

Significado para a Modelagem Matemática evidenciado no planejamento de uma prática para a sala de aula

Karina Alessandra Pessoa da Silva¹

Resumo: Neste artigo temos como objetivo evidenciar a atribuição de significado para a Modelagem Matemática por professoras em formação continuada quando planejam uma prática após vivenciarem o aprender sobre e o aprender por meio da modelagem. Nosso aporte teórico é a Modelagem Matemática como alternativa pedagógica e a Semiótica Peirceana que versa sobre o significado atribuído aos objetos por meio dos signos que o representam. Considerando a necessidade de abordar ações que permitam o ensino da Modelagem Matemática, nos debruçamos no planejamento de uma prática para a sala de aula por uma dupla de professoras na disciplina de Modelagem Matemática de um Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, no ano de 2021. A análise do episódio-dupla e do episódio-compartilhamento do planejamento foi orientada na Teoria Fundamentada em Dados. O movimento analítico fez emergir quatro categorias que revelaram a atribuição de significado para a Modelagem Matemática: considerações sobre os alunos, considerações sobre o conteúdo matemático, considerações sobre a temática e considerações sobre a dinâmica da prática.

Palavras-chave: Educação Matemática. Modelagem Matemática. Formação Continuada. Semiótica Peirceana. Educação Básica.

Meaning for Mathematical Modelling evidenced in the planning of practice for the classroom

Abstract: In this paper, we aim to highlight the attribution of meaning to Mathematical Modelling by teachers in continuing education when they plan a practice after experiencing learning about and learning through modelling. Our theoretical contribution is Mathematical Modelling as a pedagogical alternative and Peircean Semiotics, which deals with the meaning attributed to objects through the signs that represent them. Considering the need to address actions that allow the teaching of Mathematical Modelling, we focused on the planning a practice for the classroom by a pair of teachers in the Mathematical Modelling discipline of a Professional Master's Degree in Mathematics Teaching, in the year 2021. The analysis of the episode-duo and episode-sharing planning was guided by Grounded Theory. The analytical movement gave rise to four categories that revealed the attribution of meaning to Mathematical Modelling: considerations about the students, considerations about the mathematical content, considerations about the theme and considerations about the dynamics of practice.

Keywords: Mathematics Education. Mathematical Modelling. Continuing Education. Peircean Semiotics. Basic Education.

Significado para la Modelación Matemática evidenciado en la planificación de la práctica para el aula

Resumen: En este artículo pretendemos resaltar la atribución de significado a la Modelación Matemática por parte de los docentes de formación continua cuando planifican una práctica después de experimentar el aprendizaje y el aprendizaje a

¹ Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) – Londrina (PR), Brasil. ✉ karinasilva@utfpr.edu.br 
<http://orcid.org/0000-0002-1766-137X>.

través de la modelización. Nuestro aporte teórico es la Modelación Matemática como alternativa pedagógica y la Semiótica Peirceana, que trata sobre el significado atribuido a los objetos a través de los signos que los representan. Considerando la necesidad de abordar acciones que permitan la enseñanza de la Modelación Matemática, nos enfocamos en planificar una práctica para el aula por parte de un par de docentes en la disciplina de Modelación Matemática de una Maestría Profesional en Enseñanza de las Matemáticas, en el año 2021. El análisis del episodio- El dúo y la planificación para compartir episodios se guiaron por Grounded Theory. El movimiento analítico dio lugar a cuatro categorías que revelaron la atribución de significado a la Modelación Matemática: consideraciones sobre los estudiantes, consideraciones sobre el contenido matemático, consideraciones sobre el tema y consideraciones sobre la dinámica de la práctica.

Palabras clave: Educación Matemática. Modelación Matemática. Formación Continua. Semiótica Peirceana. Educación Básica.

1 Introdução

Pesquisas que tematizam a formação de professores em Modelagem Matemática têm sido cada vez mais recorrentes no âmbito da Educação Matemática. Há pesquisas que têm como foco o ensino e a aprendizagem da Modelagem Matemática (Almeida e Silva, 2015; Malheiros et al., 2020; Durandt e Lautenbach, 2020; Almeida et al., 2021; Esteley e Cruz, 2021; Pinto e Araújo, 2021b). Embora seja crescente o interesse pela formação de professores em modelagem², ainda existem desafios no que compete à implementação de práticas de modelagem matemática na sala de aula e defende-se que devam existir espaços para que essas práticas sejam mais discutidas nos cursos de formação de professores (Malheiros et al., 2020).

Isso porque, para o professor considerar implementar uma prática de modelagem para o ensino de Matemática, há necessidade de que esteja preparado. Nessa direção, Almeida e Silva (2015) ponderam que o professor experiencie três situações: aprender sobre modelagem, aprender por meio da modelagem e ensinar usando modelagem.

De modo geral, em um contexto de atividades de modelagem matemática, professores e alunos precisam migrar “de uma situação de aulas expositivas seguidas de exercícios para situações que são essencialmente investigativas” (Almeida e Vertuan, 2014, p. 14). Todavia, essa migração pode gerar tensões e desafios (Oliveira, 2010; Ceolim, 2015) que podem ser enfrentados quando da presença de um planejamento (Pinto e Araújo, 2021b).

² Utilizamos Modelagem Matemática para nos referirmos à tendência da Educação Matemática e modelagem matemática quando nos referimos às atividades. Além disso, utilizamos o termo Modelagem (modelagem) com a mesma denotação de Modelagem Matemática (modelagem matemática).

Na literatura existem pesquisadores que se debruçaram sobre o planejamento de atividades de modelagem (Mendonça e Lopes, 2015; Silva e Oliveira, 2015; Pinto e Araújo, 2021b; Pires et al., 2021), todavia, conforme salientam Pinto e Araújo (2021b, p. 3), ainda há a “necessidade de discussões a respeito desse tema no âmbito de pesquisas”. De modo geral, o planejamento é um processo contínuo de reflexão no qual o professor prevê, projeta, objetiva, planifica, idealiza ações, toma decisões, faz acompanhamento, antecipa a prática (Vasconcellos, 2015).

Um planejamento colaborativo é um aliado na formação de professores em modelagem, visto que o “compartilhamento de experiências e de vivências suscita diferentes pontos de vista sobre a mesma atividade [...] e, por consequência, ressignificações da própria prática de cada professor” (Forner e Malheiros, 2020, p. 514). Por meio do planejamento colaborativo, os professores trocam ideias e isso pode nos dar indícios da atribuição de significado à modelagem. Ou seja, podemos recorrer ao planejamento para inferir se o aprender sobre modelagem e o aprender por meio da modelagem se personificam no planejar uma prática de modelagem, para posteriormente ensinar usando modelagem.

Neste contexto, nos debruçamos em investigar: *Que significado para a Modelagem Matemática é atribuído por duas professoras em formação continuada quando planejam uma prática de modelagem matemática?*³ A partir desta questão de pesquisa, nosso objetivo é evidenciar a atribuição de significado para a Modelagem Matemática por professoras em formação continuada quando planejam uma prática após vivenciarem o aprender sobre e o aprender por meio da modelagem.

Na literatura, abordagens que se referem à atribuição de significado têm se ancorado na análise da produção de signos e sua relação com o objeto ao qual se refere. Ao tratarmos da análise de signos nos fundamentamos na semiótica peirceana (Peirce, 1972, 1989, 2005), mais especificamente nas argumentações relativas aos signos que se criam na mente de uma pessoa – os interpretantes. Para Peirce (2005), o signo é qualquer coisa que ocupa lugar do objeto e que seja capaz de dar origem a outros signos (interpretantes) em um processo contínuo na mente interpretadora. Os interpretantes podem ser evidenciados nos registros escritos, nas falas e nos gestos dos professores (intérpretes) e que se remetem à modelagem matemática (objeto).

³ Os dados sob os quais traçamos nossas inferências provêm de pesquisas inseridas no âmbito de um projeto aprovado no Edital Universal do CNPq.

Neste sentido, nosso interesse de investigação está atrelado à formação continuada de professores que aprenderam sobre modelagem, aprenderam por meio da modelagem e planejaram uma prática de modelagem no âmbito da disciplina Modelagem Matemática na Perspectiva do Ensino de um mestrado em Ensino de Matemática de uma universidade federal do Paraná. A intenção de pesquisa está em consonância com os apontamentos de Silva e Oliveira (2018, p. 386) de que, na formação de professores, há necessidade de se estabelecer reflexões “sobre a relação pedagógica, os textos que circulam nos espaços de formação e como eles podem ser operacionalizados no contexto escolar e as formas de comunicação entre professores e estudantes na sala de aula”.

Para trazer resultados da investigação, organizamos este artigo em seis seções. Na segunda seção, abordamos o quadro teórico traçando nosso entendimento sobre modelagem matemática, orientações de como as pesquisas versam sobre a formação de professores e sobre a semiótica peirceana enquanto arcabouço teórico para a análise dos signos produzidos pelas professoras enquanto planejam uma prática. A seção 3 é destinada aos aspectos metodológicos da pesquisa, especificando o contexto do planejamento da prática com modelagem pelas duas professoras em formação continuada em que nos apoiamos na Teoria Fundamentada em Dados (Charmaz, 2009). Na quarta seção, trazemos um movimento analítico do qual emergiram os códigos iniciais e os conceitos. As análises das categorias relativas à atribuição de significado para a Modelagem Matemática a partir do planejamento da prática com modelagem são abarcadas na quinta seção. Na sexta seção tecemos nossas considerações finais.

2 Quadro teórico

A Modelagem Matemática pode ser entendida como “uma alternativa pedagógica em que se aborda, por meio da Matemática, um problema não essencialmente matemático” (Almeida et al., 2012, p. 9). A partir de uma situação presente em um contexto extramatemático, se fazem necessários:

procedimentos tais como a identificação do problema a ser resolvido, a coleta de dados, a seleção de variáveis, a elaboração de hipóteses, a simplificação, a obtenção de um modelo matemático e sua interpretação que implica na validação do modelo, identificando a sua pertinência para a obtenção de uma solução para o problema. O modelo matemático neste contexto é um sistema conceitual, descritivo ou explicativo, expresso por meio de uma linguagem ou de uma estrutura matemática, não se restringindo a expressões algébricas, podendo ser um gráfico, uma tabela, um texto, uma imagem (Almeida et al.,

2021, p. 3).

Os procedimentos matemáticos que precedem a dedução do modelo matemático, bem como a obtenção de uma solução para o problema, oportunizam ao professor, dentre outras coisas, abarcar conteúdos matemáticos. Assim, pode-se entender a modelagem como um veículo para o ensino de Matemática (Galbraith, 2012). Enquanto veículo, “algumas partes de um processo de modelagem, ou aspectos relacionados à modelagem, são usadas para melhorar a aprendizagem de conceitos matemáticos que formam parte da matemática curricular incluída nos programas” (Galbraith, 2012, p. 13).

Porém, como já salientaram Almeida e Silva (2015), para o professor implementar práticas com modelagem em sala de aula há necessidade de que esteja preparado. Neste sentido, a abordagem da modelagem como conteúdo prima o aprender sobre modelagem, em saber como usar os procedimentos de modelagem e como usar matemática para resolver os problemas (Galbraith, 2012).

No trabalho com a formação em modelagem, um dos objetivos é que os professores atribuam significado para o fazer modelagem matemática. Entendemos que o significado é atribuído quando professores experienciam atividades de modelagem, seja na formação inicial ou continuada. Isso porque “[...] ninguém pode aprender da experiência de outro, a menos que essa experiência seja de algum modo revivida e tornada própria” (Larrosa Bondía, 2002, p. 27).

Considerando a necessidade de experienciar modelagem matemática é que nos fundamentamos em Almeida e Silva (2015) que defendem a formação considerando o tripé: aprender sobre modelagem, aprender por meio da modelagem e ensinar usando modelagem. O eixo aprender sobre modelagem está atrelado a conhecer seus aportes teóricos; o eixo aprender por meio da modelagem consiste em oportunizar ao professor em formação o desenvolvimento de atividades de forma gradativa de modo que seja incentivado a colocar a mão na massa; já o eixo ensinar usando modelagem diz respeito à implementação de práticas de modelagem na sala de aula.

Todavia, como já asseguram pesquisas na área, a implementação de práticas de modelagem, principalmente por professores iniciantes em Modelagem Matemática, é auxiliada pelo planejamento que possibilita a antecipação de algumas ações a serem empreendidas. A antecipação é um meio de estruturar “formas de lidar com a

situação, bem como potencialidades e constrangimentos na situação” (Stillman, 2017, p. 170) que podem ser enfrentadas com os alunos em sala de aula, quando uma prática de modelagem é implementada. Além disso, “a aula realizada toma como referência a aula planejada” (Silva e Oliveira, 2018, p. 391).

Fundamentadas no entendimento de que o plano é a sistematização de um planejamento, Pinto e Araújo (2021b) identificaram, descreveram e analisaram reflexões de professores em um curso de formação a respeito de itens que se fariam necessários em planos de aula. Porém, evidenciaram que para aulas em que atividades de modelagem matemática se fariam presentes, o plano de aula (ou de ensino) foi ampliado e ressignificado pelos professores. As autoras assinalaram a importância do plano na implementação de atividades de modelagem, visto que orienta e contribui para a segurança da ação do professor em sala de aula.

A investigação realizada por Durandt e Lautenbach (2020) com professores que participaram de uma série de atividades de modelagem, ora como modeladores, ora como professores de modelagem apontou que eles melhoraram os sentidos que atribuem para o processo de modelagem, mas revelaram deficiências relacionadas à preparação para o ensino da modelagem.

Stillman et al. (2020, p. 16) sinalizaram que “a noção de criação de sentido envolve mais do que significados de dicionário do que está sendo dito ou lido, ou do que está acontecendo conosco ou ao nosso redor”. Entendemos que essa noção de sentido pode ser articulada à produção de signos nas ações que empreendemos em diferentes circunstâncias e intencionamos evidenciar a atribuição de significado para a Modelagem Matemática por professoras em formação continuada quando planejam uma prática após vivenciarem o aprender sobre e o aprender por meio da modelagem.

O signo, segundo Peirce (2005), é algo que para uma pessoa toma lugar de outra coisa (objeto), não em todos os aspectos desta coisa, mas de acordo com certa forma e capacidade. O objeto é “uma coisa singular existente e conhecida ou que se acredita tenha anteriormente existido ou que se espera venha a existir” (Peirce, 2005, p. 48).

Peirce (1972) afirma que da relação entre signo e objeto resulta outro signo, o interpretante. Esse novo signo é um processo racional que se cria na mente do intérprete. O interpretante não é sinônimo de intérprete, nem de interpretação. Intérprete é a mente interpretadora que produz o interpretante; interpretação

corresponde a todo o processo de geração de interpretantes.

A ação própria do signo é determinar um interpretante, ou seja, a ação do signo é a ação de ser interpretado em outro signo. Segundo Santaella (2008b):

A partir da relação de representação que o signo mantém com seu objeto, produz-se na mente interpretadora um outro signo que traduz o significado do primeiro (é o interpretante do primeiro). Portanto, o significado de um signo é outro signo – seja este uma imagem mental ou palpável, uma ação ou mera reação gestual, uma palavra ou mero sentimento de alegria, raiva... uma ideia, ou seja, lá o que for – porque esse seja lá o que for, que é criado na mente pelo signo, é um outro signo (tradução do primeiro) (p. 58-59).

O que podemos evidenciar é que o conceito de signo vai além do que consideramos o ato de representar, ou seja, o ato de estar no lugar de outra coisa. Estudiosos da semiótica peirceana (Otte, 2006; Hoffmann, 2004; Colapietro, 2004; Santaella, 2008a; Nöth, 2008), asseveram que os signos interpretantes revelam atribuição de significado para o objeto. Segundo Colapietro (2004, p. 14), a semiótica peirceana incluiu “uma elaborada teoria do interpretante e, com isso, uma explicação variada de significado”.

De forma geral, Peirce (1972, p. 21) adota um procedimento em que “para deixar claro o significado de uma ideia devemos tentar interpretar cada noção traçando suas consequências práticas”. Ou seja, há a necessidade de analisar os signos produzidos pelo intérprete para o mesmo objeto.

Segundo Santaella (2007, p. 45), “o signo não ocorre vazio. Ele está enraizado num vastíssimo mundo de relações com outros signos, com tudo aquilo que muito amplamente chamamos de realidade”. Com isso, podemos aduzir que a familiaridade com os signos depende da intencionalidade que o intérprete tem para com o objeto, o que pode progredir na atribuição de significado. A familiaridade é condicionada à experiência prévia com o objeto. Ou seja:

Para ler o signo, e distinguir um signo de outro, o que se faz necessário são percepções sutis e familiaridade com os concomitantes habituais de tais aparências, e com as convenções do sistema de signos. Para conhecer o objeto, o que é preciso é a experiência prévia desse objeto individual. O objeto de cada signo é um indivíduo [...] conhecer o interpretante, que é o que o signo ele próprio expressa, pode requerer o mais alto poder do raciocínio (Peirce, 1989, p. 61).

Um signo, na mente do intérprete, gera um interpretante que, por sua vez, funciona como representámen de um novo signo, em um processo de geração de

interpretantes num ciclo *ad infinitum*. A esse processo de geração de interpretantes, Peirce caracterizou como semiose. No contexto matemático, um intérprete ao ver na lousa o traçado de uma parábola, por exemplo, pode relacioná-lo com função do segundo grau e produzir o seguinte interpretante: $f(x) = ax^2 + bx + c$. Esse interpretante consiste em um novo signo, quando o intérprete realiza cálculos para determinar os parâmetros da função do segundo grau. As regras e as relações utilizadas para a obtenção dos cálculos correspondem ao interpretante produzido a partir do signo expressão algébrica. Com os resultados, o intérprete tem o signo algébrico que descreve o traçado representado na lousa, que é um novo signo. Ao se aventurar a identificar o ponto de mínimo da função por meio do cálculo da derivada, o intérprete gera novos interpretantes que, posteriormente, serão signos do objeto função do segundo grau, em um ciclo *ad infinitum*. Com isso, podemos conjecturar que o processo de semiose é evolutivo.

Esse fato é evidenciado em resultados de pesquisas que articulam modelagem matemática e semiótica. Ao se debruçarem em uma análise semiótica relativa à produção de signos em atividades de modelagem matemática e o conhecimento dos alunos de um curso de Licenciatura em Química, Almeida e Silva (2017, p. 16) concluíram que o:

funcionamento dos signos proporciona e, ao mesmo tempo descreve, uma interação contínua entre signos, fenômeno e novos signos gerados da interpretação de anteriores ou de relações percebidas pelo intérprete entre signo e fenômeno, constituindo uma sequência de semiose e indicando que a semiose é, de fato, evolutiva.

Almeida et al. (2021), ao analisarem o processo comunicacional estabelecido com professores em formação inicial evidenciaram que o uso e a produção de signos intermedeiam a conjunção entre diferentes signos dos quais tem-se como consequência indícios de aprendizagem para o ensinar e o aprender modelagem. Para isso, as autoras se valeram da teoria da comunicação de Peirce e seus seguidores. Diferentemente de Almeida et al. (2021), em nossa pesquisa temos como foco os signos produzidos por professoras da Educação Básica em formação continuada ao planejarem uma prática de modelagem matemática. Coadunamos com Silva e Oliveira (2018, p. 381), que “A participação de professores da educação básica nos espaços de formação é fundamental, pois eles(as) têm o papel de mediar e mover o que circulou nos espaços de formação para a sala de aula”.

3 Aspectos metodológicos

Neste artigo apresentamos resultados parciais de um projeto de pesquisa aprovado no Edital Universal do CNPq/2021 cujo objetivo é estruturar *designs* de formação de professores em Modelagem Matemática. Especificamente, neste artigo, o *design* foi estruturado na disciplina Modelagem Matemática na Perspectiva do Ensino de um mestrado em Ensino de Matemática de uma universidade federal do Paraná, no primeiro semestre de 2021.

As atividades da disciplina foram planejadas e desenvolvidas seguindo encaminhamentos relativos a aprender por meio e ensinar usando modelagem matemática em quinze encontros de três horas cada. Os encontros da disciplina ocorreram virtualmente no sistema de Rede Nacional de Ensino e Pesquisa (RNP), devido ao contexto pandêmico.

Todos os encontros foram gravados com o assentimento dos quatorze professores de Matemática, em formação continuada. Durante os encontros, os professores estudaram textos sobre modelagem matemática, desenvolveram atividades de modelagem, planejaram práticas e implementaram-nas com alunos na Educação Básica. Os encontros foram orientados pela professora da disciplina (PD) e uma professora auxiliar (PA), ambas doutoras em Educação Matemática com pesquisas e estudos em Modelagem Matemática.

Dos quatorze professores participantes da disciplina, doze informaram já terem tido contato com modelagem matemática, principalmente, em disciplinas da graduação e nenhum desenvolveu uma prática de modelagem em sala de aula.

Os planejamentos das práticas de modelagem a serem implementadas foram realizados nos Encontros 11 e 12, nos dias 25 de junho e 2 de julho de 2021, respectivamente. Para elaborar os planejamentos, os professores poderiam se reunir em duplas, trios ou trabalhar individualmente, escolher um tema a ser investigado e uma turma da Educação Básica. No 15º Encontro, os professores responderam a um formulário no *Google Forms* com questões relativas ao *design* do curso estruturado para a disciplina.

Com o intuito de evidenciar a atribuição de significado para a Modelagem Matemática, neste artigo, elegemos analisar o planejamento de uma dupla de professoras – Jaque e Sofia (nomes fictícios) – que escolheram uma turma do 6º ano da professora Jaque para implementar uma prática de modelagem. Ambas

professoras são licenciadas em Matemática e tiveram em sua formação inicial a disciplina de Modelagem Matemática.

Em nossa investigação, analisamos as transcrições na íntegra das falas durante planejamento das professoras trabalhando em dupla e no compartilhamento com o restante da turma. Assim, configuramos os momentos do planejamento em dois tipos de episódios: episódio-dupla e episódio-compartilhamento. O episódio-dupla se configurou nas discussões das professoras na sub-sala do RNP em que estruturaram a atividade a ser implementada. Já o episódio-compartilhamento consiste nas abordagens relativas à apresentação do planejamento aos demais colegas da disciplina e às PD e PA e às respostas a três questões presentes no formulário respondido pelos professores:

- 1) Como você caracteriza Modelagem Matemática?;
- 2) Hoje você se sente preparado para utilizar Modelagem Matemática? Justifique;
- 3) Caracterize suas ações no planejamento e na implementação da atividade de modelagem na sala de aula com os alunos.

Dessa forma, para nossa investigação, nos subsidiamos em signos falados produzidos pelas professoras em formação continuada quando planejam a prática, justificam suas escolhas e acatam ou não as sugestões dos colegas e professoras da disciplina.

Nossa metodologia de análise é baseada nas indicações da Teoria Fundamentada em Dados (Charmaz, 2009) que se encaminha para três tipos de codificações: a inicial, a axial e a focalizada. A codificação inicial foi subsidiada pela emergência de códigos a partir do episódio-dupla. Para a codificação axial, os códigos foram reorganizados de forma que extraímos ideias centrais dos quais emergiram conceitos sobre o planejamento da prática de modelagem. Uma análise dos conceitos subsidiada no referencial teórico da Modelagem Matemática e da Semiótica Peirceana fez emergir a codificação focalizada. As categorias oriundas da codificação focalizada foram “validadas” a partir de uma análise dos signos produzidos no episódio-compartilhamento em que intervenções de PA, PD e outros colegas pudessem sustentá-las, reformulá-las ou ampliá-las.

4 Movimento analítico: dos códigos iniciais aos conceitos

Considerando a transcrição do episódio-dupla das professoras Jaque e Sofia, fizemos recortes que nos possibilitaram estabelecer os códigos iniciais para o planejamento de uma prática de modelagem matemática que revelaram a que aspectos da Modelagem Matemática era discutido pelas professoras.

Os excertos presentes no quadro 1 correspondem às falas que se configuraram em signos interpretantes que as professoras produziram durante o planejamento. Os signos interpretantes para o objeto Modelagem Matemática se configuraram em meios para podermos realizar uma interpretação com relação à atribuição de significado pelas professoras, dos quais emergiram os códigos iniciais. No quadro 1, para relacionar cada código inicial ao excerto dos signos falados pelas professoras, recorreremos ao destaque em negrito.

Quadro 1: Codificação inicial do planejamento de Jaque e Sofia

Excertos do planejamento da Atividade	Códigos iniciais
Jaque: Tem o <i>sexto ano A</i> que são umas graças, eles participam, tiram as dúvidas, explicam como que fizeram, como que pensaram, <i>eles têm essa participação que é bem legal</i> [...]. Nós estávamos vendo a parte da divisibilidade, agora voltamos em fração com isso eu pensei em trabalhar a parte da <i>proporção</i> , [...]. o conteúdo seria voltado para <i>razão e proporção</i> .	- turma de alunos participativos - ênfase para conteúdo matemático
Sofia: [...] a gente pode pedir para que eles construam alguma coisa, <i>alguma coisa que seja do interesse deles</i> .	- busca por temática de interesse dos alunos
Sofia: [...] o que vamos fazer? <i>Separar eles em outras salas?</i>	- organização da turma
Jaque: Só se eu <i>abrir umas salas separadas</i> , porque eles abrem meet no celular.	- organização da turma
Sofia: Se você pedisse para <i>cada grupo abrir um meet</i> , aí você faz um grupo no whatsapp, [...]	- organização da turma
Sofia: [...] eles postam os links lá e <i>a gente pode ir acompanhando os grupos</i> , não vai dar para gravar tudo.	- acompanhamento do trabalho do grupo de alunos
Jaque: Ou eu peço para eles gravarem cada grupo o seu meet e depois eles <i>me mandam o link da gravação</i> .	- analisar o encaminhamento feito pelo grupo
Sofia: [...] se temos vinte alunos, podemos <i>fazer grupos de cinco</i> .	- alunos organizados em grupos
Sofia: Você acha que tem <i>quatro alunos que dariam conta de abrir o meet</i> para a gente?	- conhecimentos dos alunos sobre tecnologia
Jaque: <i>Tenho sim</i> , pode ficar tranquila.	- familiaridade do professor com a turma
Sofia: Falta a gente pensar no problema, pois aí precisamos <i>pensar no tempo de interação que eles vão ter</i> .	- planejar a quantidade de aulas para a atividade
Sofia: [...] eu vi uma vez um exercício sobre <i>o tamanho do pé e o corpo da pessoa, se existia uma proporção ou não</i> , aí tivemos que medir os nossos pés e a nossa altura e fazer uma análise, é que envolve <i>número decimal</i> , mas sexto ano já sabe números decimais, né?	- identificando uma possível temática - coleta de dados empíricos - previsão de um conteúdo matemático

Jaque: Não, eles não entraram ainda, <i>agora que eles iam ver, agora entra fração e daí a gente vai vendo.</i>	- possibilidade de trabalho com um conteúdo matemático
Sofia: Porque assim, o que vai chegar para eles, <i>o tamanho do pé para ver se tem alguma relação com o tamanho do corpo</i> , eles podem pensar em <i>quantas vezes o tamanho do pé cabe dentro do tamanho do corpo</i> , eles podem <i>fazer uma divisão simples</i> e podemos também liberar o uso de calculadoras, o que você acha dessa ideia?	- disponibilização de informações sobre a temática - identificação de problema pelos alunos - prevendo cálculos que os alunos podem realizar
Jaque: Sexto ano <i>estuda corpo humano</i> no começo.	- temática que pode ser de interesse dos alunos
Sofia: A gente deixa <i>eles coletarem os dados</i> , pois são dados simples de serem coletados. Jaque: Sim, pois <i>cada um vai ter que medir o seu.</i>	- coleta de dados empíricos
Sofia: Eu acho que pode ser legal esse do pé <i>porque vai por eles para se inteirarem sobre unidade de medida, número decimal.</i>	- inteiração dos alunos com a situação-problema e o conteúdo matemático
Jaque: [...] o que eles iriam fazer, <i>pegar a altura deles, do pé deles e dividir</i> , com isso <i>todos chegariam em um valor próximo.</i>	- coleta de dados empíricos - definição de hipótese.
Sofia: [...] a gente pode envolver uma tabela, se bem que a tabela a gente não precisa dar para eles, <i>podemos ver se algum grupo desenvolve essa tabela.</i>	- organização dos dados pelos alunos
Jaque: Se o grupo tem cinco alunos, eles <i>vão medir desses cinco alunos e vão montar uma tabela com a medida desses cinco.</i>	- coleta de dados empíricos - organização dos dados pelos alunos
Sofia: [...] todos vão coletar os próprios dados, <i>na primeira aula podemos pedir para eles fazerem essa coleta</i> , aí a gente ajuda eles, fala quais dados, <i>na segunda aula a gente lança a pergunta.</i>	- encaminhamento da atividade considerando cada aula
Jaque: [...] <i>usar três aulas para não ficar muito corrido.</i>	- planejar a quantidade de aulas para a atividade
Sofia: [...] <i>quanto maior a criança, maior o pé, tá dando essa informação</i> , mas às vezes não, às vezes dá essa discrepância, mas você procurou e <i>existe mesmo a proporção entre o pé e o corpo né.</i>	- informações sobre a temática
Sofia: [...] tá aqui é o problema do pé grande, que conta que saiu <i>uma notícia no jornal, de uma joalheria que foi roubada</i> e eles querem saber a altura da pessoa que roubou a joalheria.	- temática baseada na realidade
Jaque: Aí pelo tamanho da pegada que ficou, é para eles terem <i>uma estimativa da altura.</i> [...] <i>primeira aula a gente pede para eles coletarem os dados e encaminha eles para fazerem uma tabela, porque aí eles conseguem visualizar essa proporção, aí depois na segunda aula lançar a problemática</i> , para não ficar muita coisa de uma vez só. <i>Aí na terceira aula eles expõem para a sala inteira o que eles fizeram.</i>	- antecipando a solução da situação - encaminhamento da atividade considerando cada aula - coleta de dados empíricos - definição de hipóteses - comunicação dos resultados pelos alunos
Sofia: A gente pode buscar <i>uma outra notícia de jornal [...]</i> . Olha só que legal, eu achei <i>uma reportagem</i> que fala que a polícia encontrou uma pegada molhada que dizem ser do Lázaro só que <i>aí a polícia não tem certeza</i> , dizem que é provável que seja, só que a gente tem a altura dele então será que dá para a gente	- associar a situação-problema a um problema da realidade - considerar uma realidade do momento - definição do problema a ser

<i>comprovar que essa pegada é dele através da altura?</i>	investigado
Jaqueline: Sim, teria que fazer o cálculo, <i>a gente pode usar essa problemática, eles vão adorar!</i> Vai ser meio investigativo.	- temática de interesse dos alunos
Sofia: Isso! <i>Não tem a certeza se é dele ou não</i> então como que a gente pode ter quase certeza? Se tiver relação com a altura, <i>nós temos a altura dele!</i> [...] eu vou procurar alguma informação de algum roubo. Eu achei um aqui que dá para a gente usar, deixa eu te explicar, tem uma foto, dava para usar escala. <i>Tem uma foto da pegada do Lázaro e tem uma foto dele, dá pra gente descobrir a altura.</i>	- configuração de problema - informação relevante para a obtenção da solução - busca de informações sobre a temática - possibilidade de obtenção de solução para problema
Jaqueline: Dá para usar até a <i>proporção da foto para o tamanho real</i> . [...] a gente poderia usar essa foto do pé para <i>estimar</i> a altura dele.	- possibilidade de obtenção de solução para problema
Sofia: Nossa, dá para fazer tanta relação legal! <i>Nós temos a altura do Lázaro?</i> Jaqueline: <i>Tem porque ele já foi preso uma vez.</i>	- informações relevantes para a solução do problema
Sofia: A gente tem que pôr a história do Lázaro também, aí temos que <i>por alguma manchete de jornal</i> . Jaqueline: Dava para pôr uma pequena biografia. Sofia: “A suposta pegada misteriosa de Lázaro”, temos que <i>usar a palavra suposta porque pode ser que não seja</i> .	- encaminhamento para inteirar os alunos da situação a ser investigada

Fonte: Dados da Pesquisa

Diante dos códigos iniciais que emergiram das falas das professoras e que configuraram como encaminhamentos para uma atividade de modelagem, realizamos aproximações de forma que pudéssemos evidenciar algumas convergências. Esse encaminhamento de codificação nos permitiu realizar o movimento analítico da codificação axial da qual emergiram dezenove conceitos, organizados em cinco blocos de códigos iniciais, conforme consta no quadro 2.

Quadro 2: Codificação axial a junção dos códigos iniciais

Códigos iniciais	Codificação axial - conceitos
- turma de alunos participativos - conhecimentos dos alunos sobre tecnologia - familiaridade do professor com a turma - identificação de problema pelos alunos - organização dos dados pelos alunos - comunicação dos resultados pelos alunos	- envolvimento dos alunos - conhecimentos dos alunos - ações dos alunos diante da atividade
- ênfase para conteúdo matemático - previsão de um conteúdo matemático - possibilidade de trabalho com um conteúdo matemático - prevendo cálculos que os alunos podem realizar	- antecipação do conteúdo - percepção do conteúdo
- busca por temática de interesse dos alunos - identificando uma possível temática - temática que pode ser de interesse dos alunos - informações sobre a temática - temática baseada na realidade	- temática de interesse dos alunos - identificação de temática - temática da qual se tem informações - temática da realidade do

- associar a situação-problema a um problema da realidade - considerar uma realidade do momento - temática de interesse dos alunos - informação relevante para a obtenção da solução - busca de informações sobre a temática - informações relevantes para a solução do problema	momento
- organização da turma - acompanhamento do trabalho do grupo de alunos - analisar o encaminhamento feito pelo grupo - alunos organizados em grupos - planejar a quantidade de aulas para a atividade - disponibilização de informações sobre a temática - encaminhamento da atividade considerando cada aula - encaminhamento para inteirar os alunos da situação a ser investigada	- ênfase para o trabalho em grupo - orientação dos alunos em grupos - previsão da quantidade de aulas - disponibilização das informações - inteiração dos alunos com a temática
- coleta de dados empíricos - inteiração dos alunos com a situação-problema e o conteúdo matemático - definição de hipótese - planejamento das ações dos alunos - antecipando a solução da situação - definição do problema a ser investigado - configuração de problema - possibilidade de obtenção de solução para problema	- coleta de dados empíricos - articulação da situação com o conteúdo - definição de hipótese - obtenção de solução - definição do problema

Fonte: Dados da Pesquisa

Ao realizamos uma análise dos conceitos sob uma perspectiva da atribuição de significado para a Modelagem Matemática por duas professoras quando planejam uma prática, evidenciamos quatro categorias: *considerações sobre os alunos*, *considerações sobre o conteúdo*, *considerações sobre a temática*, *considerações sobre a dinâmica da prática*. Articulações teóricas sobre essas categorias e excertos de transcrições do episódio-compartilhamento e de resposta ao formulário são tratadas na próxima seção.

5 Categorias emergentes dos dados: inferências sobre a atribuição de significado

Considerando as quatro categorias emergentes do movimento analítico subsidiado na Teoria Fundamentada em Dados, neste tópico estabelecemos uma articulação teórica no que concerne à atribuição de significado para a Modelagem Matemática pelas professoras quando planejam uma prática de modelagem.

A categoria *considerações sobre os alunos* revela que as professoras entenderam que para implementar uma atividade de modelagem em sala de aula há

necessidade de uma participação ativa dos alunos, visto que se faz relevante um olhar para o que se refere “à postura do aluno diante de atividades de modelagem” (Almeida et al., 2012, p. 26), conforme excertos das professoras no episódio-compartilhamento e em respostas ao formulário:

A turma que eu tenho é uma turma bem envolvida, qualquer atividade que a gente passa eles participam bastante, querem explicar como estão fazendo, foi até por isso que eu escolhi essa turma (Jaque no episódio-compartilhamento).

[...] neste processo o aluno é o centro do processo, é ele que desenvolve todo o trabalho com a orientação do professor (resposta de Jaque à questão 1 do formulário).

[...] traz o aluno para mais próximo de seu professor e colegas, bem como, mais próximo de situações de seu dia a dia. Permite que os alunos desenvolvam seus conhecimentos a partir de conhecimentos prévios, que partilhem pensamentos e enriqueçam sua linguagem matemática (resposta de Sofia à questão 1 do formulário).

Quando os alunos têm o hábito de explicar o que estão fazendo aclara ao professor entendimentos sobre a atividade e pode auxiliá-lo na tomada de decisões quanto a mudanças em estratégias em sala de aula. Entendemos que as professoras se preocuparam em experienciar uma prática com uma turma de alunos que se apresentavam proativos em outras atividades já desenvolvidas por Jaque, uma vez que se espera que os alunos, no desenvolvimento de uma atividade de modelagem, se mostrem ativos. A escolha da turma denotou a intencionalidade com o desenvolvimento da atividade – *ter um bom envolvimento dos alunos* – neste caso, entendemos que o significado para a Modelagem está atrelado a “envolver uma referência, a *intenção*” (Peirce, 1989, p. 16, grifo do autor).

Conhecer a turma, em certa medida, possibilitou segurança para as professoras implementarem a prática de modelagem de modo que a antecipação de algumas ações se mostraram iminentes, como é o caso da familiaridade de alguns alunos em manipular o *Google Meet* para realizar as gravações, conforme excerto da transcrição de episódio-compartilhamento: *[...] como é no Estado, eu preciso deixar a minha meet aberta, tenho um tempo determinado, mas lá nós temos alunos com autonomia para abrir a meet (Jaque no episódio-compartilhamento).*

A familiaridade da professora com ações de seus alunos no caminhar em uma atividade matemática – *[...] estou acostumada a trabalhar com eles de uma outra forma [...]* (resposta de Jaque à questão 3 do formulário) –, bem como uso de ambiente virtual, de certo modo, se mostra como um aspecto positivo para a implementação de uma prática de modelagem no contexto remoto. Trata-se de entender a Modelagem

Matemática como uma “ideia de atuar e ser atuado” (Peirce, 2005, p. 169). Ou seja, de que os alunos vão responder aos encaminhamentos da atividade pelas professoras, desde que se interessassem pelas aulas, ou mais especificamente pela temática abordada nas aulas.

Discussões empreendidas pelas professoras sobre a temática fizeram emergir a categoria *considerações sobre a temática*, principalmente no que diz respeito à temática ser de interesse dos alunos. Segundo Elfringhoff e Schukajlow (2021, p. 27), quando “os alunos têm um alto nível de interesse inicial antes de resolverem um problema, seu envolvimento na solução de problemas pode aumentar”.

Tanto no episódio-compartilhamento quanto em respostas às questões do formulário, Jaque e Sofia detalharam a temática escolhida durante episódio-dupla, pois as professoras se inteiraram da situação e fomentaram-na com mais informações:

[...] tem uma notícia que pesquisamos, que fala que pela marca da pegada do tênis eles conseguiram concluir que o Lázaro passou naquele lugar e aí a gente vai analisar com as crianças, como que eles sabem se aquela pegada é exatamente dele! (Jaque no episódio-compartilhamento).

[...] nós iremos deixar como que os alunos fossem detetives, a partir das medidas coletadas por eles, eles vão concluir se pode ser ou não do Lázaro (Sofia no episódio-compartilhamento).

Vocês estão fazendo a relação com essa situação que está acontecendo agora, está sendo bastante divulgada na mídia e é uma relação que existe de proporção que a gente pode estimar a altura de uma pessoa a partir do tamanho do seu pé ou da sua pegada (intervenção de PD no episódio-compartilhamento).

E aí a gente faz a relação da realidade com a matemática (Jaque no episódio-compartilhamento).

A modelagem matemática é uma forma de ensinar matemática aos alunos partindo de assuntos que eles têm interesse (resposta de Jaque à questão 1 do formulário).

Para pensar na atividade, buscamos palavras que instigariam a curiosidade de nossos alunos, para que tivessem mais vontade de resolução (resposta de Sofia à questão 3 do formulário).

Embora a temática escolhida não faça parte da realidade dos entornos dos alunos, as afirmações supracitadas nos possibilitaram evidenciar atribuição de significado para a Modelagem Matemática pelas professoras enquanto “um caminho para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática ou para ‘fazer’ Matemática em sala de aula, referindo-se à observação da realidade (do aluno ou do mundo)” (Meyer et al., 2011, p. 79). A realidade do mundo, do momento em que a prática estava

em planejamento, consistia nas investigações policiais disseminadas na mídia. Neste sentido, corroboramos Pinto e Araújo (2021a, p. 2025) de que “os professores escolhem um tema de interesse deles próprios, incorporando o interesse dos alunos”. Esse procedimento torna evidente que “o signo não ocorre vazio. Ele está enraizado num vastíssimo mundo de relações com outros signos” (Santaella, 2007, p. 45).

Da temática havia de fato um problema a ser investigado – *seria a pegada do Lázaro?* Isso explicita a atribuição de significado relativo ao fato de que em uma atividade de modelagem “se aborda, por meio da Matemática, um problema não essencialmente matemático” (Almeida et al., p. 9). Porém, para dar encaminhamentos à temática, as professoras se subsidiaram de informações:

Como na reportagem a gente só conseguiu que havia uma pegada, a gente tem a altura dele, porque ele já foi preso, então vamos perguntar se da altura a gente pode concluir a medida do sapato para ver se existe uma relação de ser ou não do Lázaro (Sofia no episódio-compartilhamento).

Por meio do planejamento, as professoras anteciparam algumas informações que seriam necessárias para evitar “constrangimentos na situação” (Stillman, 2017, p. 170), caso não fosse possível os alunos realizarem a pesquisa nas aulas destinadas à prática. É evidente, tanto no episódio-dupla quanto no episódio-compartilhamento e respostas ao formulário, a preocupação das professoras com relação ao conteúdo matemático. Há, neste contexto, um propósito. Segundo Peirce (2005, p. 254), “o significado é aquilo que é pretendido, seu propósito”.

De certo modo, essa preocupação vai ao encontro do que apregoa para o desenvolvimento de atividades de modelagem e, em consequência, à atribuição de significado para a Modelagem Matemática. Segundo Almeida (2018, p. 19), ao introduzir uma atividade de modelagem em aulas de matemática se faz necessário considerar, entre outras coisas, que “a matemática utilizada pode não ter sido previamente escolhida ou definida; em vez disso, a matemática necessária emerge do problema e de suas especificidades”.

No entanto, diante de um planejamento de prática de modelagem é possível evidenciar um conteúdo matemático que pode emergir, considerando tanto a temática quanto à turma de alunos. Nesse sentido, emergiu a categoria *considerações sobre o conteúdo*. No episódio-compartilhamento, fica explícita a segurança de articulação entre conteúdos matemáticos e temática a ser investigada, conforme transcrição:

Vamos abordar o conteúdo de proporcionalidade se baseando na história do Lázaro. Vamos trabalhar a parte da comparação que tem do tamanho do pé e o tamanho da pessoa. [...] com isso vamos abordar realmente essa questão da proporção da altura da pessoa com o tamanho do pé! (Jaque no episódio-compartilhamento).

Primeiro então vai ser feita essa análise para saber se tem essa relação entre o pé e a altura a partir dos dados deles, né? (intervenção de PD no episódio-compartilhamento).

Isso, vamos fazer essa relação com os alunos! (Jaque no episódio-compartilhamento).

É bem interessante, pois vocês vão ver essa relação da proporção para poder estimar a altura de uma pessoa a partir da pegada! (intervenção de PD no episódio-compartilhamento).

Jaque, vocês chegaram a dados que falam se a relação em crianças e adultos é diferente? Por exemplo, essa que vocês vão usar, da altura com o comprimento do pé, pois eu acredito que existe. Se a proporção se mantém em relação a adulto (intervenção de PA no episódio-compartilhamento).

Professora, então mesmo que seja diferente a gente pode manter essa ideia e no momento da validação a gente comenta que existe essa diferença! (Sofia no episódio-compartilhamento).

[...] buscamos um assunto do cotidiano de nossos alunos que envolveria seus conhecimentos matemáticos (resposta de Sofia à questão 3 do formulário).

Segundo Galbraith (2012, p. 13) “algumas partes de um processo de modelagem, ou aspectos relacionados à modelagem, são usadas para melhorar a aprendizagem de conceitos matemáticos que formam parte da matemática curricular incluída nos programas”. O que evidenciamos é que as professoras estavam interessadas em articular a temática com o conteúdo estudado pelos alunos do 6º ano de forma que a atividade de modelagem fizesse sentido para eles.

Para além da escolha de uma temática do interesse dos alunos, uma atividade de modelagem é configurada por meio dos encaminhamentos realizados pelo professor em sala de aula. Os encaminhamentos ficam evidentes no episódio-dupla tanto com relação ao que compete às professoras – ênfase para o trabalho em grupo; orientação dos alunos em grupos; previsão da quantidade de aulas; disponibilização das informações; inteiração dos alunos com a temática – quanto ao que compete aos alunos – coleta de dados empíricos; articulação da situação com o conteúdo; definição de hipótese; obtenção de solução; definição do problema.

No episódio-compartilhamento e em respostas às questões do formulário ficam (re)afirmados como as professoras significam os encaminhamentos da dinâmica da prática com modelagem matemática:

Na primeira aula a gente não irá apresentar o problema para eles, nós iremos dividir a sala em grupos, sempre participa em torno de 15 a 20 alunos, então queremos dividir em grupos de

quatro a cinco alunos, e cada grupo vai abrir uma meet separada [...] nós vamos pedir para eles medirem a altura deles e montar uma tabela, fazendo a proporção da altura com o tamanho do pé, então eles vão medir a altura deles e o tamanho do pé e vamos sugerir que eles registrem, deixar eles registrarem do jeito que acharem mais interessante, [...], nós vamos circulando pelos grupos para ver como que eles estão fazendo essas medições. [...] Então essa seria a primeira aula, aí na segunda aula a gente iria apresentar a situação-problema que nós montamos. A gente ia pensar na relação do pé com a altura, dividiremos eles em grupos de novo e aí eles iam discutir para chegar em uma solução (Jaque no episódio-compartilhamento).

Aí tem a pergunta, depois que eles analisarem a proporção entre a medida dos pés e a altura podem chegar em uma medida aproximada para o pé do Lázaro, aí vem a terceira aula (Sofia no episódio-compartilhamento).

Na terceira aula, nós iríamos apresentar uma validação do resultado que eles encontraram, pois eu acredito que na segunda aula, eles só iam conseguir apresentar, não ia dar tempo de fazer a conclusão final, teria então uma terceira aula para que a gente possa fazer a validação. Pensamos em fazer a validação partindo de uma foto, que coletamos em uma entrevista sobre ele, a gente fazer uma proporção da altura, como temos a altura dele, a gente faz uma relação da altura dele com a altura da foto e daí o tamanho do pé da foto, a gente calcularia por proporção para ver se o que eles encontraram no cálculo deles tem relação com o que a gente calculou na foto, essa seria a nossa validação (Jaque no episódio-compartilhamento).

A modelagem tem um passo a passo a ser seguido para ser aplicada da forma correta: inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação (resposta de Jaque à questão 1 do formulário).

[...] construí um novo olhar para a modelagem, em relação aos procedimentos e em relação a como abordar esta temática (resposta de Jaque à questão 2 do formulário).

As professoras planejaram os encaminhamentos considerando ações próprias ao que a literatura sugere no desenvolvimento de atividades de modelagem: “a identificação do problema a ser resolvido, a coleta de dados, a seleção de variáveis, a elaboração de hipóteses, a simplificação, a obtenção de um modelo matemático e sua interpretação que implica na validação do modelo” (Almeida et al., 2021, p. 3). Esses encaminhamentos sinalizam a atribuição de significado relativo à categoria *considerações sobre a dinâmica da prática*. Neste sentido, concordamos com as assertivas de Peirce (2005, p. 254) de que “significado de um termo é a concepção que ele veicula”. Esse significado se tornou tão relevante para a professora Jaque que estabeleceu que o desenvolvimento de uma atividade de modelagem tem um procedimento *passo a passo a ser seguido para ser aplicada da forma correta*. Mesmo que na disciplina foi discutido que as fases da modelagem não são rígidas e obrigatórias de estarem presentes em uma atividade, para a professora Jaque parece que esse significado foi atribuído incisivamente em suas respostas.

A validação não havia sido mencionada pelas professoras no episódio-dupla. No entanto, a partir das hipóteses que os alunos poderiam elencar, consideraram a necessidade de “decidir se os resultados podem, em alguma medida, ser úteis para

entender a situação original” (Pollak, 2015, p. 267).

A ênfase para o trabalho em grupo está nos diferentes momentos de aula planejados pelas professoras, “indicando que a modelagem tem nos trabalhos em grupo o seu aporte” (Almeida et al., 2012, p. 25). O desenvolvimento de atividades de modelagem em grupos durante a participação nos encontros da disciplina demarcou o significado de que “devemos tentar interpretar cada noção traçando suas consequências práticas” (Peirce, 1972, p. 21). De fato, as professoras atribuem significado para o que consideraram os alunos trabalhando em grupos – *Se o grupo tem cinco alunos, eles vão medir desses cinco alunos e vão montar uma tabela com a medida desses cinco* (Jaque no episódio-dupla).

As professoras também consideraram o papel do professor enquanto um orientador que indica caminhos, faz perguntas, não aceita o que não está bom, sugere procedimentos (Almeida et al., 2012). Já no episódio-dupla as professoras se atentaram à orientação dos alunos em grupos, seja de forma síncrona – [...] *eles postam os links lá e a gente pode ir acompanhando os grupos* (Sofia no episódio-dupla) – ou assíncrona – *Ou eu peço para eles gravarem cada grupo o seu meet e depois eles me mandam o link da gravação* (Jaque no episódio-dupla), bem como em respostas às questões do formulário: *estar preparado para atuar como um guia, permitindo que o aluno desenvolva, sozinho, novos conhecimentos* (resposta de Sofia à questão 1 do formulário).

6 Considerações finais

De modo a estruturar *designs* de cursos no qual o encorajamento de professores para a implementação de práticas de modelagem fosse reforçado, no ano de 2021 em um contexto pandêmico, organizamos uma disciplina de Modelagem Matemática na Perspectiva do Ensino de um Mestrado em Ensino de Matemática seguindo encaminhamentos relativos sobre aprender por meio e ensinar usando modelagem matemática. Com isso, entendemos que oportunizamos meios para os professores aprenderem sobre Modelagem Matemática sob diferentes vieses.

Considerando nossas intenções em evidenciar o significado atribuído para a Modelagem Matemática por duas professoras quando planejam, colaborativamente, uma prática de modelagem matemática nos subsidiamos nos aportes teóricos da Semiótica Peirceana, mais especificamente na análise dos signos produzidos na mente do intérprete e que se referem a um objeto de estudo. Para isso, analisamos

os signos produzidos nas falas das professoras durante episódio-dupla e episódio-compartilhamento que foram empreendidos após os encaminhamentos sobre o aprender sobre e o aprender por meio da modelagem. Isso porque entendemos, assim como Peirce (1989, p. 61), de que para “conhecer o objeto, o que é preciso é a experiência prévia desse objeto individual”. Ou seja, para conhecer o objeto Modelagem Matemática é preciso ter experiência prévia com o mesmo de forma individual no seu contexto teórico e prático.

A estrutura da disciplina permitiu a experiência prévia com o objeto Modelagem Matemática, visto que em resposta à questão 2 do formulário, a professora Jaque responde: *depois de estudar, e participar de várias práticas de modelagem na disciplina, me sinto mais segura para aplicá-la em minhas aulas enquanto professora. Construí um novo olhar para a modelagem, em relação aos procedimentos e em relação a como abordar esta temática, partindo das curiosidades dos alunos em suas falas.*

A Teoria Fundamentada em Dados norteou nossas análises e revelou que o significado para a Modelagem Matemática foi atribuído sob considerações sobre os alunos, sobre o conteúdo matemático, sobre a temática e sobre a dinâmica da prática.

Ao planejar uma prática de modelagem, as professoras entenderam que os alunos precisam ser participativos de forma que expliquem o que estão fazendo. Neste sentido, escolheram uma turma de 6º ano da professora Jaque. Enquanto alunos do 6º ano, as professoras entenderam ser importante delimitar o conteúdo matemático *proporcionalidade* que fazia parte do conteúdo programático da disciplina de Matemática da qual seriam feitas abordagens sobre divisão e frações.

Discussões relativas à proporcionalidade foram evidenciadas, todavia as professoras ainda não tinham de antemão uma temática que fizesse emergir tal conteúdo. Diante da intenção de abarcar temática de interesse dos alunos, mesmo que fosse atrelada a algo que não estava na realidade deles, mas na realidade do mundo, as professoras escolheram tratar uma situação criminal evidente na mídia e da qual várias informações estavam sendo veiculadas, inclusive a fotografia de uma pegada. *Mas seria essa a pegada do investigado?* Com isso, as professoras associaram a proporção entre tamanho do pé e altura de uma pessoa para que o problema pudesse ser solucionado.

Entendendo que “problemas em modelagem são centrados em uma situação

real e requerem uma transferência exigente entre o mundo real e a matemática” (Elfringhoff e Schukajlow, 2021, p. 10), as professoras planejaram a prática em que ações requeridas das mesmas e requeridas dos alunos configuraram discussões empreendidas na literatura.

O que podemos concluir diante das nossas análises é de que a configuração da disciplina de Modelagem Matemática, de certo modo, supre deficiências relacionadas à preparação de professores para o ensino usando modelagem, como revelado no resultado de investigação de Durant e Lautenbach (2020). No entanto, neste artigo, trazemos para o debate uma investigação alocada no planejamento. Nesse local de análise e atenção, considerando os estudos que antecederam o planejamento, evidenciamos “percepções sutis e familiaridade com os concomitantes habituais de tais aparências, e com as convenções do sistema de signos” (Peirce, 1989, p. 61) em que pudemos evidenciar signos revelados nas falas das professoras e que nos possibilitaram inferir sobre a atribuição de significado para a Modelagem Matemática.

Uma investigação confrontando ou aproximando nossas inferências sob um olhar para a prática a partir do planejamento consiste em posterior investigação, visto que entendemos assim como Malheiros et al. (2021, p. 15), de que a prática “é um caminho profícuo para que os professores da Educação Básica possam vivenciar, discutir e refletir sobre a Modelagem, a partir de seus contextos e realidades”.

Agradecimentos

Agradecemos ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio financeiro.

Referências

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle. Considerations on the use of mathematics in modeling activities. **ZDM Mathematics Education**, Berlim, v. 50, n. 1, p. 19-30. 2018.

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle; RAMOS, Daiany Cristiny; SILVA, Karina Alessandra Pessoa. Ensinar e Aprender o Fazer Modelagem Matemática: uma interpretação semiótica. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 27, p. 1-16, 2021.

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle; SILVA, Karina Alessandra Pessoa. Práticas de professores com Modelagem Matemática: algumas configurações. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, n. 46, p. 6-15, set. 2015.

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle; SILVA, Karina Alessandra Pessoa. A Ação dos Signos e o Conhecimento dos Alunos em Atividades de Modelagem Matemática.

Bolema, São Paulo, v. 31, n. 57, p. 202-219, abr., 2017.

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. Modelagem Matemática na Educação Básica. In: ALMEIDA, Lourdes Werle; SILVA, Karina Pessoa (Orgs.). **Modelagem Matemática em Foco**. 1. ed. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2014. p. 1-21.

ALMEIDA, Lourdes Werle; SILVA, Karina Pessoa; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem Matemática na educação básica**. 1 ed. São Paulo: Contexto, 2012.

BLUM, Werner. Quality teaching of mathematical modelling: what do we know, what can we do? In: **International Congress on Mathematical Education: Intellectual and Attitudinal Changes**. ed. 12. New York: Springer, 2015. p. 73-96.

BORROMEO FERRI, Rita. **Learning How to Teach Mathematical Modeling in School and Teacher Education**. New York: Springer International Publishing, 2018.

CEOLIM, Amauri Jersi. **Modelagem Matemática na Educação Básica**: obstáculos e dificuldades apontados por professores. 2015. 151f. Tese (Doutorado em Educação) – Centro de Educação e Ciências Humanas. Universidade Federal de São Carlos. São Carlos.

CHARMAZ, Kathy. **A construção da teoria fundamentada**: guia prático para análise qualitativa. Porto Alegre: Artmed, 2009.

COLAPIETRO, Vincent. The Routes of Significance: Reflections on Peirce's Theory of Interpretants. **Cognitio**, São Paulo, v. 5, n. 1, p. 11-27, jan./jun. 2004.

DURANDT, Rina; LAUTENBACH, Geoffrey V. Pre-service Teacher's Sense-making of Mathematical Modelling through a Design-Based Research Strategy. In: STILLMAN, Gloria; KAISER, Gabriele; LAMPEN, Christine Erna (Eds.). **Mathematical Modelling Educacion and Sense-making**. New York: Springer, 2020, p. 431-442.

ELFRINGHOFF, Mareike Schulze; SCHUKAJLOW, Stanislaw. What makes a modelling problem interesting? Sources of situational interest in modelling problems. **Quadrante**: Revista de Investigação em Educação Matemática, Lisboa, v. 30, n. 1, p. 8-30, 2021.

ESTELEY, Cristina; CRUZ, María Florencia. Producción de sentidos sobre modelización: el caso de un grupo de futuras profesoras. **Quadrante: Revista de Investigación em Educação Matemática**, Lisboa, v. 30, n. 2, p. 293-314, 2021.

FORNER, Régis; MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. Constituição da Práxis Docente no contexto da Modelagem Matemática. **Bolema**, São Paulo, v. 34, n. 67, p. 501-521, 2020.

GALBRAITH, Peter. Models of modelling: genres, purposes or perspectives. **Journal of Mathematical Modelling and Application**, Blumenau, v. 1, n. 5, p. 3-16, 2012.

HOFFMANN, Michael H. G. Learning by developing knowledge networks. **ZDM**. Berlim, v. 36, n. 6, p.196-205, dec. 2004.

LARROSA BONDÍA, Jorge. Notas sobre a experiência e o saber de experiência.

Revista Brasileira de Educação, Rio de Janeiro, n. 19, p. 20-28, abr. 2002.

MALHEIROS, Ana Paula dos Santos; FORNER, Régis; SOUZA, Lahis Braga. Formação de professores em modelagem e a escola: que caminhos perseguir? **ReBECM**, Cascavel, v. 4, n. 1, p. 1-22, 2020.

MALHEIROS, Ana Paula dos Santos; SOUZA, Lahis Braga; FORNER, Régis. Olhares de docentes sobre as possibilidades da Modelagem nas aulas de Matemática. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 12, n. 2, p. 1-22, 2021.

MEYER, João Frederico da Costa de Azevedo; CALDEIRA, Ademir Donizeti; MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. **Modelagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

MENDONÇA, Luzinete Oliveira; LOPES, Celi Espasandin. Planejamento de atividades de modelagem matemática: um caminho possível. **Em Teia: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, Recife, v. 6, n. 1, p. 1-24, 2015.

NÖTH, Winfried. **Panorama da Semiótica**: de Platão a Peirce. 4. ed. São Paulo: Annablume, 2008.

OLIVEIRA, Andréia Maria Pereira de. **Modelagem Matemática e as tensões nos discursos dos professores**. 2010. 199f. Tese (Doutorado) – Instituto de Física. Universidade Federal da Bahia. Salvador.

OTTE, Michael. Mathematical epistemology from a Peircean semiotic point of view. **Educational Studies in Mathematics**, New York, v. 61, n. 1, p.11-38, feb. 2006.

PEIRCE, Charles Sanders. **Escritos coligidos**. 4. ed. São Paulo: Nova Cultural, 1989.

PEIRCE, Charles Sanders. **Semiótica**. 2. reimpr. da 3. ed. de 2000. v. 46. São Paulo: Perspectiva, 2005.

PEIRCE, Charles Sanders. **Semiótica e Filosofia**: textos escolhidos. São Paulo: Cultrix, 1972.

PINTO, Thais Fernanda; ARAÚJO, Jussara de Loiola. De Mãos Dadas: professores elaborando juntos o planejamento de uma atividade de modelagem matemática. In: **Anais do VIII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**. ed. 8. Uberlândia (online), 2021a, p. 2013-2028.

PINTO, Thais Fernanda; ARAÚJO, Jussara de Loiola. Um estudo sobre planos de atividades de modelagem matemática. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 12, n. 2, p.1-25. 2021b.

PIRES, Magna Natalia Marin; SILVA, Karina Alessandra Pessoa da; GOMES, Joice Caroline Sander Pierobon. Formação de professoras dos anos iniciais em Modelagem Matemática. **Sisyphus Journal of Education**, Lisboa, v. 9, n. 2, p. 154-180, 2021.

POLLAK, Henry O. The Place of Mathematical Modelling in the System of Mathematics Education: Perspective and Prospect. In: STILLMAN, Gloria; BLUM, Werner; BIEMBENGUT, Maria Salett (Eds.) **Mathematical Modelling in Education Research**

and Practice: cultural, social and cognitive influences. New York: Springer, p. 265-276, 2015.

SANTAELLA, Lucia. **A teoria geral dos signos:** como as linguagens significam as coisas. 2. reimpr. da 1. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2008a.

SANTAELLA, Lucia. **O que é semiótica.** 27. reimpr. da 1. ed. de 1983. v. 103. São Paulo: Brasiliense, 2008b. (Coleção Primeiros Passos).

SANTAELLA, Lucia. **Semiótica aplicada.** São Paulo: Thomson Learning, 2007.

SILVA, Lilian Aragão da; OLIVEIRA, Andréia Maria Pereira de. Quando a escolha do tema em atividades de modelagem matemática provém do professor: o que está em jogo? **Acta Scientiae**, Canoas, v. 17, p. 40-56, 2015.

SILVA, Lilian Aragão da; OLIVEIRA, Andréia Maria Pereira de. Uma compreensão teórica sobre o texto pedagógico do planejamento de modelagem matemática. **Revista Eletrônica de Educação**, São Carlos, v. 12, n. 2, p. 380-394, 2018.

STILLMAN, Gloria Ann. Enabling Anticipation Through Visualisation in Mathematising Real-World Problems in a Flipped Classroom. In: STILLMAN, Gloria Ann; BLUM, Werner; KAISER, Gabriele (Eds.). **Mathematical Modelling and Applications: Crossing and Researching Boundaries in Mathematics Education.** New York: Springer, 2017, p. 163-173.

STILLMAN, Gloria; KAISER, Gabriele; LAMPEN, Christine Erna. Sense-Making in Mathematical Modelling and Applications Educational Research and Practice. In: STILLMAN, Gloria; KAISER, Gabriele; LAMPEN, Christine Erna (Eds.). **Mathematical Modelling Educacion and Sense-making.** New York: Springer, 2020, p. 15-29.

VASCONCELLOS, Celso dos Santos. **Planejamento:** projeto de ensino-aprendizagem e projeto político pedagógico. 25.ed. São Paulo: Libertad, 2015.