

# La interpretación de los resultados: un elemento de significado para la inferencia estadística

---

## *A interpretação dos resultados: um elemento de significado para inferência estatística*

---

## *The interpretation of results: an element of meaning for statistical inference*

Osmar Vera\*

### RESUMEN

En dos problemas de respuesta abierta, donde se modela una prueba de hipótesis y un análisis de varianza elemental, analizamos las respuestas de (N=224) estudiantes de psicología de la Universidad de Huelva, España, en relación con el significado alcanzado por los estudiantes en la interpretación de los resultados. Una vez resueltos, se les pidió interpretar los resultados en términos del problema. Usamos como marco teórico el enfoque onto-semiótico de la cognición matemática. Como parte del marco, consideramos los objetos matemáticos, los procesos involucrados y los resultados con el objetivo de descubrir conflictos semióticos que conducen a respuestas institucionalmente inadecuadas. Presentamos una clasificación detallada de los conflictos semióticos que emergen del análisis de esas tareas realizadas por los estudiantes.

*Palabras clave:* Interpretación de resultados. Estudiantes de psicología. Conflicto onto-semiótico. Enfoque onto-semiótico de la cognición e instrucción matemática (EOS). Inferencia estadística.

\* Universidade Nacional de Quilmes. Buenos Aires, Argentina. E-mail: [overal17@gmail.com](mailto:overal17@gmail.com). <https://orcid.org/0000-0003-2163-8516>.

## RESUMO

Foi aplicado duas questões de resposta aberta, onde um teste de hipóteses e análise de variância elemental é modelado, analisou as respostas (n = 224) estudantes de psicologia na Universidade de Huelva, Espanha, a respeito do significado alcançado por estudantes na interpretação dos resultados. Uma vez resolvidos, eles foram solicitados a interpretar os resultados em termos do problema. Utilizamos a abordagem onto-semiótica da cognição matemática como referencial teórico. Como parte do quadro, consideramos os objetos matemáticos, os processos envolvidos e os resultados com o objetivo de descobrir conflitos semióticos que levam a respostas institucionalmente inadequadas. Apresentamos uma classificação detalhada dos conflitos semióticos que emergem da análise das tarefas realizadas pelos alunos.

*Palavras-chave:* Interpretação de resultados. Estudantes de psicologia. Conflito semiótico. Abordagem onto-semiótica à cognição e instrução matemática (EOS). Inferência estatística.

## ABSTRACT

In a hypothesis test and analysis of variance open-ended problem, we analyzed the answers given by (N = 224) psychology students from the University of Huelva, Spain in relation to the meaning reached by the students in the interpretation for both results. After solving the problems, they were asked to interpret the results in terms of the problem. We use the onto-semiotic approach to mathematical cognition as a theoretical framework. As part of this framework, we consider the mathematical objects, the processes involved and the results, with the aim of discovering semiotic conflicts that lead to institutionally inadequate responses. We present a detailed classification of the semiotic conflicts that emerge from the analysis of these tasks carried out by the students.

*Keywords:* Interpretation of results. Psychology students. Onto semiotic conflicts. Onto semiotic approach (OSA). Statistical inference.

## Introducción

Una característica común que tienen hoy en día las investigaciones que involucran a las ciencias humanas como la sociología, educación y psicología es el uso e interpretación de la inferencia estadística. La utilización de la inferencia en esas investigaciones, y en particular, tanto del contraste de hipótesis,

como del análisis de varianza muchas veces no resulta la más adecuada, eso se demuestra en diversas revisiones (Batanero, 2000; Batanero & Díaz, 2006). Dichos trabajos advierten de que los resultados de los contrastes estadísticos se interpretan incorrectamente en los trabajos publicados en las revistas de investigación.

Ello es preocupante, pues un elemento caracterizador tanto de las pruebas de hipótesis propiamente dichas como del análisis de varianza es la toma de decisiones como una respuesta final del problema (Harradine, Batanero & Rossman, 2011), para lo cual es necesario la interpretación de los resultados en términos del problema. A pesar de la difusión del uso de software en computadores, tanto los investigadores como los estudiantes manifiestan incomprensiones para ese proceso, ya que además ese razonamiento no se vale de los artefactos.

La incomprensión de la inferencia en estudiantes universitarios ha sido descrita en muchas investigaciones (Castro Sotos, Vanhoof, Van den Noortgate & Onghena, 2007; Vallecillos, 1994; Vera, 2017; Vera, Batanero, Díaz & López-Martín, 2016; Vera, Díaz & Batanero, 2011, 2016), sin embargo no se tienen antecedentes de estudios en relación con la interpretación de resultados estadísticos en términos del problema. Consideramos que la correcta interpretación de los resultados en un contraste llevará a una adecuada toma de decisiones, que tal como lo dijimos es el objetivo final de los contrastes de hipótesis.

Para lograr nuestro objetivo, en este trabajo, se pasó una prueba de evaluación a los estudiantes de psicología, con la finalidad de evaluar su capacidad de argumentación y las estrategias utilizadas al resolver problemas abiertos. Apoyándonos en nociones teóricas del enfoque onto-semiótico de la cognición e instrucción matemática (Godino, 2002; Godino, Font & Wilhelmi, 2008; Godino, Batanero & Font, 2012) se realizó el estudio semiótico de las respuestas dadas. De los cinco niveles del análisis didáctico descrito por los autores, en nuestro estudio ponemos la atención en el segundo nivel, el cual se centra en los objetos y procesos que intervienen en la realización de las prácticas matemáticas, y tiene como objetivo describir su complejidad onto-semiótica como un factor explicativo de los conflictos semióticos que en su realización se producen. Destacamos también para este trabajo el análisis de funciones semióticas interpretadas como la relación entre objetos, ya que permiten un refinamiento del análisis de significado en términos de las prácticas matemáticas (Godino, Batanero & Font, 2012).

Seguimos el método usado en investigaciones previas, por ejemplo, Cañadas (2012) y Gea (2014), que comparten nuestro marco teórico. De este modo, por medio de nuestro análisis comparamos el significado institucional del objeto matemático contraste de hipótesis (tanto en la prueba de hipótesis propiamente dicha como en el análisis de varianza) con el significado logrado

por los estudiantes para interpretar el resultado de sus procedimientos en términos del problema, es decir en contexto. En lo que sigue describimos el marco teórico utilizado; la metodología empleada, la discusión de los resultados y la conclusión del trabajo.

## **Marco teórico**

De acuerdo a Godino, Batanero, y Font (2012), para especificar y afrontar los problemas de investigación en didáctica de las matemáticas, se necesitan las teorías. En nuestro caso, hemos tomado el “enfoque onto-semiótico” (EOS) de la cognición matemática, propuesto por Godino y colaboradores (Godino, Font & Wilhelmi, 2008; Godino, 2002) como el más adecuado para nuestra investigación. Dicho modelo, nos da un punto de vista pragmático-antropológico, partiendo del papel clave que tiene la actividad de resolución de problemas.

### *Significados personales e institucionales*

Los autores, ya mencionados para este marco teórico, han ido precisando y desarrollando las nociones de “significado institucional y personal de un objeto matemático” (entendidos ambos en términos de sistemas de prácticas en las que el objeto es determinante para su realización) y su relación con la noción de comprensión. Para un objeto matemático (en este caso la interpretación de la respuesta en términos del problema) dentro de este marco teórico es muy importante distinguir entre significado institucional y personal. El significado institucional incluye las prácticas matemáticas que se comparten en una institución, mientras que el significado personal estaría formado por las prácticas personales de un sujeto. La distinción entre estas dos dimensiones (institucional-personal) del conocimiento es fundamental para nuestra investigación, donde partimos del análisis del significado institucional del objeto de estudio. Al observar las respuestas de los estudiantes a los problemas propuestos, analizamos los significados personales (sistemas de prácticas adquiridos por un sujeto), y concebimos que un estudiante aprende cuando sus significados personales se van acoplando a los institucionales (Godino, 2002) y, cuando alguno de los significados personales no coincide con los de la institución, se procederá a su identificación para realizar una intervención didáctica que permita corregirlos.

## *Significados de los objetos matemáticos*

Para este trabajo nos basamos en estas ideas teóricas propuestas por estos autores (Godino, Batanero & Font, 2012), quienes han pretendido elaborar una ontología suficientemente rica para describir la actividad matemática y los procesos de comunicación de sus “producciones”. Este enfoque concibe el significado de los objetos matemáticos o estadísticos como un sistema complejo de prácticas operativas y discursivas, donde intervienen los siguientes tipos de objetos matemáticos: situaciones problemas, lenguaje, conceptos/definiciones, argumentos y razonamientos usados para justificar o explicar a otra persona las proposiciones y procedimientos. Deberá utilizarlos para establecer las hipótesis estadísticas, elegir el modelo estadístico que utilizará y encontrar el p-valor para interpretar la decisión finalmente en términos del enunciado del problema.

Godino (2002) señala que, en las prácticas matemáticas, intervienen objetos ostensivos (símbolos, gráficos, etc.) y no ostensivos (que evocamos al hacer matemáticas); los símbolos (significantes) remiten a entidades conceptuales (significados). Estas representaciones tienen mucha importancia para facilitar la enseñanza y el aprendizaje, pero a veces causan dificultades en los estudiantes.

## *Función semiótica*

Esta idea aparece en la faceta dual expresión-contenido; más precisamente, según Godino, Batanero & Font (2012) la función semiótica es una “correspondencia entre conjuntos”, donde intervienen tres componentes: un plano de expresión (signo u objeto inicial); un plano de contenido (significado de tal signo, lo representado, objeto final); y un criterio ó regla de correspondencia que sirve para interpretar la relación entre ambos planos señalados. Los autores sugieren que cualquier tipo de objeto (situaciones-problemas, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos), pueden participar en la función semiótica como expresión o contenido (Godino, Batanero & Font, 2012, p. 15).

Las funciones semióticas, generalmente vienen dadas por su expresión, de manera que los otros componentes quedarían implícitos. Alguien debería hacer una posible interpretación de dicha expresión o signo (interpretante), ya que este por sí mismo no explicita la correspondencia entre expresión y contenido. Cuando se produce un desacuerdo entre el significado que ha establecido el autor de la función semiótica y el que hace el interpretante de la misma se habla de *conflicto semiótico*. En particular en la enseñanza o en la evaluación, cada vez que un estudiante hace una interpretación que no va de acuerdo con lo esperado desde la institución que imparte la enseñanza (de una expresión en un libro de texto, o una explicación del profesor, de un ítem de evaluación, etc.),

se produce un *conflicto semiótico*. Esta interpretación permite explicar muchos de los errores y de las dificultades que se observan en el aprendizaje. En nuestra investigación trataremos de caracterizar algunos conflictos semióticos de los estudiantes en relación con la interpretación de resultados, realizando un análisis semiótico con dos problemas abiertos.

## **Material y método**

Se les propuso a 224 estudiantes de segundo año de psicología de la Universidad de Huelva, España (con edades entre 19 y 20 años) que resolvieran, de forma individual y por escrito, la tarea que se presenta en la Figura 1. Dicha tarea plantea dos problemas, un contraste de hipótesis sobre la media de una población con varianza conocida y un análisis de varianza de un factor con medidas repetidas. Se pide al estudiante explicitar los diferentes pasos del proceso.

En el trabajo nos centramos en el análisis del punto 4 (P1) y punto 5 (P2). Allí, se pide interpretar los resultados de la decisión adoptada. La finalidad de esta pregunta fue evaluar la comprensión para la interpretación de los resultados en términos del problema presentado, a través de las respuestas dadas en relación al apartado cuarto (P1) y apartado cinco (P2) del enunciado de la tarea, respectivamente: ¿Qué puede el profesor concluir sobre la media en velocidad lectora de sus alumnos? y ¿Qué conclusión extraes del análisis?

Los datos fueron recogidos como parte de una evaluación en una asignatura de análisis de datos II, obligatoria para los estudiantes que participaron en el estudio y en la que se abordó el muestreo, estimación de intervalos de confianza, contraste de hipótesis sobre medias y proporciones, y análisis de varianza a nivel elemental. Todos ellos habían cursado el primer año estadística descriptiva y probabilidad, en la materia análisis de datos I. Puesto que la pregunta es parte de la evaluación, los estudiantes han estudiado el tema a fondo, para poder superar la asignatura.

FIGURA 1 - PROBLEMAS PLANTEADOS A LOS ESTUDIANTES

*Problema 1 (P1).* Se sabe por diversos trabajos de investigación que los niños de seis años tienen una velocidad lectora media de 40 palabras por minuto, con varianza igual a 16. Un profesor quiere saber si los niños de su clase se sitúan o no en la media de palabras por minuto. Para ello mide la velocidad de lectura en los 25 niños de su clase, obteniendo una media de 43 palabras por minuto:

1. Define las hipótesis estadísticas.
2. ¿Qué tipo de contraste de hipótesis vas a utilizar?
3. ¿Qué decisión debes tomar sobre las hipótesis, con un nivel de confianza del 95%?
4. ¿Qué puede el profesor concluir sobre la media en velocidad lectora de sus alumnos?
5. ¿Cuál es la potencia del contraste si partimos de que el valor que toma la hipótesis alternativa es igual a 42? ( $H_1: \mu = 42$ )?

*Problema 2. (P2).* Se ha llevado a cabo una investigación para estudiar si las técnicas de reducción de estrés tienen efecto sobre la ansiedad precompetitiva en atletas. Para ello se seleccionaron 5 atletas con alta ansiedad y les enseñaron estas técnicas. Se tomaron tres medidas de ansiedad: A1: antes de la enseñanza; A2: durante la enseñanza; A3: después de la enseñanza. Los resultados obtenidos se muestran en la tabla que sigue.

Sujeto	A1	A2	A3
1	8	7	5
2	7	7	5
3	7	6	4
4	6	5	3
5	9	7	4

1. Define las hipótesis estadísticas que se someten a contraste.
2. Define la variable dependiente y la variable independiente.
3. ¿Qué técnica estadística tienes que aplicar para comprobar el efecto de la variable independiente?
4. Suponiendo que se cumplen los supuestos necesarios para el análisis, y que el valor de  $\alpha=0,05$ . ¿Qué decisión tomarías respecto a las hipótesis estadísticas?
5. ¿Qué conclusión extraes del análisis?

FUENTE: Elaborado por el autor.

Para el proceso de elaboración del problema se siguieron una serie de recomendaciones psicométricas habituales, tales como consulta con expertos y pruebas piloto. Con el fin de evaluar la comprensión de los estudiantes en esta pregunta, las respuestas se categorizaron como correctas, parcialmente correctas e incorrectas, y además dentro de cada una de ellas, se diferencié el tipo de respuesta, permitiéndonos así, realizar un análisis más detallado de las estrategias y argumentos dados por los estudiantes.

## Descripción y discusión de los resultados

Describimos ahora las respuestas encontradas para el cuarto apartado de P1, y para el quinto en P2. El estudiante ha de completar el último paso en la modelización según Henry (1997), que consta de observación de la realidad, creación de un modelo matemático, trabajo con el modelo e interpretación de los resultados. Con frecuencia la fase de interpretación resulta difícil para los estudiantes (Arteaga, 2011).

### Estudio semiótico de respuesta para el problema 1

#### *Respuestas correctas*

*C. Realizan una interpretación correcta de los resultados, argumentando por qué los alumnos de la clase del profesor no se sitúan en la media de palabras por minuto.*

Es decir, los estudiantes han completado el último paso de la modelización, consistente en traducir las implicaciones que se deducen del trabajo con el modelo matemático (el test de hipótesis realizado) a la realidad de donde surgió el problema (la velocidad lectora de los niños en la investigación descrita en el problema). En esta categoría hemos agrupado a los estudiantes que dan una argumentación precisa, a partir de rechazar la hipótesis nula. Dichos estudiantes indican, además, cuál es la conclusión que el profesor puede obtener con respecto al comportamiento de sus alumnos respecto al nivel de lectura. En la Tabla 1, se analiza un ejemplo y su análisis semiótico. Vemos que el estudiante usa símbolos y conceptos pertinentes y toma la decisión correcta, interpretando su implicación sobre la investigación descrita.

TABLA 1 - ANÁLISIS SEMIÓTICO DE UNA RESPUESTA CORRECTA

Expresión	Contenido
 <p>Se rechaza la <math>H_0</math>, por tanto, el profesor puede concluir que los alumnos de su clase no se sitúan en la media de palabras por minuto.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- El estudiante argumenta qué decisión debe tomar (proceso de argumentación con símbolos, <math>H_0</math> adecuados).</li> <li>- Reconoce que la decisión debe ser rechazar la hipótesis nula (concepto).</li> <li>- Traduce la decisión al contexto del problema: los alumnos no se sitúan en la media de palabras (contextualización de resultados).</li> </ul>

FUENTE: Elaborado por el autor.

### *Respuestas parcialmente correctas*

Hemos encontrado tres categorías de respuestas en que una parte es correcta, pero contiene algún error; en la primera, los estudiantes interpretan los resultados de su análisis en términos matemáticos, sin contextualizarlos; en la segunda y tercera, aunque contextualizan los resultados, interpretan el contraste como unilateral en una categoría, y en otra han llegado a no rechazar la hipótesis nula, debido a errores en los pasos anteriores.

*PC1. Aunque se interpreta correctamente que no hay diferencia de medias, no se relaciona la respuesta con el contexto del problema.*

En esta categoría agrupamos a los estudiantes que, si bien responden en términos de rechazar la hipótesis nula, lo que es la solución matemática correcta, no interpretan ese resultado en el contexto del problema; por tanto no completan el último paso del proceso de modelización (Henry, 1997). No aparece en la respuesta la conclusión que debe sacar el profesor con respecto al nivel de lectura de los alumnos de su clase, comparados con el nivel de los niños de la población en general. En la Tabla 2 se analiza un ejemplo, que muestra un conflicto en el estudiante, aunque usa correctamente las ideas de hipótesis nula y región de rechazo.

TABLA 2 - ANÁLISIS SEMIÓTICO DE UN EJEMPLO EN LA CATEGORÍA PC1

Expresión	Contenido
Muy diferentes (su la media poblacional).	<ul style="list-style-type: none"> <li>- El estudiante reconoce que debe rechazar la hipótesis nula (propiedad, está en la zona de rechazo).</li> <li>- Sin embargo, no es capaz de contextualizar. Aparece un <i>conflicto</i> ya que no utiliza el fenómeno presente en la tarea (<i>el estudio del nivel de lectura de un grupo de estudiantes</i>).</li> </ul>

FUENTE: Elaborado por el autor.

*PC2. Interpreta el contraste como si se tratase de un contraste unilateral y hace una interpretación correcta para este.*

Decidimos agrupar en esta categoría a todos los estudiantes que respondieron a la tarea como si fuese un contraste unilateral, aún cuando el problema planteado corresponde a un contraste bilateral. Es decir, confunden el tipo de contraste, aunque lo han resuelto bien, pues han rechazado la hipótesis nula. Por otro lado, dieron una interpretación parcial del resultado obtenido en el contexto del problema. Este hecho principalmente es consecuencia de haber definido un contraste unilateral en el primer apartado de la tarea. Aunque la interpretación es consistente con la hipótesis planteada, se considera parcialmente correcta pues no está en consonancia con el objetivo del problema planteado. En la Tabla 3, analizamos un ejemplo, donde el estudiante presenta un conflicto consistente en confundir el campo de problemas.

TABLA 3 - ANÁLISIS SEMIÓTICO DE UN EJEMPLO EN LA CATEGORÍA PC2

Expresión	Contenido
Que la media de velocidad lectora de su clase está por encima de la media poblacional	<ul style="list-style-type: none"> <li>- El estudiante realiza el contraste en el que decide rechazar la hipótesis nula (proceso de interpretación).</li> <li>- Concluye que cae en la zona de rechazo de la prueba (propiedad) usando los términos del problema que se estudia, es decir, toma la decisión correcta.</li> <li>- Al haber planteado un contraste unilateral (<i>conflicto</i>) interpreta el rechazo al decir “<i>está por encima</i>” confunde el campo de problemas, responde como prueba unilateral derecha.</li> </ul>

FUENTE: Elaborado por el autor.

*PC3. Interpretan que la media de la población es igual a la de la muestra.*

En esta categoría hemos incluido a todos los estudiantes que, aunque contextualizan sus resultados en términos del problema, completando el ciclo de modelización, concluyen que los alumnos de su clase tienen igual velocidad lectora que los de la población. Ello se debe a que están asumiendo que hay que aceptar la hipótesis nula, por una confusión entre región de aceptación y rechazo, es decir, porque arrastran un error del apartado anterior (¿Qué decisión debes tomar sobre las hipótesis, con un nivel de confianza del 95%?). La confusión entre región de rechazo y aceptación fue descrita, entre otros trabajos por Vallecillos (1994). En la Tabla 4, realizamos el análisis semiótico de un ejemplo en que se muestra este conflicto.

TABLA 4 - ANÁLISIS SEMIÓTICO DE UN EJEMPLO EN LA CATEGORÍA PC3

Expresión	Contenido
<p><i>Que sus alumnos se sitúan en la media poblacional.</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– El estudiante decide no rechazar la hipótesis nula (proceso de interpretación), genera un <i>conflicto</i>, puesto que de acuerdo con los datos de la tarea, debería rechazarla (cae en la zona de rechazo: propiedad).</li> <li>– Al interpretar los resultados del estudio inferencial (concepto), deduce que los alumnos se sitúan en <i>la media de velocidad lectora</i>, (proceso de argumentación). La interpretación sería correcta para la decisión tomada.</li> </ul>

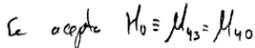
FUENTE: Elaborado por el autor.

*Respuestas incorrectas*

*II. Concluye, correcta o incorrectamente, pero no interpreta.*

Para esta categoría hemos seleccionado a todos los estudiantes que han respondido al apartado, ya sea rechazando o no rechazando la hipótesis nula; pero sin interpretar los resultados.

TABLA 5 - ANÁLISIS SEMIÓTICO DE UN EJEMPLO EN LA CATEGORÍA II

Expresión	Contenido
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- El estudiante decide no rechazar la hipótesis nula (proceso de interpretación). Responde en términos de aceptarla (concepto: proceso lógico del contraste de hipótesis). Genera <i>conflictos</i> uno al no rechazarla y otro respondiendo en términos de “aceptarla”.</li> <li>- Utiliza simbología no institucionalmente aceptada, <i>conflicto</i> (atributo expresión-contenido desarticulado),</li> <li>- <i>Conflicto</i>, no interpreta los resultados.</li> </ul>

FUENTE: Elaborado por el autor.

La consideramos incorrecta pues se pidió explícitamente que se realizase esta interpretación, pero muchos estudiantes no son capaces de llegar a esta última fase del ciclo de modelización. En la Tabla 5, se incluye un ejemplo, donde, además de ser errónea, se usan símbolos y terminología que no coincide con la contextualización de la tarea.

Los resultados obtenidos en esta pregunta en la muestra, se resumen en la Tabla 6, desglosados en las diferentes categorías de respuestas descritas.

De la Tabla 6 se desprende que aproximadamente un 25% de respuestas se han codificado como correctas, es decir, se trata de estudiantes que toman la decisión adecuada y son capaces de interpretarla. Es alto el porcentaje de respuestas parcialmente correctas <, que en total suponen el 39,3% de los estudiantes, de las cuales solo casi un 5% corresponden a estudiantes que si bien responden rechazando la hipótesis nula, no lo hacen usando términos del enunciado del problema; y un 3,1% es para los que hace una interpretación correcta, pero como contraste unilateral, confundiendo el campo de problemas.

TABLA 6 - FRECUENCIAS Y PORCENTAJES DE RESPUESTAS

	Categorías	Frec.	%
C.	Correctas	55	24,6
PC1.	Interpretación correcta del resultado, pero sin relacionar con el contexto.	11	4,9
PC2.	Interpreta contraste unilateral correctamente.	7	3,1
PC3.	Interpretan, aceptando la igualdad de media de población y muestra.	60	31,3
I1.	No interpreta los resultados en el contexto del problema.	9	4,0
I2.	No relacionadas con la tarea	5	2,2
S/R	Sin respuesta	67	29,9
Total		224	100,0

FUENTE: Elaborado por el autor.

La mayoría de los estudiantes con respuestas parcialmente correctas interpreta que no rechaza, confundiendo por tanto las regiones de aceptación y rechazo. Si consideramos las respuestas correctas, los que han interpretado, de acuerdo a sus resultados (PC2 y PC3), obtenemos un 59% de estudiantes que han sabido contextualizar los resultados del estudio estadístico, completando el ciclo de modelización descrito por Henry (1997). Este es un porcentaje muy alto, en comparación con estudios como el de Arteaga (2011), en que menos del 25% de futuros profesores de educación primaria eran capaces de completar este paso. En el trabajo de Cañadas (2012) un 31,5% no alcanza a interpretar el resultado pedido.

Es verdad que una gran parte de estos estudiantes han confundido los pasos previos, o bien han usado un contraste unilateral, o llegaron a no rechazar la hipótesis nula, pero la interpretación que hacen es correcta. Hay además un pequeño porcentaje que no llega a contextualizar (II) y alrededor del 30% no responde este apartado.

## **Estudio semiótico de respuesta para el Problema 2**

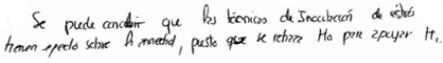
### *Respuestas correctas*

Decidimos presentar tres categorías para las respuestas correctas ya que, varían en su redacción, y de ello depende además la calidad de la respuesta.

#### *C1. Las técnicas tienen efecto sobre la ansiedad.*

En esta categoría el estudiante logra enmarcar la decisión que tomo al rechazar la hipótesis nula. Concluye que las técnicas de inoculación del estrés tienen efecto sobre la ansiedad, afirmando esa respuesta luego de rechazar la hipótesis nula en apoyo de la alternativa. En la Tabla 7 se muestra un ejemplo de esta categoría, desarrollado por uno de los estudiantes y se detalla un análisis semiótico. No obstante, como advertimos anteriormente, puede haber una confusión en esta respuesta entre la técnica utilizada y el momento de medición. Como acá solo valoramos la interpretación, la tomamos como correcta.

TABLA 7 - ANÁLISIS SEMIÓTICO DE UN EJEMPLO EN LA CATEGORÍA C1 PARA P2

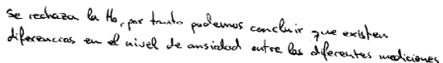
Expresión	Contenido
 <p>Se puede concluir que las técnicas de inoculación de estrés tienen efecto sobre la ansiedad, puesto que se rechaza <math>H_0</math> por apoyar <math>H_1</math>.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- El estudiante argumenta la decisión a tomar (proceso de argumentación con símbolos adecuados, <math>H_0</math> y <math>H_1</math>).</li> <li>- Reconoce que la decisión debe ser rechazar la hipótesis nula para apoyar la alternativa (concepto).</li> <li>- Traduce la decisión al contexto del problema: “las técnicas de inoculación de estrés tienen efecto sobre la ansiedad” (contextualización de resultados).</li> </ul>

FUENTE: Elaborado por el autor.

*C2. Existen diferencias en el nivel de ansiedad.*

En esta categoría agrupamos aquellos estudiantes que, luego de rechazar la hipótesis nula concluyen que existen diferencias en el nivel de ansiedad entre las diferentes mediciones que se tomaron, relaciona las hipótesis estadísticas. En la Tabla 8 se muestra un ejemplo de esta categoría, desarrollado por uno de los estudiantes y se detalla un análisis semiótico. Vemos que el estudiante hace referencia a las mediciones que se hicieron.

TABLA 8 - ANÁLISIS SEMIÓTICO DE UN EJEMPLO EN LA CATEGORÍA C2 PARA P2

Expresión	Contenido
 <p>Se rechaza la <math>H_0</math>, por tanto podemos concluir que existen diferencias en el nivel de ansiedad entre las diferentes mediciones.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- El estudiante argumenta la decisión a tomar (proceso de argumentación, con símbolos, <math>H_0</math>).</li> <li>- Reconoce que la decisión debe ser rechazar la hipótesis nula en forma explícita con la frase: “se rechaza <math>H_0</math>” (concepto), argumentado de ello su conclusión.</li> <li>- Traduce la decisión al contexto del problema: “existen diferencias en el nivel de ansiedad en diferente niveles” (contextualización de resultados).</li> </ul>

FUENTE: Elaborado por el autor.

### C3. La VI influye en la VD.

En esta categoría el estudiante define mediante los símbolos VI y VD respectivamente cuales son, a su entender tanto la variable independiente como la dependiente respectivamente. Utiliza una doble expresión condicional indicando que la  $F$  empírica es mayor que la  $F$  teórica como consecuencia de ello, decide rechazar la hipótesis nula y de esto se desprende que la variable independiente (a su entender, las técnicas de inoculación de estrés) influye sobre la variable dependiente (la ansiedad). La respuesta está cargada de simbolismo, pero responde de acuerdo con la expectativa esperada. En la Tabla 9 se muestra un ejemplo de esta categoría, desarrollado por uno de los estudiantes y se detalla un análisis semiótico.

TABLA 9 - ANÁLISIS SEMIÓTICO DE UN EJEMPLO EN LA CATEGORÍA C3 PARA P2

Expresión	Contenido
<p>VD = ANSIEDAD  V.I.: TÉCNICA DE INOCULACIÓN DE ESTRÉS.  NIVEL DE ESTRÉS.  <math>F_E &gt; F_T \rightarrow</math> RECHAZO <math>H_0 \rightarrow</math>  LA V.I. INFLUYE EN LA V.D.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- El estudiante ha definido la variable dependiente y la independiente, a su entender. <i>Conflicto</i> con la elección de la independiente (concepto) ya que mezcla las técnicas con los niveles de estrés.</li> <li>- Simboliza ambos tipos de variables presentes en el problema, VD para dependiente y VI para independiente (proceso de significación).</li> <li>- Interpreta correctamente que debe tomar una decisión argumentando con los valores de <math>F</math> calculados (proceso de argumentación, definición-concepto).</li> <li>- Deduce a partir de lo último anterior que se rechaza la hipótesis nula (proceso de argumentación utilizando símbolos, <math>H_0</math>).</li> <li>- Concluye en términos del problema utilizando los símbolos creados (proceso de comunicación).</li> </ul>

FUENTE: Elaborado por el autor.

### Respuestas incorrectas

No hemos podido encontrar respuestas parcialmente correctas. Hemos agrupado en cinco categorías las respuestas incorrectas.

### 11. Incoherente de acuerdo con tabla ANOVA presentada.

Los estudiantes que han sido agrupados en esta categoría son los que han encontrado desde su análisis estadístico un valor para la  $F$  empírica más pequeño que el de la teórica, pero han decidido rechazar la hipótesis nula. Esta decisión resulta incoherente con los resultados del análisis estadístico. En la Tabla 10 se muestra un ejemplo de respuesta de este e implica una falta de comprensión del razonamiento subyacente en un contraste de hipótesis (Batanero, 2000).

TABLA 10 - ANÁLISIS SEMIÓTICO DE UN EJEMPLO EN LA CATEGORÍA I1, PARA P2

Expresión	Contenido
$F_0 = 3,92 \quad F_T = 4,35$ Se rechaza $H_0$ por lo que hay diferencias según el nivel de ansiedad	<ul style="list-style-type: none"> <li>- El estudiante ha obtenido valores incorrectos de <math>F</math>, <i>conflicto</i>.</li> <li>- <i>Conflicto</i>, decide rechazar la hipótesis nula, aunque obtuvo una <math>F</math> teórica más grande que la <math>F</math> empírica (argumentación, concepto).</li> <li>- <i>Conflicto</i>, en la conclusión, no puede relacionar la variable dependiente con la independiente, solo aparece el nivel de ansiedad y no el momento en que se aplica la técnica.</li> </ul>

FUENTE: Elaborado por el autor.

### 12. Hay efecto pero no hay diferencias en el nivel de ansiedad.

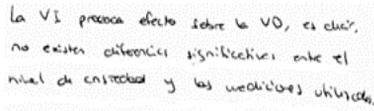
Los estudiantes que han sido agrupados en esta categoría son los que luego de obtener resultados que le permiten rechazar la hipótesis nula, de indicar cuál es la VI (variable independiente) y cual la VD (variable dependiente), deciden que hay efecto de una variable sobre la otra, pero concluyen que no hay diferencias significativas en el nivel de ansiedad. Presentan un contrasentido puesto que si hay efecto es porque existen diferencias significativas que los han llevado a rechazar  $H_0$ . Los estudiantes no comprenden el concepto de significación estadística (Vallecillos, 1994; Batanero, 2000). En la Tabla 11, se muestra un ejemplo de respuesta de este tipo desarrollado por uno de los estudiantes y se detalla un análisis semiótico.

### 13. Las técnicas no tienen efecto sobre la ansiedad, a pesar de rechazar la hipótesis nula.

Estos estudiantes, a pesar de completar correctamente su tabla de análisis de varianza y concluir que se rechaza la hipótesis nula, finalizan decidiendo que

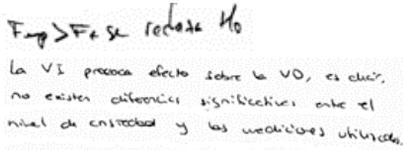
las técnicas de inoculación de estrés no tienen efecto sobre la ansiedad precompetitiva en atletas. Nuevamente como en I2, se presenta una contradicción y falta de comprensión de la lógica del contraste de hipótesis. En la Tabla 12, se muestra un ejemplo de respuesta.

TABLA 11 - ANÁLISIS SEMIÓTICO DE UN EJEMPLO EN LA CATEGORÍA I2, PARA P2

Expresión	Contenido
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Como en C3, simboliza la variable independiente y la dependiente, asigna una expresión a un contenido (proceso de significación).</li> <li>- Afirma que la variable independiente provoca efecto sobre la dependiente (las técnicas aplicadas provocan efecto sobre la ansiedad) (particularización).</li> <li>- Deduce que no hay diferencia significativa entre el nivel de ansiedad y las mediciones realizadas, <i>conflicto</i>, no se trata de las mediciones, sino de los momentos en que se mide (argumentación).</li> <li>- Se genera un <i>conflicto</i> entre el antecedente y el consecuente de la proposición, ya que no se deduce el segundo del primero (proceso de interpretación-argumentación).</li> </ul>

FUENTE: Elaborado por el autor.

TABLA 12 - ANÁLISIS SEMIÓTICO DE UN EJEMPLO EN LA CATEGORÍA I3, PARA P2

Expresión	Contenido
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Realiza una tabla de análisis de varianza, obtiene que la <math>F</math> empírica es mayor que la <math>F</math> teórica (procedimientos).</li> <li>- Deduce que rechaza la hipótesis nula (concepto y proceso de argumentación utilizando símbolos, <math>H_0</math>)</li> <li>- <i>Conflicto</i> concluye en términos del problema pero es incoherente con los resultados que ha deducido de su tabla ANOVA (particularización de conceptos).</li> </ul>

FUENTE: Elaborado por el autor.

#### 14. No rechaza $H_0$ , no existen diferencias significativas.

Los estudiantes que han sido agrupados en esta categoría son los que luego de haber presentado errores en el proceso de cálculo de la tabla de análisis de varianza, los resultados los llevan a no rechazar la  $H_0$ , y de allí concluyen coherentemente que no existen diferencias significativas. Si bien la decisión es consecuente con sus resultados, esta es errónea puesto que proviene de un error anterior. En la Tabla 13, se muestra un ejemplo.

TABLA 13 - ANÁLISIS SEMIÓTICO DE UN EJEMPLO EN LA CATEGORÍA I4, PARA P2

Expresión	Contenido
<p>No existen diferencias estadísticas significativas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Admite no haber encontrado diferencias estadísticamente significativas (propiedad), se debe a errores en el proceso de cálculo al completar la tabla de análisis de varianza, <i>conflicto</i> (procedimiento).</li> <li>- <i>Conflicto</i>, pues no explicita entre que variables no hay las diferencias significativas (proceso de comunicación).</li> <li>- <i>Conflicto</i>, no logra responder en términos del contexto del problema (proceso de argumentación).</li> </ul>

FUENTE: Elaborado por el autor.

#### 15. Responde sin realizar el análisis estadístico.

Los estudiantes que han sido agrupados en esta categoría son los que no han considerado un análisis estadístico para responder el apartado, solo de observar los datos dan alguna respuesta, en algunos casos pertinente en otros no. En la Tabla 14, se muestra un ejemplo.

TABLA 14 - ANÁLISIS SEMIÓTICO DE UN EJEMPLO EN LA CATEGORÍA I5, PARA P2

Expresión	Contenido
<p>Las técnicas de innovación de estrés si tiene efecto sobre la ansiedad no competitiva en atletas, teniendo en cuenta el momento en el que se le enseña la técnica a los atletas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Responde en términos del problema (contextualización de resultados).</li> <li>- Este resultado no se desprende del análisis estadístico, <i>conflicto</i> del proceso de análisis (procedimiento).</li> </ul>

FUENTE: Elaborado por el autor.

Se presenta en la Tabla 15 un resumen con todas las categorías encontradas para este apartado con las frecuencias respectivas. El porcentaje de respuestas correctas ha sido de un 25%; muy parecido al que dieron una interpretación correcta en el problema 1; por tanto asumimos que la capacidad para completar el último paso del proceso de modelización (Henry, 1997) no depende del problema en sí. Se podrían añadir el 3,6% de la categoría I4, que hicieron errores de cálculo pero interpretan correctamente sus resultados.

Hubo un gran índice de no respuesta que fue del 58,5%, mucho mayor que en el primer problema, de lo que deducimos mayor dificultad de interpretación en este caso.

TABLA 15 - FRECUENCIAS (Y PORCENTAJES) DE RESPUESTAS A P2-APARTADO 5

Categorías	Frecuencia	%
C1. Las técnicas tienen efecto sobre la ansiedad	21	9,4
C2. Existen diferencias en el nivel de ansiedad	18	8,0
C3. La VI influye en la VD	17	7,6
I1. Incoherente de acuerdo con tabla ANOVA presentada	7	3,1
I2. Hay efecto pero no hay diferencias en el nivel de ansiedad	3	1,3
I3. Las técnicas no tienen efecto sobre la ansiedad	14	6,3
I4. No rechaza $H_0$ , no existen diferencias significativas	8	3,6
I5. Responde sin realizar el análisis estadístico	5	2,2
Sin responder	131	58,5
	224	100,0

FUENTE: Elaborado por el autor.

Las respuestas incorrectas representan el 16,5%. De estas el porcentaje más alto se corresponde con los estudiantes que responden que las técnicas de inoculación de estrés utilizadas no tienen efecto sobre la ansiedad, creemos que haber conseguido este resultado es natural ya que exactamente es la contraria a la respuesta correcta, pues la aplicación de técnicas produce cambios en el nivel de ansiedad. Se deduce la confusión entre variable dependiente e independiente ya descrita.

## Conclusiones

A continuación y a modo de conclusión describimos en forma pormenorizada los *conflictos semióticos encontrados* y los *comentarios finales* sobre el

trabajo. En el análisis de los apartados, para cada problema, podemos resumir que se han encontrado los siguientes conflictos:

*Para el problema 1*

*No contextualiza los resultados del análisis estadístico al fenómeno presente en la tarea*, que aparece en las categorías PC1, además de en I1 e I2 (11,1% de estudiantes). Por tanto no son capaces de completar el ciclo de modelización estadística, posiblemente por efecto del contrato didáctico, pues, con frecuencia, resolver un problema matemático es dar su solución, sin interpretarla.

*Confunde la prueba bilateral y unilateral* (aparece en PC2, 3,1% de estudiantes). Ello implica una confusión del campo de problemas y puede llevar a una decisión equivocada.

*Confunde las regiones de aceptación y rechazo y no rechaza la hipótesis nula cuando debería hacerlo* (aparece en las categorías PC3 e I1; en total un 35,3% de estudiantes). Esta dificultad también la encuentra Cañadas *et al.* (2012) y Vallecillos (1994).

*Responde en términos de aceptar la hipótesis nula* (aparece en I1; representa el 4% de estudiantes. Esto supone un error descrito por Batanero (2000), ya que la hipótesis nula se plantea para rechazarla o no rechazarla.

*Utiliza símbolos incorrectos* (aparece en la categoría I1, en el 4%) haciendo un uso inadecuado del lenguaje matemático.

*Confunde media muestral con poblacional* (aparece en I1, 4% de estudiantes). Esta dificultad es descrita en Harradine, Batanero y Rossman (2011).

*Para el problema 2*

*Confusión al completar la tabla de análisis de varianza* (aparece en las categorías en las categorías desde I1 hasta I4). Un 14,3% presenta errores, relacionados con los grados de libertad para las sumas de cuadrados, o en el cálculo de la suma de cuadrados, lo que se transmite a las medias de cuadrados y para determinar tanto la  $F$  empírica como la teórica. Se generan así incoherencias en la toma de decisiones.

*Confusión al definir variables* (aparece en las categorías I2 e I4). Un 4,9% de estudiantes presenta errores al interpretar los resultados pues confunde las mediciones con los momentos en que se las hace y no puede definir claramente la variable independiente.

*Confusión al relacionar las variables* (aparece en las categorías I1 e I4). Un 6,7% de estudiantes cuando comunica su interpretación no puede relacionar la variable dependiente e independiente, o no las puede explicitar claramente. En general confunden nivel de ansiedad, técnicas de inoculación al estrés y momentos en que hacen las mediciones.

*Confusión al interpretar, pues usan solo los valores de los datos* (aparece en la categoría I5). Un 2,2% no realiza análisis estadístico, pero si responde a

este apartado usando la intuición que se desprende de los valores medidos para la ansiedad sin realizar el cálculo para completar la tabla de análisis de varianza.

*No usa el contexto para responder*, aparece en la categoría I4 en un 3,6%. Este porcentaje de estudiante presenta errores, puesto que responden sin tener en cuenta la fenomenología que da contexto a la tarea.

*Confusión deducir efecto si no hay diferencias entre los factores* (aparece en la categoría I2). Se trata de un 1,3% de estudiantes que si bien deducen, con errores, que no existe diferencia significativa (lo cual implicaría que las técnicas no producen efecto sobre la ansiedad, es decir el nivel medio de la ansiedad será estadísticamente el mismo en los tres momentos), finalizan respondiendo que las técnicas provocan efecto sobre la ansiedad.

Este trabajo brinda trata de una aportación original, ya que no se han encontrado investigaciones en el ámbito de la didáctica de la estadística que estudien la interpretación de de decisiones en pruebas de hipótesis en términos del fenómeno presente en el problema.

Creemos que esta discusión permitirá mejorar la enseñanza actual sobre el tema, a pesar de la característica intencional de la muestra y de la limitación del significado de referencia. Hemos aportado un material teórico generado desde la concepción de la didáctica de la estadística como ciencia descriptiva/explicativa original. Sería deseable y haciendo base en este material, trabajar con una teoría útil y robusta que considere las conexiones entre la enseñanza en la clase y el aprendizaje de los estudiantes en relación con la interpretación de los resultados en términos del problema.

## REFERENCIAS

Arteaga, P. (2011). *Evaluación de conocimientos sobre gráficos estadísticos y conocimientos didácticos de futuros profesores*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.

Batenero, C. (2000). Controversies around the role of statistical tests in experimental research. *Mathematical Thinking and Learning*, 2(1-2), 75-98.

\_\_\_\_\_ & Díaz, C. (2006). Methodological and didactical controversies around statistical inference. *Actes du 36ièmes Journées de la Societé Française de Statistique* [CD-ROM]. Paris: Societé Française de Statistique.

Cañadas, G. (2012). *Comprensión intuitiva y aprendizaje formal de las tablas de contingencia en alumnos de psicología*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.

Castro Sotos, A. E., Vanhoof, S., Van den Noortgate, W., & Onghena, P. (2007). Student's misconceptions of statistical inference: A review of the empirical evidence from research on statistical education. *Educational Research Review*, 2(2), 98-113.

Gea, M. M. (2014). *La correlación y regresión en Bachillerato: análisis de libros de texto y del conocimiento de los futuros profesores*. Tesis doctoral. Universidad de Granada.

Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 22(2/3), 237-284.

\_\_\_\_\_, Batanero, C., & Font, V. (2012). Um enfoque onto-semiótico do conhecimento ea instrução matemática. *Acta Scientiae*, 10(2), 7-37.

\_\_\_\_\_, Font, V. & Wilhelmi, M. R. (2008). Análisis didáctico de procesos de estudio matemático basado en el enfoque-ontosemiótico. *Publicaciones*, 38, 25-48.

Harradine, A., Batanero, C., & Rossman, A. (2011). Students and teachers' knowledge of sampling and inference. En C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education* (pp. 235-246). New York: Springer.

Henry, M. (1997). Notion de modèle et modélisation en l'enseignement. *En Enseigner les probabilités au lycée* (pp. 77-84). Reims: Commission Inter-IREM.

Vallecillos, A. (1994). *Estudio teórico-experimental de errores y concepciones sobre el contraste estadístico de hipótesis en estudiantes universitarios*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.

Vera, O. D. (2017). Análisis de varianza elemental versus contraste de hipótesis: Comprensión de las hipótesis estadísticas mediante la identificación y comparación de conflictos semióticos. En: J. M. Contreras, et al. (eds.). *Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos: Actas*. Granada: Universidad de Granada. [<http://hdl.handle.net/10481/45404>].

\_\_\_\_\_, Batanero, C., Díaz, C., & López-Martín, M. M. (2016). Assessing psychology students' difficulties in elementary variance analysis. *Diálogo Educativo*, 16(48), 487-511. DOI: 10.7213/dialogo.educ.16.048.DS11.

\_\_\_\_\_, Díaz, C., & Batanero, C. (2011). Dificultades en la formulación de hipótesis estadísticas por estudiantes de Psicología. *Unión*, 1(27), pp. 41-61.

\_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_. (2016). Comprensión de las hipótesis del análisis de varianza por estudiantes de psicología. *Educação Matemática Pesquisa*, 18(3). Disponible en: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/31488>. Acceso en: 29 ago. 2019.

Texto recibido el 30/08/2019.

Texto aprobado el 05/10/2019.