o máximo detalhamento que conseguir.
- Nas disciplinas estudadas durante a graduação, pós-graduação ou mesmo em outros cursos que realizou, houve alguma abordagem específica acerca de temas relacionados ao pensamento algébrico? Explique.
- De acordo com o seu entendimento, quais temas estariam envolvidos em estudos sobre o pensamento algébrico?
- Você considera importante o desenvolvimento do pensamento algébrico na educação básica? Justifique sua resposta.
- Que conhecimentos você tem acerca da inserção do pensamento algébrico nos documentos que norteiam a educação brasileira, nos âmbitos federal, estadual e municipal?

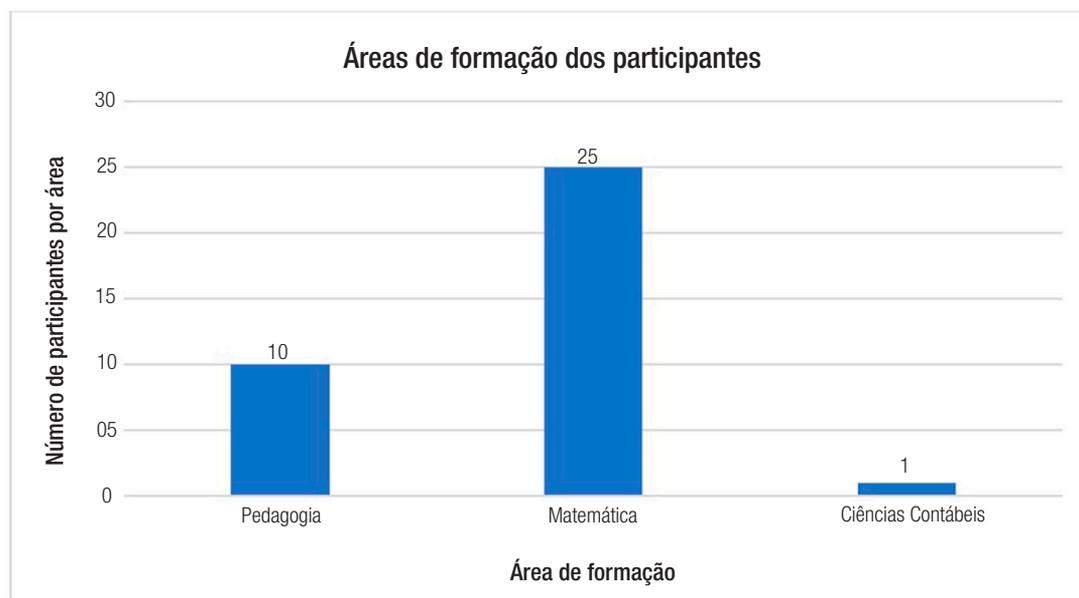
Os três encontros posteriormente realizados na plataforma *Zoom* foram gravados em áudio e vídeo. No primeiro encontro, os participantes interagiram com os proponentes também respondendo, via ferramenta *Mentimeter*, a uma série de questionamentos propostos, a saber: (i) Pensamento e raciocínio são sinônimos? (ii) Escreva cinco palavras que, em sua visão, estão relacionadas ao pensamento matemático. (iii) Escreva cinco palavras que, em sua visão, estão relacionadas à álgebra. (iv) Escreva cinco palavras que, em sua opinião, estão relacionadas ao pensamento algébrico. (v) Ao ensinar álgebra, conseqüentemente, o pensamento algébrico dos estudantes está sendo desenvolvido? (vi) Existe uma transição da aritmética para a álgebra e, conseqüentemente, o ensino de aritmética deve preceder o de álgebra?

No segundo encontro, os participantes elaboraram, com base em habilidades da BNCC – Base Nacional Comum Curricular, três atividades tendo por objetivo o desenvolvimento, por parte do estudante, de alguns aspectos do pensamento algébrico. Por fim, no terceiro encontro, apresentaram e discutiram as produções dos grupos realizadas no encontro anterior e, em seguida, via *Google Forms*, responderam a dois questionários finais. O primeiro deles versava sobre suas concepções de pensamento algébrico após participarem das oficinas e no referido instrumento solicitávamos que detalhassem, tanto quanto conseguissem, o que entendiam por pensamento algébrico. Já o segundo consistia em uma avaliação a respeito dos encontros dos quais participaram.

Neste artigo, apresentamos especificamente algumas informações acerca dos participantes (suas idades, tempos de magistério e formações) e a análise de suas concepções a respeito do pensamento algébrico tomando por base suas respostas a duas das questões integrantes do primeiro questionário, a saber: (a) o que você entende pelo termo pensamento algébrico? Explique com o máximo detalhamento que conseguir; e (b) de acordo com o seu entendimento, quais temas estariam envolvidos em estudos sobre o pensamento algébrico?

Breve caracterização dos participantes da pesquisa

Como já mencionado, obtivemos 36 respostas ao questionário contendo as duas questões em análise neste artigo. Em relação às formações (concluídas ou em andamento) dos participantes, em nível de graduação, essas distribuem-se conforme mostra o Gráfico 1.

Gráfico 1 – Áreas de formações iniciais dos participantes da pesquisa

Fonte: Dados da pesquisa.

Desse conjunto de 25 graduados ou graduandos em matemática, 10 são em pedagogia e 1 em ciências contábeis, como é exibido no Quadro 1, 4 participantes estão ainda concluindo suas formações iniciais; 6 são graduados, mas não realizam nenhum curso após a primeira titulação, 1 realizou um curso de curta duração, 12 são especialistas, 6 mestres e 7 doutores, indicando que os encontros realizados durante o projeto de pesquisa atraíram um público bastante heterogêneo.

Quadro 1 – Titulação máxima dos participantes da pesquisa

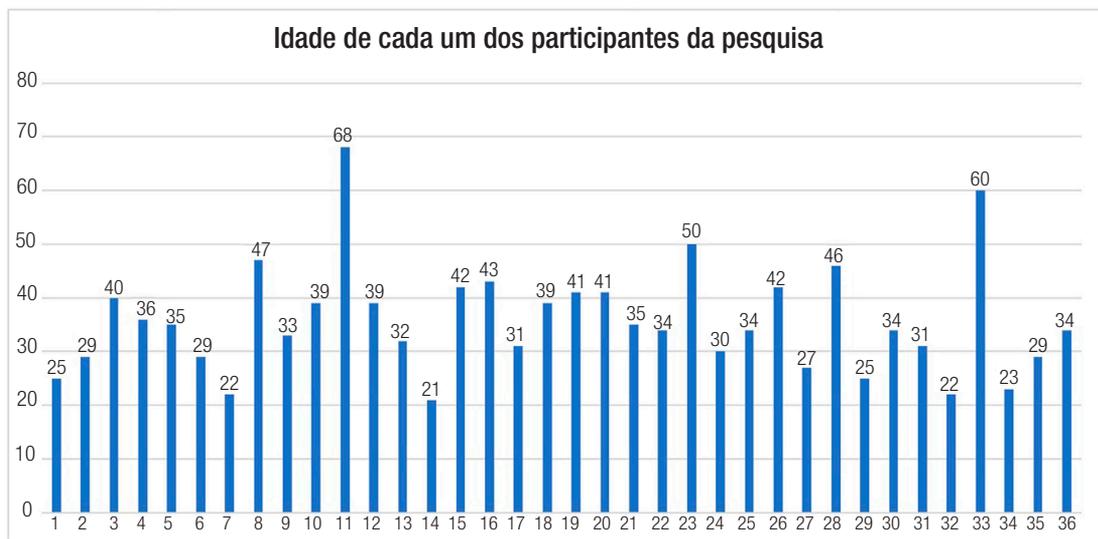
Tipo de curso realizado (titulação máxima)	Número de participantes
Doutorado	7
Mestrado	6
Especialização	12
Cursos de curta duração	1
Graduação	6
Graduação ainda em andamento	4
TOTAL	36

Fonte: Dados da pesquisa.

Em relação às idades de cada um dos participantes, essas são exibidas no Gráfico 2.



Gráfico 2 – Idades de cada um dos respondentes do questionário



Fonte: Dados da pesquisa.

A partir do Gráfico 2, podemos depreender que a média de idade dos participantes da pesquisa é de 37 anos. Em relação aos seus tempos de magistério, esses se distribuem em relação às classes elencadas na Tabela 1.

Tabela 1 – Tempo de magistério dos participantes

Tempo de magistério	Número de participantes	Frequência relativa
0 a 6 anos e 11 meses	14	37,84%
7 anos a 13 anos e 11 meses	13	35,14%
14 anos a 20 anos e 11 meses	4	10,81%
21 anos a 27 anos e 11 meses	3	8,11%
28 anos a 34 anos e 11 meses	0	0,00%
35 anos a 42 anos	2	5,41%
Total	36	100%

Fonte: Dados da pesquisa.

Notamos, a partir da Tabela 1, que 37,84% dos participantes têm no máximo 6 anos e 11 meses de atuação no magistério; 35,14% têm 13 anos e 11 meses de atuação máxima na docência e, conseqüentemente, 72,97% dos participantes lecionam há no máximo 13 anos e 11 meses. Observamos ainda que 18,92% dos participantes têm entre 14 anos e 34 anos e 11 meses de experiência no magistério. Somente 5,51% dos professores participantes atuam há mais de 35 anos na docência.

É importante destacar que embora neste artigo não estabeleçamos relações entre os perfis dos participantes e suas concepções acerca do pensamento algébrico, consideramos relevante apresentar esta breve caracterização dos professores participantes da pesquisa, mesmo sem retomá-la nas análises, para que os leitores possam ter o mínimo de clareza acerca de quem são esses participantes e do quão heterogêneo é o grupo com o qual trabalhamos. Há, evidentemente, possibilidades de caminhos a serem trilhados em investigações futuras articulando as concepções dos docentes aos seus perfis. Dentre outras perspectivas, poderemos, por exemplo, comparar as concepções de pensamento algébrico manifestadas por professores pedagogos com aquelas evidenciadas por licenciados em matemática.

Procedimentos metodológicos

Para identificar as concepções dos participantes da pesquisa acerca do pensamento algébrico, inicialmente, compilamos, por meio de uma planilha *Excel* produzida automaticamente pela ferramenta *forms* do *Office*, suas respostas ao questionário anteriormente mencionado. Analisando cuidadosamente como cada sujeito respondeu à questão “o que você entende pelo termo pensamento algébrico? Explique com o máximo detalhamento que conseguir”, inferimos, primeiramente, a concepção manifestada por sujeito para, posteriormente, identificar nas concepções dos diferentes participantes, convergências e divergências que nos possibilitaram reescrevê-las e agrupá-las em 13 categorias mais gerais que, a nosso ver, fornecem um melhor panorama do que pensavam os participantes a respeito da temática do que trabalhar com 36 concepções diferentes.

Finalizadas as identificações das 13 concepções, essas foram analisadas tendo por subsídio considerações teóricas de diferentes autores acerca do pensamento algébrico e de seus elementos caracterizadores, conforme explicitaremos oportunamente. Mas, em primeiro lugar, é preciso esclarecer o que entendemos por *concepção* neste artigo.

O que assumimos pelo termo concepção

Como indicam diferentes pesquisas da área da educação e, especialmente, da educação matemática – como, por exemplo, Artigue (1989), Balacheff (1995), Almouloud (2007), Lima e Silva Neto (2012) e Martins (2012) – o termo concepção é polissêmico e empregado em diferentes estudos muitas vezes sem uma explicitação precisa do significado a ele atribuído. A esse respeito, Lima (2009) afirma que, em alguns casos, o termo é empregado como sinônimo de raciocínio espontâneo, estrutura alternativa, crença, representações, entre outros. Ratificando essa ideia, Thompson (1992) define concepção como uma “estrutura mental geral, abrangendo crenças, significados, conceitos, proposições, regras, imagens mentais, preferências e coisas do gênero” (Thompson, 1992 *apud* Opre, 2015, p. 230, tradução nossa⁴).

Neste artigo, assumimos a aceção apresentada por Lima (2009, p. 29):

[...] uma concepção pode ser entendida como uma ideia, uma representação ou uma crença que um sujeito tem acerca de alguma coisa, [...] como um tipo específico de conhecimento individual construído na interação do sujeito com o meio (um ambiente).

4- Tradução: “general mental structure, encompassing beliefs, meanings, concepts, propositions, rules, mental images, preferences, and the like”.

Como pontua Silva Neto (2012), com base nas ideias da mencionada autora, ao analisar concepções de professores acerca de um determinado tópico matemático, é necessário considerar que essas:

[...] são constituídas a partir das experiências do professor (experiências de vida, experiências de trabalho e formação), ou seja, são influenciadas pelo contexto no qual o professor vive e/ou desenvolve seu trabalho. Por outro lado, essas concepções também influenciam esse contexto essencialmente no desempenho prático das atividades docentes (Silva Neto, 2012, p. 33).

A partir das considerações apresentadas nesta seção, podemos enunciar de maneira mais explícita o objetivo deste artigo: identificar as ideias, representações ou crenças manifestadas acerca do pensamento algébrico por um conjunto de 36 professores que ensinam matemática. Isto é, os conhecimentos individuais que construíram a respeito do mencionado tema a partir de suas vivências em diferentes âmbitos, como suas formações, suas atuações profissionais, suas leituras etc. Mas, para compreendermos as concepções de um grupo de docentes a respeito do pensamento algébrico, em primeiro lugar, precisamos explicitar o que caracteriza esse modo de pensar específico. É a esta tarefa que nos dedicamos na seção seguinte.

Aspectos caracterizadores do pensamento algébrico

A partir de diferentes compreensões, de distintos autores, acerca do que caracteriza a álgebra, Lima; Bianchini e Lima (2023) propõem sete dimensões, não hierárquicas, complementares e articuladas que, ao serem amalgamadas, retratam essa área da matemática, conforme indicado na Figura 1.

Figura 1 – Dimensões constituintes da álgebra



Fonte: Autores, a partir das ideias de Lima; Bianchini e Lima (2023).

Em relação às diferentes dimensões constituintes da álgebra mencionadas na Figura 1, a linguística diz respeito à álgebra como uma linguagem específica, com sintaxe, semântica e pragmática, para a resolução de problemas. A dimensão procedimental está associada à realização de operações com entes abstratos que são representados por símbolo de abrangência universal. A dimensão relacional vincula-se ao estudo de relações entre duas ou mais grandezas, abarcando a percepção, descrição, representação e manipulação dessas, bem como a geração de modelos. A dimensão generalizadora relaciona-se diretamente aos processos computacionais generalizados e possibilita, por meio do emprego de símbolos, realizar, de modo genérico, todas as operações envolvidas na aritmética. Em relação à dimensão instrumental, podemos afirmar que é ela quem traduz a essência da álgebra como ferramenta para diferentes áreas do conhecimento, agrupando diferentes linguagens para a modelagem de situações em contextos matemáticos e extramatemáticos. Quanto à dimensão integradora, esta:

[...] engloba as estruturas gerais comuns a todas as partes da Matemática, o que está presente em praticamente todo tipo de conhecimento matemático. Está relacionada com o que é verdadeiro em todos os outros ramos dessa ciência (Lima; Bianchini; Lima, 2023, p. 84-85).

O pensamento algébrico vincula-se exatamente à dimensão ainda não mencionada no parágrafo anterior: a cognitiva, composta, de acordo com os mencionados autores, por:

[...] caminhos claros de pensamento (incluindo o pensar de maneira reversa), interpretação e compreensão de situações do dia a dia, isto é, modos de pensamento essencialmente algébricos, visando o agir, o fazer ou o saber. Constitui-se como uma poderosa ferramenta cognitiva que contribui para a recuperação de ideias e conceitos, para o estabelecimento e a compreensão de relações, generalizações, comprovações, análises, sínteses e abstrações em geral (Lima; Bianchini; Lima, 2023, p. 83-84).

Analisando as diferentes formas de definir pensamento algébrico empregadas pelos principais autores de referência na área de educação algébrica, tais como: o argentino Abrahan Arcavi, os brasileiros Analúcia Schliemann, Angela Marta Pereira das Dores Savioli, Daniele Peres da Silva, Jadilson Ramos Almeida, Marcelo Câmara Santos, Rômulo Lins e Terezinha Nunes Carraher, a canadense Carolyn Kieran, os estadunidenses Barbara Brizuela, Maria Blanton e James Kaput, o guatemalteco Luis Radford, o inglês David William Carraher e o mexicano Luis Moreno, identificamos algumas ações relacionadas ao pensamento algébrico e ao seu consequente desenvolvimento desde as mais tenras idades, as quais sintetizamos na Figura 2.

Figura 2 – Ações relacionadas ao pensamento algébrico

O pensamento algébrico está relacionado às seguintes ações:

- **analisar relações entre quantidades, detectar a estrutura, estudar a mudança, conjecturar, generalizar, modelar, justificar, provar e prever;**
- **perceber as relações de variações e covariações;**
- **empregar uma variedade de representações (relativas às linguagens gestual, natural, pictórica e simbólica) que permitem lidar com situações quantitativas de uma forma relacional;**
- **produzir significado para a Álgebra e para os objetos algébricos;**
- **perceber regularidades em operações aritméticas;**
- **diferenciar os usos das variáveis (incógnita, relação funcional, número genérico e parâmetro);**
- **compreender os diferentes papéis assumidos pelo sinal de igual (operador, indicador de equivalência);**
- **tratar quantidades desconhecidas como se fossem conhecidas e realizar cálculos com elas como fazemos com os valores conhecidos na Aritmética.**

Fonte: Elaborado pelos autores.

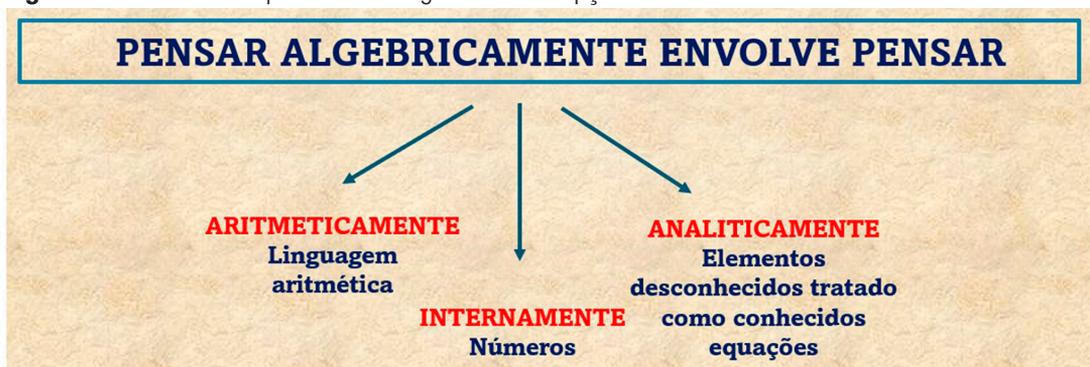
Como pontua Kaput (1999, 2008), o pensamento algébrico é uma atividade exclusivamente humana que surge das generalizações estabelecidas, como resultado de conjecturas sobre dados e relações matemáticas, bem como por meio de uma linguagem cada vez mais formal, usada na argumentação. Não é um modo de pensar exclusivo da álgebra; permeia toda a matemática, uma vez que surge como uma ampliação do raciocínio que vai além dos casos particulares. Na visão desse autor, o pensamento algébrico é composto por três vertentes: aritmética generalizada ou pensamento quantitativo, pensamento funcional e modelação, conforme ilustrado na Figura 3.

Figura 3 – Vertentes do pensamento algébrico na acepção de James Kaput

Aritmética Generalizada ou Pensamento Quantitativo	Pensamento Funcional	Modelação
<ul style="list-style-type: none"> • Generalização acerca das operações aritméticas e suas propriedades e o pensamento sobre relações entre números. 	<ul style="list-style-type: none"> • Generalização de padrões numéricos para descrever relações funcionais, além de perceber as relações de variações e (co)variações. 	<ul style="list-style-type: none"> • Generalização de regularidades em situações do dia a dia na qual a regularidade é secundária relativamente ao objetivo mais geral da tarefa.

Fonte: Elaborado pelos autores a partir das ideias de Kaput (2008).

Lins (1992) também concebe o pensar algebricamente como sendo um amálgama de três diferentes vertentes de maneiras de pensar: aritmeticamente, internamente e analiticamente. É o que esquematizamos por meio da Figura 4.

Figura 4 – Vertentes do pensamento algébrico na acepção de Rômulo Lins

Fonte: Elaborado pelos autores a partir das ideias de Lins (1992).

O pensar aritmeticamente, segundo Lins (1992), está relacionado ao uso de operações aritméticas para representar e manipular as relações presentes em determinado modelo matemático. Já o pensar internamente diz respeito à distinção entre as:

[...] soluções internas, ou seja, aquelas que ocorrem dentro dos limites do campo semântico (modo de produzir significado) dos números e das operações aritméticas, e não pela manipulação de modelos não aritméticos (Lins, 1992, p. 14, tradução nossa⁵).

Por fim, o pensar analiticamente mencionado na Figura 4 refere-se à potencialidade desse modo de pensar como um “método para buscar a verdade” e ao fato de, no pensamento algébrico, tratar-se o desconhecido como conhecido (Lins, 1992).

Para o supracitado autor, um aspecto essencial relacionado ao pensamento algébrico e que pode sintetizar o que de mais importante caracteriza esse modo de pensar é a atribuição, pelo sujeito que o desenvolve e o mobiliza, de significado para a álgebra e os diferentes objetos dessa subárea da matemática.

Outro aspecto importante a ser destacado é o fato de que, apesar de os símbolos estarem no cerne do pensamento algébrico, não se deve reduzi-lo ao transformismo algébrico, muito pelo contrário, o mais importante é a construção de significado, é o pensamento com compreensão, entender o que cada símbolo significa (Kaput; Blanton; Moreno, 2008).

Uma das ações vinculadas ao pensamento algébrico é diferenciar os usos das variáveis. Segundo Ursini *et al.* (2005), autores do modelo teórico denominado 3 Usos da Variável (3UV), são três os principais usos da variável na álgebra trabalhada na educação básica: incógnita, número genérico e relação funcional⁶. Assim, é fundamental que o estudante, ao longo de seu percurso formativo, aprenda a diferenciar, interpretar, simbolizar e manipular as variáveis em cada um desses usos e que transite entre eles de maneira natural.

5- Tradução: “*internal solutions, ie, those which proceed within the boundaries of the Semantical Field of numbers and arithmetical operations, and not by the manipulation of non-arithmetical (in our sense) models*”.

6- Em nossa percepção, poderíamos identificar um quarto uso da variável: a variável como parâmetro. No entanto, os autores que desenvolveram o Modelo 3UV compreendem que este uso é um caso particular da variável atuando como número genérico.



Identificar e empregar os diferentes usos da variável é uma ação relacionada ao pensamento algébrico importante de estar presente na concepção de um professor acerca das características desse modo de pensar. Isso porque, se esse conhecimento estiver no repertório do professor de matemática, seus alunos serão beneficiados, uma vez que os diferentes usos poderão ser explorados em sala de aula, em ações como as indicadas no Quadro 2.

Quadro 2 – Resumo do Modelo 3UV

Variável como incógnita
I1. Reconhecer e identificar, em uma situação problemática, a presença de algo desconhecido que pode ser determinado considerando as restrições do problema.
I2. Interpretar a variável simbólica que aparece em uma equação, como a representação de valores específicos.
I3. Substituir a variável pelo valor ou valores que fazem com que a equação seja um enunciado verdadeiro.
I4. Determinar a quantidade desconhecida que aparece em equações ou problemas, realizando operações algébricas, aritméticas ou de ambos os tipos.
I5. Simbolizar as quantidades desconhecidas identificadas em uma situação específica e utilizá-las para formular equações.
Variável como número genérico
G1. Reconhecer padrões e perceber regras e métodos em sequências e em famílias de problemas.
G2. Interpretar a variável simbólica como a representação de uma entidade geral, indeterminada, que pode assumir qualquer valor.
G3. Deduzir regras e métodos gerais em sequências e famílias de problemas.
G4. Manipular (simplificar, desenvolver) a variável simbólica.
G5. Simbolizar enunciados, regras ou métodos gerais.
Variável em uma relação funcional
F1. Reconhecer a correspondência entre variáveis relacionadas, independentemente da representação utilizada (tabelas, gráficos, problemas verbais, expressões analíticas).
F2. Determinar os valores da variável dependente, dados os valores da variável independente.
F3. Determinar os valores da variável independente, dados os valores da variável dependente.
F4. Reconhecer a variação conjunta das variáveis envolvidas em uma relação funcional, independentemente da representação utilizada (tabelas, gráficos, problemas verbais, expressões analíticas).
F5. Determinar os intervalos de variação de uma das variáveis, dado o intervalo de variação da outra.
F6. Simbolizar uma relação funcional, com base na análise de dados de um problema.

Fonte: Ursini *et al.* (2005, p. 35-37) *apud* Beltrame (2009, p. 40-41).

Por sua importância para o desenvolvimento do pensamento algébrico, merece também destaque a ação indicada na Figura 2, acerca de compreender os diferentes papéis assumidos pelo sinal de igualdade. Como discorrem Lima; Bianchini e Lima (2023),

[...] em uma operação aritmética [...] o sinal de igualdade é percebido como “operador”, devendo ser indicado, após o sinal, o resultado da operação que acontece no primeiro membro. Por exemplo, na expressão $2 + 3 = 5$, o sinal de igualdade representa o comando “opere”, e que, imediatamente após esse sinal, deve ser apresentado o resultado da operação, isto é, que ao adicionar 2 e 3, a soma é 5. No campo algébrico, o sinal de igualdade, por sua vez, precisa assumir o papel de indicador de equivalência, ou seja, o que está no primeiro membro da equação equivale numericamente ao que está no segundo membro. Tal entendimento é imprescindível para, por exemplo, a compreensão da manipulação de quantidades (inclusive de incógnitas), cujo enunciado seria: “se eu tenho a mesma quantidade em ambos os membros da igualdade, é possível retirar quantidades iguais de ambos os membros sem alterar a igualdade”. O princípio da manipulação de quantidades/incógnitas é, então, o que justifica a técnica de transposição de um membro da igualdade para o outro, utilizando-se a operação inversa (Lima; Bianchini; Lima, 2023, p. 91-92).

Para sintetizar o que, em essência, constitui o pensamento algébrico, apresentamos mais algumas considerações presentes em Lima; Bianchini e Lima (2023). Na visão dos autores,

[...] pensar algebricamente seria, em última análise, trazer a Álgebra para dentro de si, de sua estrutura cognitiva, tornando possível lançar mão de todos os elementos constitutivos do campo algébrico: descobrir o desconhecido, representar um objeto a partir de outro (o número a partir da letra), estabelecer relações que não estão claramente postas na situação apresentada, operar, generalizar, propor modelos e padrões. Dito dessa maneira, a Álgebra deixa de ser entendida apenas como um campo do saber definido no currículo; cognitivamente, constitui-se como uma ferramenta do pensamento, de sofisticação e amplificação da estrutura cognitiva (Lima; Bianchini; Lima, 2023, p. 102-103).

Explicitados os elementos caracterizadores do pensamento algébrico, podemos, finalmente, apresentar as concepções acerca desse modo de pensar manifestadas pelos professores participantes de nossa investigação. Esse é o objetivo da seção seguinte.

O que os participantes da investigação concebem como pensamento algébrico?

Como detalhamos na seção da metodologia empregada neste artigo para a produção e a organização dos dados, após analisarmos as respostas de cada um dos 36 participantes para a questão: o que você entende pelo termo pensamento algébrico? Explique com o máximo detalhamento que conseguir, identificamos, a princípio, as concepções de cada professor para o termo pensamento algébrico. Na sequência, explicitando convergências e divergências entre elas, agrupamo-las em 13 distintas concepções apresentadas no Quadro 3.



Quadro 3 – Concepções sobre pensamento algébrico manifestadas pelos participantes

Concepção	
C1	O pensamento algébrico é uma ferramenta, um caminho para a resolução de problemas
C2	O pensamento algébrico é uma linguagem para a resolução de problemas
C3	O pensamento algébrico é uma ferramenta para simplificar problemas
C4	O pensamento algébrico é algo associado ao raciocínio lógico, porém desvinculado das situações reais
C5	O pensamento algébrico é uma visão prática e realista da Matemática
C6	O pensamento algébrico é algo específico da Álgebra
C7	O pensamento algébrico é algo diretamente relacionado à Álgebra
C8	O pensamento algébrico é um modo de explicar as propriedades da Álgebra
C9	O pensamento algébrico é uma simplificação do ensino de Álgebra
C10	O pensamento algébrico é um processo relacionado à articulação dos conceitos matemáticos e às suas aplicações cotidianas
C11	O pensamento algébrico é uma ferramenta de formalização do conhecimento matemático espontâneo para o conhecimento matemático científico
C12	O pensamento algébrico está diretamente relacionado aos números
C13	O pensamento algébrico é um processo de compreensão que se inicia com os números e avança em direção às variáveis e/ou incógnitas

Fonte: Dados da pesquisa.

A concepção C1 tem caráter utilitário, estando vinculada a aspectos procedimentais e à matematização de um problema. Segundo podemos notar agrupando algumas respostas dadas pelos participantes que manifestaram essa concepção, o pensamento algébrico está relacionado a um caminho logicamente estruturado ou padronizado para enfrentar, de modo claro e lógico, diferentes situações - inclusive as diárias - de diferentes áreas do conhecimento. Consideram que esse modo de pensar vai além daquele oportunizado pela aritmética básica e é fundamental para a compreensão e para a resolução de problemas mais complexos na matemática, em suas diferentes subáreas, e em várias outras disciplinas. É um modo de raciocinar matematicamente que pode ser representado por símbolos, letras, regras e conceitos algébricos. Pode ser considerado como a competência de expressar em termos genéricos algo que é variável, abstrato ou não numérico.

Articulando a concepção C1 com as ações relacionadas ao pensamento algébrico que mostramos na Figura 2, notamos, predominantemente: empregar uma variedade de representações que permitem lidar com situações quantitativas de uma forma relacional e tratar quantidades desconhecidas como se fossem conhecidas e realizar cálculos com elas como fazemos com os valores conhecidos na aritmética.

A concepção C2 também é de caráter utilitário, mas está relacionada a aspectos linguísticos e não necessariamente procedimentais como observado em C1. Também se vincula ao processo de matematização de um problema. Essas impressões são ratificadas a partir do agrupamento de alguns extratos de respostas dos participantes nos quais afirmam que: o pensamento algébrico é uma linguagem para traduzir informações dadas em língua materna para a linguagem simbólica, representar quantidades desconhecidas

ou variáveis em expressões matemáticas e equações, pensar em números como incógnitas, associar termos independentemente desses estarem ou não explícitos em uma operação ou situação cotidiana, transformar outras representações matemáticas para a escrita algébrica e vice-versa, e a partir desses procedimentos, resolver problemas. Salientam ainda que é um modo de pensamento e de linguagem; uma habilidade cognitiva e matemática, relacionada a conhecimentos e habilidades vinculados às variáveis, incógnitas, relações, hipóteses, raciocínios, representações, argumentações, apresentações e exposição de ideias, generalização (ideia central neste modo de pensamento) com recursos próprios e não apenas por meio da linguagem formal, determinação de padrões. Possibilita ao indivíduo explicar como pensou, argumentou e justificou ao resolver um problema. Desenvolver o pensamento algébrico significa desenvolver a habilidade cognitiva que envolve a capacidade criativa de abstração nas representações matemáticas, com aplicação concreta ou real, para solucionar um problema matemático. Vincula-se também à subjetividade, à lógica e à intencionalidade.

Na concepção C2 estão explícitas as seguintes ações vinculadas ao pensamento algébrico: analisar relações entre quantidades, detectar a estrutura, estudar a mudança, conjecturar, generalizar, modelar, justificar, provar e prever; empregar uma variedade de representações (relativas às linguagens gestual, natural, pictórica e simbólica) que permitem lidar com situações quantitativas de uma forma relacional; diferenciar os usos das variáveis (incógnita, relação funcional, número genérico e parâmetro); e tratar quantidades desconhecidas como se fossem conhecidas e realizar cálculos com elas como fazemos com os valores conhecidos na Aritmética.

A concepção C3 é também utilitária, de cunho simplificador e vinculada à ideia de álgebra como generalização da aritmética. Nas palavras dos participantes que evidenciaram tal concepção, o pensamento algébrico é uma resposta evolutiva da matemática para problemas complexos nos quais o emprego da aritmética se mostraria excessivamente extenso e trabalhoso, sendo necessário empregar tal resposta de forma consciente, considerando sua estrutura lógica, significados e domínio de aplicação. Em relação às ações relacionadas ao pensamento algébrico, nessa concepção percebemos a presença explícita da seguinte: tratar quantidades desconhecidas como se fossem conhecidas e realizar cálculos com elas como fazemos com os valores conhecidos na aritmética. Implicitamente, podemos inferir a presença de perceber regularidades em operações aritméticas.

A concepção C4 é logicista, de natureza puramente abstrata e desvinculada das situações reais. Segundo o sujeito que a manifestou, o pensamento algébrico está vinculado ao raciocínio lógico e é desconfortável aos estudantes por esses não estabelecerem relações com o mundo real. Nesta concepção não se faz presente nenhuma das ações relacionadas ao pensamento algébrico que elencamos na Figura 2. Do mesmo modo, a concepção C5 também não se articula com nenhuma dessas ações. Além disso, tem natureza oposta à observada na C4, uma vez que é de cunho prático e realista, estando associada, segundo o sujeito que a manifestou, à habilidade de ver e pensar a matemática de modo prático e realista.

As concepções C6 e C7 apresentam características semelhantes, mas diferem em um aspecto essencial: enquanto C6 é limitadamente algébrica, C7 é fortemente relacionada à álgebra, mas não limitada a ela. As respostas dos participantes que manifestaram essas



concepções ratificam essas ideias. Os que apresentam a concepção C6 indicam que o pensamento algébrico é algo exclusivo da álgebra e diretamente relacionado com a manipulação da linguagem algébrica e com a abstração. Já os de concepção C7 afirmam que o pensamento algébrico se relaciona ao verdadeiro sentido da matemática – a álgebra – sem a qual é muito difícil ensiná-la. Em C6, identificamos a seguinte ação relacionada ao pensamento algébrico: tratar quantidades desconhecidas como se fossem conhecidas e realizar cálculos com elas como fazemos com os valores conhecidos na aritmética. Já em C7, não há evidência de nenhuma dessas ações vinculadas ao pensamento algébrico.

Já em relação à concepção C8, podemos classificá-la como explicativa, uma vez que os participantes que a manifestaram afirmam ser o pensamento algébrico um modo de explicar as propriedades algébricas com clareza e exatidão. Está diretamente vinculada à ação: produzir significado para a álgebra e para os objetos algébricos.

A concepção C9 pode ser entendida como sendo de natureza pedagógica-simplificadora, uma vez que o sujeito que a apresentou compreende o pensamento algébrico como um modo simplificado de ensinar álgebra. Não está vinculada a nenhuma ação relacionada ao pensamento algébrico evidenciada na Figura 2.

Na concepção C10 evidencia-se um caráter unificador e aplicado. Os participantes que explicitaram ter essa concepção o entendem como o processo, que começa nos anos iniciais do ensino fundamental e prossegue até o ensino superior, relacionado à articulação dos conceitos matemáticos e suas aplicações no dia a dia. Essa concepção não está diretamente relacionada a nenhuma ação intrínseca ao pensamento algébrico indicada na Figura 2.

A concepção C11 pode ser compreendida como de caráter instrumental-formalizador do conhecimento matemático espontâneo para o científico, exatamente como descrevem os participantes que a manifestaram: uma forma de pensar que permite a formalização do conhecimento matemático cotidiano para o conhecimento matemático científico/escolar. Ao menos explicitamente, não há, nesta concepção, menção a nenhuma ação relacionada ao pensamento algébrico. Da mesma forma, a concepção C12, de caráter aritmético, também não está vinculada a nenhuma dessas ações. Os participantes a explicitaram apenas mencionando que o pensamento algébrico diz respeito a trabalhar com ênfase nos números.

Por fim, a concepção C13 pode ser interpretada como sendo de natureza processual: dos números às variáveis. Os participantes a explicitaram afirmando que o pensamento algébrico é a capacidade de compreender as igualdades e as desigualdades entre objetos, números e posteriormente o avanço para a compreensão de variáveis e/ou incógnitas. Nesta concepção estão presentes as seguintes ações relacionadas ao pensamento algébrico: analisar relações entre quantidades, detectar a estrutura, estudar a mudança, conjecturar, generalizar, modelar, justificar, provar e prever; diferenciar os usos das variáveis (incógnita, relação funcional, número genérico e parâmetro); tratar quantidades desconhecidas como se fossem conhecidas e realizar cálculos com elas como fazemos com os valores conhecidos na Aritmética.

As associações que puderam ser realizadas entre as concepções manifestados pelos participantes da pesquisa e as ações inerentes ao pensamento algébrico foram por nós sintetizadas por meio do quadro 4.

**Quadro 4** – Ações relacionadas ao pensamento algébrico presentes nas concepções manifestadas pelos participantes da pesquisa

Ação relacionada ao pensamento algébrico	Explicitamente presente nas concepções
Analisar relações entre quantidades, detectar a estrutura, estudar a mudança, conjecturar, generalizar, modelar, justificar, provar e prever	C2, C13
Perceber as relações de variações e covariações	não se evidenciou em nenhuma das concepções
Empregar uma variedade de representações (relativas às linguagens gestual, natural, pictórica e simbólica) que permitem lidar com situações quantitativas de uma forma relacional	C1, C2
Produzir significado para a álgebra e para os objetos algébricos	C8
Perceber regularidades em operações aritméticas	C3
Diferenciar os usos das variáveis (incógnita, relação funcional, número genérico e parâmetro)	C2, C13
Compreender os diferentes papéis assumidos pelo sinal de igual (operador, indicador de equivalência)	não se evidenciou em nenhuma das concepções
Tratar quantidades desconhecidas como se fossem conhecidas e realizar cálculos com elas como fazemos com os valores conhecidos na aritmética	C1, C2, C3, C6, C13

Fonte: Dados da pesquisa.

A partir da análise do Quadro 4, percebemos que a ação relativa ao pensamento algébrico mais explicitamente vinculada às concepções que os professores manifestaram é a de tratar quantidades desconhecidas como se fossem conhecidas e realizar cálculos com elas como fazemos com os valores conhecidos na aritmética. A predominância dessa ação pode ser explicada, possivelmente, pela valorização dada na educação básica e mesmo nos cursos de formação de professores à ideia de álgebra como uma generalização da aritmética, o que reduz o pensar algebricamente ao que Kaput (2008) denomina de uma de suas vertentes, a saber, a aritmética generalizada ou pensamento quantitativo, dando pouca ênfase às outras duas vertentes desse modo de pensar, que são o pensamento funcional e a modelação.

Também em consonância às ideias de Lins (1992) acerca do pensamento algébrico, a prevalência da ação mencionada no parágrafo anterior ilumina somente uma das vertentes do pensar algebricamente, a saber: o pensar analiticamente. As outras vertentes que, para este autor, são: o pensar aritmeticamente e o pensar internamente não são suficientemente contempladas.

Outras ações vinculadas ao pensamento algébrico significativamente presentes nas concepções evidenciadas pelos participantes são: analisar relações entre quantidades, detectar a estrutura, estudar a mudança, conjecturar, generalizar, modelar, justificar, provar e prever (diretamente relacionada à vertente modelação, na acepção de Kaput (2008)); empregar uma variedade de representações (relativas às linguagens gestual, natural, pictórica e simbólica) que permitem lidar com situações quantitativas de uma forma relacional (vinculada predominantemente à vertente aritmética generalizada ou



pensamento quantitativo, segundo Kaput (2008)); e, em consonância ao Modelo 3UV (Ursini *et al.*, 2005), diferenciar os usos das variáveis - incógnita, relação funcional, número genérico e parâmetro.

Como menor incidência, estando presente somente em duas das 13 concepções identificadas, estão duas ações relacionadas ao pensamento algébrico que consideramos essenciais. Produzir significado para a álgebra e para os objetos algébricos, uma destas ações, está explicitamente presente somente na concepção C8, mas se constitui como a essência do pensamento algébrico, como pontua Lins (1992). A outra ação não frequente nas concepções dos participantes – sendo explícita apenas em C3 – é perceber regularidades em operações aritméticas. A pouca disseminação desta ação nas concepções dos professores acerca do pensamento algébrico pode dificultar que a aritmética seja trabalhada, desde os primeiros anos de escolaridade, sob uma perspectiva já relacionada com a álgebra e suas estruturas, como, por exemplo, as propriedades das operações aritméticas. Como pontua Cardoso (2010, p. 130):

[...] a abordagem da Álgebra nos primeiros anos deve assentar-se em uma visão da Aritmética como parte da Álgebra em que os fatos aritméticos são encarados como instâncias de ideias mais gerais e na exploração e generalização de padrões que permitam interpretações funcionais.

Duas ações extremamente relevantes para o desenvolvimento e a mobilização do pensamento algébrico não foram evidenciadas pelos participantes da pesquisa em suas concepções relativas a este modo de pensar. A primeira delas é perceber as relações de variações e covariações. Esta ação vincula-se diretamente a um aspecto fundamental da álgebra que é o pensar funcionalmente, cujos germes podem ser explorados desde o início da escolaridade, culminando com a ideia de função. Também tem implicações diretas no desenvolvimento e na mobilização dos pensamentos proporcional e variacional.

A outra ação não explicitada nas concepções dos professores também é fulcral para a adequada introjeção do pensar algebricamente. Trata-se da compreensão dos diferentes papéis assumidos pelo sinal de igual (operador, indicador de equivalência). Esta ação está relacionada a uma ruptura epistemológica entre a aritmética e a álgebra, uma vez que o sinal de igualdade muda de papel em relação a como ele era comumente trabalhado em aritmética – como operador – e passa a ser explorado em álgebra – como indicador de equivalência, como apresentado anteriormente sob a perspectiva de Lima; Bianchini e Lima (2023). O professor que não percebe a centralidade da compreensão dos diferentes papéis do sinal de igual para o desenvolvimento do pensamento algébrico poderá não explorar, de modo apropriado, um ensino de álgebra de forma concomitante com o de aritmética, propondo, ainda nos anos iniciais da educação básica, situações nas quais os alunos possam se defrontar com conceitos e noções relacionados à álgebra como, por exemplo, essa questão do *status* do sinal de igualdade.

Notamos que, dentre as concepções sobre pensamento algébrico manifestadas pelos participantes, há sete que, como anteriormente mencionado, não se relacionam explicitamente a nenhuma ação vinculada ao modo algébrico de pensar. São as concepções: C4, C5, C7, C9, C10, C11 e C12. Essas revelam uma maior falta de clareza, por parte dos participantes,



acerca do que é pensamento algébrico, uma vez que se associam a visões incompletas e reducionistas da álgebra, do modo de pensar inerente a ela e da própria matemática.

Mas, quais seriam, na visão dos participantes de nossa pesquisa, os temas diretamente envolvidos em estudos sobre o pensamento algébrico? Explicitar essas temáticas é nosso objetivo na próxima seção.

Temáticas que, na visão dos participantes da pesquisa, relacionam-se ao pensamento algébrico

Neste artigo, além de objetivarmos evidenciar as concepções dos participantes a respeito do que compreendem como sendo o pensamento algébrico, buscamos identificar quais são, no entendimento deles, os temas envolvidos em estudos relativos a esse modo de pensar. Para alcançar este objetivo, analisamos as respostas dadas pelos professores à pergunta (b) do supracitado questionário inicial, a saber: de acordo com o seu entendimento, quais temas estariam envolvidos em estudos sobre o pensamento algébrico? A partir das respostas dos participantes para essa questão, elaboramos o Quadro 5, no qual apresentamos as temáticas mencionadas e os números de incidência de cada uma delas.

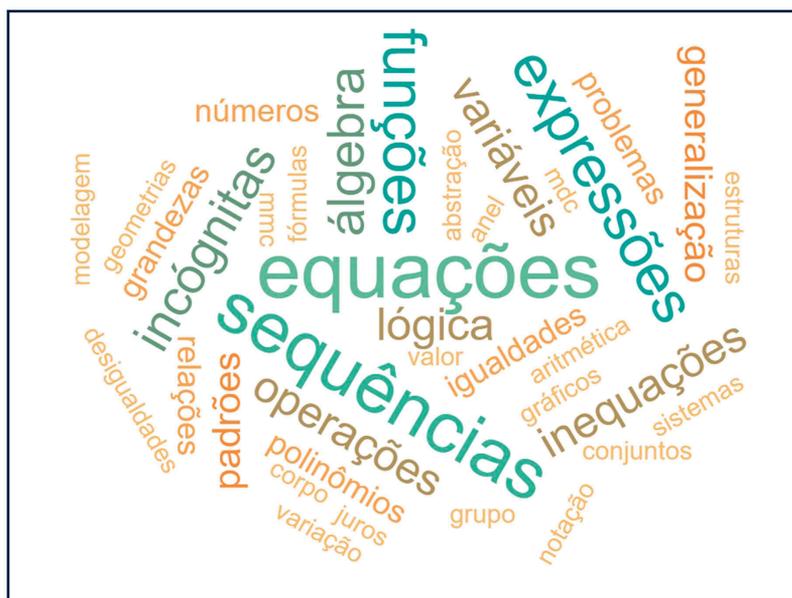
Quadro 5 – Temáticas que, para os participantes, vinculam-se ao pensamento algébrico

Temática	Números de incidência	Temática	Números de incidência
Abstração	1	Incógnitas	5
Álgebra	5	Inequações	4
Anel	1	Juros	1
Aritmética	1	Lógica	4
Conjuntos	1	MDC	1
Corpo	1	MMC	1
Desigualdades	1	Modelagem	1
Equações	9	Notação	1
Estruturas	1	Números	2
Expressões	6	Operações	4
Fórmulas	1	Padrões	3
Funções	6	Polinômios	2
Generalização	3	Problemas	2
Geometrias	1	Relações	2
Gráficos	1	Sequências	8
Grandezas	2	Sistemas	1
Grupo	1	Valor	1
Igualdades	2	Variação	1
		Variáveis	4

Fonte: Dados da pesquisa.

A temática mais associada pelos participantes ao pensamento algébrico é equações (com 9 incidências), seguida de seqüências (com 8 incidências), expressões e funções (ambas com 6 incidências), álgebra e incógnitas (ambas com 5 incidências). Com 4 incidências aparecem inequações, lógica, operações e variáveis. As demais temáticas fazem-se presentes com 3 ou menos incidências. As percepções oportunizadas pelo Quadro 5 acerca das temáticas que os participantes associam ao pensamento algébrico podem ser mais bem ilustradas por meio de uma nuvem de palavras, como a que apresentamos na Figura 5.

Figura 5 – Temas relacionados ao desenvolvimento do pensamento algébrico



Fonte: <https://makewordcloud.com/pt/word-cloud-maker> - elaborado pelos autores.

Destacamos o fato de a temática aritmética ter incidência 1. Mais uma vez, ressalta-se a desconexão entre a aritmética e a álgebra e, conseqüentemente, entre a aritmética e o pensamento algébrico, evidenciada pelos participantes da pesquisa, aspecto também destacado na seção anterior ao salientarmos a baixa prevalência, nas concepções dos docentes, da ação perceber regularidades em operações aritméticas.

O não destaque pelos participantes, como indicado anteriormente no Quadro 5, da ação perceber as relações de variações e covariações em suas concepções de pensamento algébrico, a nosso ver, explica a baixa incidência de menção às temáticas variação, relações e modelagem, uma vez que é exatamente a percepção de relações de variações e covariações que possibilita, por meio de uma abordagem algébrica, modelar um problema de diferentes áreas. Surpreendeu-nos, também, a baixa incidência das temáticas notação, abstração e generalização, essenciais ao desenvolvimento do pensamento algébrico. Passamos então às considerações que podem ser depreendidas de nossas análises.

Considerações finais

O objetivo deste artigo foi analisar as concepções de 36 professores que ensinam matemática, participantes heterogêneos em termos de idades e de formações, sobre pensamento algébrico e que temáticas esses participantes associam a esse modo de pensar. Os mencionados professores participaram de três oficinas *on-line* síncronas, tratando do pensamento algébrico e de seu desenvolvimento, ocorridas no segundo semestre de 2023.

Os dados produzidos nos possibilitaram classificar em 13 categorias as concepções de tais participantes. Estas, embora, de modo geral, relacionem-se diretamente às ações vinculadas ao pensamento algébrico, deixam a margem alguns aspectos centrais articulados a este tipo de pensamento. Particularmente, destacamos a ausência de menção às ações de perceber as relações de variações e covariações e de compreender os diferentes papéis assumidos pelo sinal de igual (operador, indicador de equivalência) e reduzida referência às ações de produzir significado para a Álgebra e para os objetos algébricos e de perceber regularidades em operações aritméticas.

Como ressaltado ao longo das análises apresentadas, a pouca vinculação ou mesmo a total ausência de articulação entre o pensamento algébrico e tais ações podem ter sérias implicações didáticas. Especificamente, podem levar a uma ênfase na separação entre a aritmética e a álgebra, atribuindo à primeira o caráter de pré-requisito para a segunda, ao invés de uma abordagem da aritmética já com foco no desenvolvimento do pensamento algébrico.

Podem também comprometer o desenvolvimento, desde o início da escolaridade, de noções germinais relativas ao conceito de função, objeto matemático essencial para o estudo e para a modelização de fenômenos de diferentes áreas do conhecimento. Especificamente em relação ao conceito de função, a não percepção das relações de variações e covariações pode prejudicar a compreensão dinâmica do conceito, cristalizando uma noção estática para a ideia de função.

Por sua vez, a não articulação entre o que caracteriza o pensar algebricamente e a compreensão entre os diferentes papéis assumidos pelo sinal de igual (operador, indicador de equivalência) pode ter como consequência didática a não exploração adequada de situações que possibilitam a compreensão da noção de equivalência, ideia fundamental em todo o desenvolvimento da álgebra e, particularmente, indispensável na resolução de equações e inequações, com significado e compreensão e não meramente por artifícios técnicos.

A questão do significado, ressaltada no final do parágrafo anterior, não está, de modo algum, associada somente aos processos de resoluções de equações e de inequações. Deve ser o foco dos processos de ensino e de aprendizagem de álgebra, o que, segundo considerações de diferentes autores mencionados neste artigo, se dá exatamente por meio do desenvolvimento do pensamento algébrico. Mas, se de um grupo de 36 docentes, apenas em uma das concepções – dentre as 13 identificadas – a produção de significado para a álgebra e para os objetos algébricos explicitou-se como uma ação vinculada ao modo de pensar algébrico, mais uma vez, correr-se-á o risco desta produção de significados não ser bem-sucedida, caso esse elemento não seja mais bem discutido também junto aos docentes que deverão mediar o processo de aprendizagem dos estudantes.



Os passos futuros desta investigação serão compreender os conhecimentos que esses docentes colocam em ação ao elaborar atividades visando ao desenvolvimento do pensamento algébrico e os resultados, em termos de ampliações de suas concepções acerca deste modo de pensar, de suas participações nas mencionadas oficinas⁷.

Vale a pena ressaltar que, por se tratar de uma pesquisa de natureza qualitativa, não há qualquer intenção de estabelecer generalizações, em relação aos resultados obtidos, para além do grupo considerado. Temos consciência de que a amostra considerada é peculiar e não é suficientemente abrangente para a extrapolação dos nossos resultados que, apesar disso, iluminam importantes aspectos para reflexões dos docentes e dos educadores matemáticos.

Como uma limitação da pesquisa realizada, podemos salientar que o número de encontros realizados com os participantes e o tempo de interação entre eles pode não ter sido suficiente para captar com total precisão suas concepções acerca do pensamento algébrico. Apresentam-se, portanto, o que é possível depreender dos dados: evidências acerca de tais concepções, as quais podem ter sido explicitadas a partir dos elementos que os participantes da pesquisa estão mais acostumados a mobilizar em suas práticas docentes. É provável – e pesquisas futuras poderão ratificar ou não esta percepção – que alterações nas variáveis consideradas na investigação possam também alterar, de modo considerável, os resultados obtidos.

Por fim, outra limitação que pode ser indicada diz respeito ao instrumento utilizado para a produção dos dados, uma vez que nem sempre uma pesquisa recorrendo a um formulário dá conta de explicitar, de maneira global, tudo o que um professor tem a dizer acerca de um tema. Neste sentido, é possível que as respostas fornecidas pelos participantes sejam as traduções daquilo que estavam pensando no momento específico em que responderam ao questionário. Não se pode supor que, para além daquilo que o docente exteriorizou, não exista mais nada ou que ele efetivamente não explore em sua prática algo que, quando respondeu ao questionário, não tenha evidenciado.

Referências

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: UFPR, 2007.

ARTIGUE, Michèle. **Épistémologie et didactique**. Cahier Didirem, Paris, n. 3, p. 1-24, 1989.

BALACHEFF, Nicolas. Conception, connaissance et concept. *In*: GRENIER, Denise (ed.). **Séminaire didactique et technologies cognitives en mathématiques**. Grenoble: IMAG, 1995. p. 219-244.

BELTRAME, Juliana Thais. **A álgebra nos livros didáticos: um estudo dos usos das variáveis, segundo o Modelo 3UV**. 2009. 159f. Dissertação (Mestrado em educação) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

7- Agradecemos ao Plano de Incentivo à Pesquisa (PIPEq) da PUC-SP pelo auxílio concedido para a realização da pesquisa da qual este artigo é decorrente.



CARDOSO, Maria Teresa Pimentel. **O conhecimento matemático e didático, com incidência no pensamento algébrico de professores do primeiro ciclo do ensino básico:** que relações com um programa de formação contínua? 2010. 587 f. Tese (Doutorado em Estudos da Criança) – Instituto de Estudos da Criança, Universidade do Minho, Minho, 2010.

KAPUT, James. Teaching and learning a new algebra. *In*: FENNEMA, Elizabeth; ROMBERG, Thomas (ed.). **Mathematics classrooms that promote understanding**. Mahwah: Lawrence Erlbaum, 1999. p. 133-155.

KAPUT, James. What is algebra? What is algebraic reasoning? *In*: KAPUT, James; CARRAHER, David; BLANTON, Maria (ed.). **Algebra in the early grades**. New York: Lawrence Erlbaum, 2008. p. 5-17.

KAPUT, James; BLANTON, Maria; MORENO, Luís. Algebra from a symbolization point of view. *In*: KAPUT, James; CARRAHER, David; BLANTON, Maria (ed.). **Algebra in the early grades**. New York: Lawrence Erlbaum. 2008. p. 19-55.

LIMA, Anna Paula de Avelar Brito; BIANCHINI, Barbara Lutaif; LIMA, Gabriel Loureiro de. Pensamento Algébrico. *In*: BIANCHINI, Barbara Lutaif; LIMA, Gabriel Loureiro de (org.). **O pensamento matemático e os diferentes modos de pensar que o constituem**. São Paulo: Livraria da Física, 2023. p. 75-116.

LIMA, Iranete Maria da Silva. **De la modélisation de connaissances des élèves aux décisions didactiques des professeurs:** étude didactique dans le cas de la symétrie orthogonale. 1. ed. Paris: Edilivre, 2009. (Collection universitaire).

LIMA, Iranete Maria da Silva; SILVA NETO, João Ferreira da. O que pensam professores que ensinam matemática na educação básica sobre a formação continuada? **Pesquiseduca**, v. 4, n. 7, p. 6-23, 2012.

LINS, Rômulo Campos. **A framework for understanding what algebraic thinking is**. 1992. Tese (Doutorado em Filosofia) – School of Education, University of Nottingham, Nottingham, UK, 1992.

MARTINS, Ricardo Lisboa. **Concepções sobre a matemática e seu ensino na perspectiva de professores que ensinam Matemática em licenciaturas de Alagoas**. 2012. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2012.

OPRE, Dana. Teachers' conceptions of assessment. **Procedia-Social and Behavioral Sciences**, v. 209, p. 229-233, 2015.

SILVA NETO, João Ferreira da. **Concepções sobre a formação continuada de professores de matemática em Alagoas**. 2012. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2012.

THOMPSON. Alba Gonzales. A relação entre concepções de matemática e de ensino de matemática de professores na prática pedagógica. **Zetetiké**, Campinas, v. 5, n. 8, p. 11-43, 1997.

URSINI, Sonia *et al.* **Enseñanza del algebra elemental:** una propuesta alternativa. México, DC: Trillas, 2005.



Recebido em: 22.01.2024

Revisado em: 11.06.2024

Aprovado em: 25.06.2024

Editor: Prof. Dr. Roni Cleber Dias de Menezes

Barbara Lutaif Bianchini é bacharel e licenciada em matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), mestra em educação matemática e doutorada em educação: psicologia da educação pela PUC-SP. É docente e pesquisadora no Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC-SP.

Gabriel Loureiro de Lima é bacharel, licenciado e mestre em matemática pela Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP) e doutor em educação matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP). É docente e pesquisador no Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC-SP.