

Pensamento crítico em modelagens com equações diferenciais: uma análise pela taxonomia MATH

Aldo Peres Campos e Lopes¹

Resumo: Dado que um dos propósitos da Educação Matemática é fomentar a formação do pensamento crítico, o intuito desta pesquisa é analisar a manifestação de tal pensamento em tarefas de modelagem matemática no âmbito do Ensino Superior. Com esse intuito, conduzimos uma pesquisa envolvendo alunos de cursos de engenharias, na disciplina de Equações Diferenciais. Os grupos formados produziram modelos com temas de interesse, inspirados em situações da realidade, e utilizamos a taxonomia MATH para a análise do pensamento crítico. Adicionalmente aos modelos produzidos, outros dados foram obtidos por meio de um questionário, que foram examinados pela Análise de Conteúdo. Além dos resultados mostrarem níveis diferentes de pensamento crítico, notamos que a maioria dos grupos manifestou algum nível de pensamento crítico, mesmo que algumas características tenham sido manifestadas em menor grau. Embora mais pesquisas na área sejam necessárias, concluímos que, neste estudo, a modelagem matemática se mostrou uma estratégia de prática pedagógica que promove a manifestação do pensamento crítico.

Palavras-chave: Pensamento crítico. Taxonomia. Taxonomia MATH. Modelagem matemática. Ensino Superior.

Critical Thinking in Differential Equations Modeling: An Analysis Through the MATH Taxonomy

Abstract: Considering that one of the objectives of Mathematics Education is to foster critical thinking, the purpose of this research is to analyze the manifestation of such thinking in mathematical modeling tasks within the context of Higher Education. To achieve this, we conducted a study involving engineering students in the Ordinary Differential Equations (ODE) course. The formed groups produced models on relevant topics, inspired by real-world situations, and we used the MATH taxonomy to analyze critical thinking. In addition to the models produced, other data were obtained through a questionnaire, which was examined using Content Analysis. Besides the results showing different levels of critical thinking, we noticed that most groups demonstrated some degree of critical thinking, even if certain characteristics were less pronounced. Although further research in this area is necessary, we conclude that, in this study, mathematical modeling proved to be a pedagogical strategy that promotes the manifestation of critical thinking.

Keywords: Critical thinking. Taxonomy. MATH Taxonomy. Mathematical modeling. Higher Education.

¹ Instituto de Ciências Puras e Aplicadas da Universidade Federal de Itajubá — Itabira (MG), Brasil. ✉
aldolopes@unifei.edu.br  <https://orcid.org/0000-0002-4046-0840>. <http://lattes.cnpq.br/1982235983439291>

Pensamiento crítico en modelado con ecuaciones diferenciales: un análisis por la taxonomía MATH

Resumen: Dado que uno de los objetivos de la Educación Matemática es fomentar el pensamiento crítico, el propósito de esta investigación es analizar la manifestación de dicho pensamiento en tareas de modelado matemático en el ámbito de la Educación Superior. Para ello, llevamos a cabo un estudio con estudiantes de ingeniería, específicamente en la asignatura de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDO). Los grupos formados produjeron modelos basados en temas relevantes e inspirados en situaciones del mundo real. Utilizamos la taxonomía MATH para analizar el pensamiento crítico presente en los modelos. Además de que los resultados muestran diferentes niveles de pensamiento crítico, notamos que la mayoría de los grupos manifestó algún grado de pensamiento crítico, observamos que la mayoría de los grupos manifestó algún grado de este pensamiento, aunque algunas características fueron menos pronunciadas. Aunque se requieren más investigaciones en esta área, concluimos que, en este estudio, el modelado matemático resultó ser una estrategia pedagógica eficaz para promover el pensamiento crítico.

Palabras clave: Pensamiento crítico. Taxonomía. Taxonomía MATH. Modelado matemático. Educación Superior.

1. Introdução

Fomentar a formação do pensamento crítico é um dos propósitos primordiais da Educação Matemática (Bakker *et al.*, 2021), e o desenvolvimento de sujeitos críticos, com habilidade para compreender o efeito da matemática em suas vidas, é um estímulo essencial para que a Educação Matemática contribua com essa meta.

Situações de crise com implicações políticas, sociais e econômicas – como a da pandemia da COVID-19 – evidenciaram a relevância e a indispensabilidade de uma Educação Matemática que seja reflexiva e crítica (Bakker *et al.*, 2021; Skovsmose, 2021). Isto posto, concordamos com Gibbs e Park (2022) ao afirmarem que a matemática da sala de aula deve priorizar intencionalmente a crítica e a reflexão.

Embora o desenvolvimento de um cidadão crítico seja uma preocupação há décadas (Brantlinger, 2014), segundo Gibbs e Park (2022) é diminuta a quantidade de pesquisas a respeito de práticas pedagógicas nessa direção. Assim, acreditamos que existe a necessidade de identificar e favorecer práticas pedagógicas que estimulem discussões críticas. Uma alternativa nessa direção é a modelagem matemática – ou modelagem, para simplificar. A utilização da modelagem proporciona um cenário favorável para o desenvolvimento do pensamento crítico, embora não garanta automaticamente a sua manifestação. O pensamento crítico é um processo ativo que requer que os alunos questionem, analisem e avaliem as informações e os modelos que estão utilizando (Lopes, 2024). Os professores, por sua vez,

desempenham um papel relevante ao orientar os alunos através de questionamentos e atividades que estimulem o pensamento crítico.

O aumento da relevância da modelagem foi apontado por pesquisas recentes que afirmam que, através da modelagem, é possível desenvolver diversas competências (Kaiser e Brand, 2015), tais como: entender problemas do mundo real, resolver problemas matemáticos dentro da modelagem matemática e desenvolver o pensamento crítico (Makmuri *et al.*, 2021; Martins e Almeida, 2021; Niss e Blum, 2020). Através da modelagem, um estudante pode ter uma compreensão crítica do mundo, entender o papel social da matemática (Martins e Almeida, 2021) e ter uma melhor atitude para com a matemática (Lopes, 2022).

Tendo em vista esse contexto, tencionamos responder à seguinte questão: de que maneira o pensamento crítico se manifesta em tarefas de modelagem matemática? Para responder a essa pergunta, será utilizada uma taxonomia, conforme descrevemos na próxima seção.

2. Da taxonomia de Bloom à taxonomia MATH

Apesar de o pensamento crítico ser um importante objetivo educacional, ainda não há uma definição unânime acerca do que é o pensamento crítico (Liu, 2019). Por isso, para este estudo, concordamos e seguimos a breve definição de Ennis (2015, p. 32), que descreve o pensamento crítico como sendo “um pensamento reflexivo razoável sobre o que fazer e no que acreditar²”.

O pensamento crítico na educação matemática, de acordo com Jablonka (2020), é o uso estratégico de um conjunto de habilidades de raciocínio para desenvolver uma forma de pensamento reflexivo que se otimiza, incluindo o compromisso de usar seus resultados como fundamento para decisões e soluções de problemas; envolve a capacidade de questionar, analisar e avaliar informações e argumentos, além de refletir sobre o próprio processo de pensamento.

Na educação matemática, o pensamento crítico pode ser um subproduto da aprendizagem matemática, um objetivo explícito, uma condição para a solucionar desafios matemáticos e um meio de engajamento crítico com questões sociais. Por outro lado, o pensamento crítico na modelagem matemática é a habilidade de analisar

² “reasonable reflective thinking about what to do and believe” (Ennis, 2015, p. 32)

e avaliar elementos e processos ao criar modelos para problemas reais (Niss e Blum, 2020). Inclui interpretar informações, analisar relações, avaliar fontes, inferir conclusões lógicas, explicar métodos e refletir sobre o próprio julgamento. Isso permite uma abordagem mais profunda e consciente na resolução de problemas complexos, além da mera aplicação mecânica da matemática (Maass *et al.*, 2022).

Buscando compreender o pensamento crítico, alguns pesquisadores criaram uma taxonomia de habilidades cognitivas de processamento de informações em níveis hierárquicos de baixo para cima, como é o caso da taxonomia de Bloom (Liu, 2019; Rismi, 2021). A versão atualizada dessa taxonomia divide as habilidades de pensamento crítico em duas categorias: LOTS (do inglês “*lower order thinking skills*”) e HOTS (do inglês “*higher order thinking skills*”). No quadro 1 descrevemos as características dessas duas categorias.

Quadro 1: Características das categorias LOTS e HOTS

LOTS	Lembrar	Entender	Aplicar
Verbos relacionados	Mencionar (a definição), repetir, indicar (a estrutura)	Classificar, descrever, relatar	Escolher, ilustrar, usar, esboçar, escrever
HOTS	Analisar	Avaliar	Criar
Verbos relacionados	Examinar, separar, testar, contrastar, perguntar	Argumentar, defender, apoiar e avaliar	Construir, formular, projetar, estabelecer, mudar

Fonte: Adaptado de Liu (2019)

A taxonomia MATH (do inglês “*mathematical assessment task hierarchy*”), que se baseia na taxonomia de Bloom, foi desenvolvida e tem sido utilizada para avaliar a matemática a nível universitário e pode ser usada, por exemplo, para averiguar a transição do conhecimento acadêmico para situações da vida real nas engenharias (Andrade *et al.*, 2022). Essa taxonomia é dividida em três grupos, conforme mostra o quadro 2, sendo que o pensamento crítico em atividades de matemática está relacionado aos grupos B e C – que corresponde à categoria HOTS da taxonomia de Bloom revisada –, e as habilidades técnicas se referem ao grupo A – harmonizando-se à categoria LOTS de Bloom.

Quadro 2: Resumo da taxonomia MATH

Subcategorias	A	B	C
1	Relembrar o conhecimento	Transferência de informação	Justificando e interpretando
2	Compreensão básica	Aplicação em novas situações	Implicações e comparações

3	Uso rotineiro de procedimentos	–	Avaliação, síntese e análise crítica
---	--------------------------------	---	--------------------------------------

Fonte: Andrade *et al.* (2022)

A categoria A se subdivide nas subcategorias A1, A2 e A3, sendo que a subcategoria A1 se refere ao conhecimento factual, como lembrar de uma fórmula, uma definição e o enunciado de um teorema; a subcategoria A2 concerne à compreensão básica, como entender o significado dos símbolos em uma fórmula, verificar se as condições de um conceito são satisfeitas e reconhecer exemplos e padrões; e a subcategoria A3 abrange a recordação do conhecimento e a replicação de um algoritmo em um caso particular. Segundo Andrade *et al.* (2022), grande parte das avaliações de matemática no meio acadêmico se limitam ao nível A3, pois um estudante pode memorizar um algoritmo e obter uma resposta correta sem, no entanto, haver compreendido o problema matemático.

Em contrapartida, a transferência de informação em B1 abrange a tradução de uma forma de conhecimento para outra, por exemplo da forma verbal para a numérica e da forma numérica para a gráfica. Isto envolve compreender e resumir procedimentos e resultados a fim de apresentá-los aos pares, argumentando em uma ordem lógica. Por outro lado, aplicar o conhecimento em novas situações (subcategoria B2) envolve escolher e aplicar métodos que sejam adequados às novas situações.

Por fim, temos a categoria C, contendo 3 subcategorias: a subcategoria C1 envolve discutir o significado dos resultados, reconhecendo limitações de um modelo e possíveis erros; a subcategoria C2 abrange comparações de métodos e implicações, buscando estabelecer conclusões; e a subcategoria C3 averigua a capacidade do estudante de ir além do que lhe foi solicitado, ser criativo e tomar decisões, argumentando de forma coerente.

Encontrar soluções para problemas do mundo real envolve uma variedade de atividades de pensamento, e, segundo Makmuri *et al.* (2021), para desenvolver habilidades de ordem superior (HOTS), a modelagem pode ser uma boa alternativa (Lopes, 2023).

3. Modelagem matemática

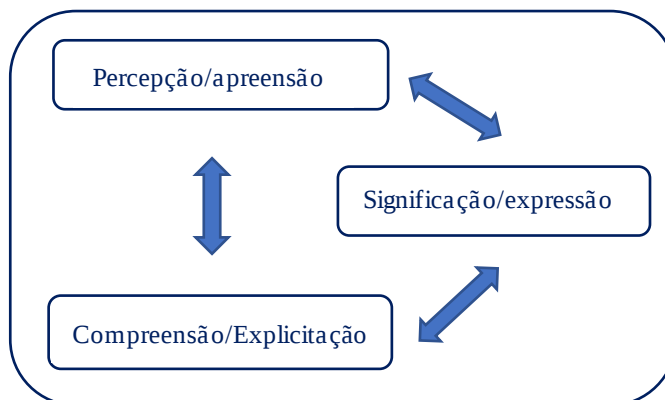
Uma caracterização possível para a modelagem matemática no campo da educação matemática é a aplicação da matemática para descrever e interpretar acontecimentos do mundo real, testar ideias e fazer estimativas sobre eventos reais (Kaiser, 2020). É uma ferramenta poderosa que permite aos alunos aplicarem conceitos matemáticos a situações do mundo real, desenvolvendo, assim, competências de resolução de problemas (Niss e Blum, 2020) e, conforme salientado anteriormente, o pensamento crítico.

No contexto educacional, a modelagem é vista como uma abordagem para tornar a matemática interessante e útil para os alunos, conectando o aprendizado em sala de aula com aplicações práticas (Lopes, 2022; Niss e Blum, 2020). Isso envolve um ciclo de modelagem onde os alunos formulam problemas, desenvolvem modelos matemáticos, os resolvem e, em seguida, interpretam e validam os resultados no contexto do problema original. A modelagem matemática, conforme descrita por Biembengut (2016), é um processo educacional interativo que envolve estudantes trabalhando em grupo para discutir e resolver problemas do mundo real utilizando conceitos matemáticos. Nesse contexto, as fases (ou etapas) descritas por Biembengut (2016) são:

- (a) Conhecimento e compreensão do problema;
- (b) Detalhamento dos aspectos matemáticos;
- (c) Análise e comunicação dos resultados.

Na etapa (a), os grupos têm um contato inicial com o problema escolhido, familiarizando-se com o tema e discutindo as principais variáveis para estabelecer a equação do modelo, havendo uma apreensão da situação; na segunda etapa (b), a equação é resolvida e os gráficos relacionados ao modelo são produzidos, ocorrendo tanto uma significação quanto uma expressão do evento por meios matemáticos; e, na terceira e última etapa (c), os resultados são discutidos e interpretados e os alunos explicitam a compreensão obtida do fenômeno modelado. A figura 1 ilustra essas três etapas.

Figura 1: Esquema para modelagem matemática



Fonte: Adaptado de Biembengut (2016)

Após a realização de procedimentos matemáticos (etapa (b) de Biembengut, 2016), o problema em estudo é interpretado e validado (etapa (c) de Biembengut, 2016). Dessa forma, características do pensamento críticos são utilizadas – como análise, avaliação e interpretação (Niss e Blum 2020; Živković, 2016) –, favorecendo, assim, o desenvolvimento de uma compreensão crítica e a formação de um cidadão crítico (Lopes, 2024). Por conseguinte, nota-se que a modelagem matemática transforma o ambiente de ensino em um momento repleto de diálogos e discussões, viabilizando uma compreensão crítica do mundo (Maass et al., 2022).

A taxonomia MATH se relaciona com o processo de modelagem matemática na educação ao fornecer uma estrutura para categorizar e avaliar as competências que os estudantes aprimoram no decorrer das fases de modelagem. Ela ajuda a identificar e organizar os diferentes níveis de habilidades e conhecimentos que são aplicados no momento em que os alunos participam de atividades de modelagem. Essa abordagem estruturada é essencial para o ensino eficaz da modelagem matemática, pois permite que os educadores planejem e avaliem o progresso dos alunos de maneira sistemática, garantindo que eles adquiram as competências necessárias para aplicar a matemática de forma efetiva e significativa.

4. Metodologia

O estudo que aqui relatamos foi conduzido em uma universidade federal do Brasil, localizada na unidade federativa de Minas Gerais. Os 117 participantes voluntários cursavam engenharia e faziam um primeiro curso de Equações Diferenciais. Desse total de alunos, 56 pertenciam a uma turma (T1) e o restante (61)

faziam parte de uma segunda turma (T2).

Em virtude da pandemia do COVID-19, a universidade optou por um sistema de ensino remoto. Como resultado, tanto as aulas teóricas quanto as atividades de modelagem foram realizadas online, com duração de 55 minutos cada, às terças e quintas-feiras. As aulas foram conduzidas por meio do *Meet*, da empresa Google, e gravadas para análise futura. Além disso, foram criados fóruns no *Moodle* para discussões e esclarecimento de dúvidas, bem como para arquivar os dados coletados.

Nos primeiros dois meses da disciplina (abril/maio de 2020), os alunos aprenderam aspectos geométricos e métodos algébricos para obtenção de soluções de alguns tipos de equações diferenciais ordinárias (EDO's), envolvendo desde EDO's separáveis e de primeira ordem, até sistemas de EDO's. Uma das referências bibliográficas adotadas foi o livro do professor Reginaldo Santos (Santos, 2010), devido ao fácil acesso *on-line*.

Os outros dois meses (junho/julho de 2020) seguintes do curso foram dedicados à realização das tarefas de modelagem. A produção dos modelos ocorreu por meio de grupos (de quatro até sete componentes), formados pelos alunos, sendo nove grupos formados na primeira turma (T1) e onze na segunda (T2). O primeiro modelo produzido envolveu os seguintes temas:

1A – Álcool X Acidentes;

1B – Dietas X Emagrecimento.

Cada grupo escolheu um desses temas para a produção de um primeiro modelo. Onze grupos escolheram o primeiro tema e nove preferiram o segundo. Em seguida, os grupos produziram um segundo modelo, sendo que nove grupos optaram pelo tema 2A e onze escolheram o 2B:

2A – Padrão de compra de um consumidor;

2B – Progressão de uma epidemia.

As dificuldades e dúvidas que surgiram durante a modelagem foram abordadas durante as seções de tutoria, nos encontros semanais da disciplina. Além disso, modelos existentes foram apresentados, como os que aparecem na seção 1.6 de Santos (2010). Isso foi feito a fim de familiarizar os alunos com modelos e facilitar nas tarefas a serem feitas.

Cada grupo recebeu roteiros para guiá-los na produção dos modelos. O exemplo do Quadro 3, a seguir, foi produzido com base em algumas referências (Banerjee, 2021; Burghes e Borrie, 1981), a fim de auxiliar os alunos:

Quadro 3: Modelo 2A: O padrão de compra de um consumidor

Problema: como elaborar um modelo para o padrão de compra de um consumidor?

(a) *Percepção*

(a. 1) Encontre as variáveis relacionadas com o fenômeno em estudo e determine as associações entre elas. Qual é a principal taxa a ser examinada?

Levando em conta o modo que um indivíduo decide, desenvolva uma equação para antecipar o padrão desse consumidor quanto a um item específico de uma empresa. Tomando em conta que as variáveis variam em função do tempo t , sejam $C(t)$ o volume de compra realizado e $P(t)$ o grau de publicidade. Uma EDO de ordem dois que descreve o padrão (ou nível) de compra pode ser dado por:

$$\frac{d^2C}{dt^2} + (b\beta + a\alpha)\frac{dC}{dt} + ab(\alpha\beta - 1)C = b\gamma P$$

em que α, β, γ, a e b são constantes que podem ser consideradas positivas.

(b) *Explicitação*

(b. 1) Escolha um produto e determine as constantes do problema (veja Burgher e Borrie, 1981, seção 5.3).

(b. 2) Resolva a EDO do problema.

(b. 3) Esboce os gráficos do modelo.

(c) *Significado.* O modelo é compatível com situações reais? Existem sugestões de melhorias? Qual é a relevância de modelos como este nos dias de hoje?

Fonte: dados da pesquisa

Após a produção do segundo modelo, cada aluno completou um questionário no Moodle. O objetivo do questionário era avaliar individualmente o pensamento crítico dos alunos após a realização das atividades de modelagem. Eles tinham total liberdade para se expressar, sem restrições de caracteres ou palavras. Orientamos os alunos a expressarem seus pensamentos livremente e fundamentarem suas respostas. O questionário era composto por quatro perguntas abertas:

1. *Relação da matemática com a sociedade:* De que maneira você enxerga a conexão entre a matemática aprendida na escola e as atividades diárias das pessoas na sociedade?
2. *Matemática no dia a dia:* De que forma a matemática se faz presente e é utilizada em seu dia a dia?
3. *Experiência com Modelagem Matemática:* Antes deste curso, você já havia produzido algum modelo matemático? O que você pode dizer sobre sua vivência com as tarefas de modelagem realizadas na disciplina Equações Diferenciais? Por que você pensa assim?
4. *Impacto das atividades na percepção da matemática:* As atividades de

modelagem matemática alteraram seu ponto de vista em relação à matemática? Explique o porquê (não).

Elaboramos as perguntas acima a fim de averiguar a compreensão dos estudantes sobre causas e efeitos, sobre o entendimento de questões reflexivas e possibilidades de ações por eles levantadas. Como o desenvolvimento do pensamento crítico requer prática e uma reflexão a respeito de suas execuções inerentes, sendo uma habilidade aplicada no dia a dia e importante na compreensão mais aprofundada do mundo (Rismi, 2021), as perguntas acima oportunizaram a averiguação das nuances do pensamento crítico após a produção de um modelo.

Destacamos que 102 alunos participaram do questionário e responderam às perguntas. Todas as respostas foram consideradas válidas, uma vez que os alunos expressaram observações sobre cada pergunta, mesmo que de forma concisa em alguns casos.

4.1. Levantamento e análise dos dados

Todos os modelos elaborados pelos grupos foram examinados, já que cada grupo ofereceu uma interpretação da temática em questão. Além disso, utilizamos um diário de campo com dados adicionais. O professor-pesquisador fez anotações detalhadas durante as observações em campo para registrar diretamente, contextualizar e capturar descrições precisas. Essa abordagem permitiu documentar eventos conforme ocorriam, garantindo a captura de detalhes que poderiam ser esquecidos posteriormente. A contextualização proporcionou insights a respeito dos encontros com os alunos, seja sobre as interações entre os alunos, seja a respeito das interações entre alunos e educador. Além disso, as sessões realizadas com os alunos por meio de videoconferência, para a elaboração dos modelos e as apresentações de cada grupo, foram gravadas com auxílio do Meet.

A avaliação individual do pensamento crítico foi conduzida com base na categoria HOTS (Habilidades de Pensamento de Ordem Superior) da taxonomia revisada de Bloom. Isso envolveu a análise das habilidades dos alunos em analisar, avaliar e criar, conforme proposto por Rismi (2021). Essa avaliação considerou as respostas do questionário e as gravações das aulas.

Para examinar a expressão do pensamento crítico, optamos pela análise de conteúdo qualitativo proposta por Bardin (1977). Essa abordagem envolve a

categorização de texto extenso em categorias definidas por princípios de codificação, permitindo a identificação de padrões e direcionamentos. Conforme Bardin (1977, p. 44) afirma, essa análise oportuniza perceber "o que está por trás das palavras".

Bardin (1977) propõe três etapas para a análise de conteúdo: (1) pré-análise, (2) levantamento dos dados e (3) análise e discussão dos resultados. No momento da pré-análise, as metas são definidas, é feita uma seleção dos dados obtidos e os parâmetros são estipulados. O levantamento dos dados formaliza as decisões da etapa anterior, enquanto a fase de análise dos dados inclui a elaboração de gráficos e tabelas para direcionar as conclusões. A análise segue a taxonomia MATH, sendo, a priori, uma categorização.

Após a anuência pelo comitê de ética, detalhamos minuciosamente os propósitos do estudo para os sujeitos da pesquisa e obtivemos o consenso de cada um. Os dados foram coletados, compilados e arquivados de acordo com os procedimentos éticos da instituição, garantindo a confidencialidade. A colaboração foi voluntária e os resultados serão apresentados com nomes falsos para preservar a identidade dos participantes, utilizando siglas para indicar turmas/grupos (T#G#) e temas dos modelos (M#A/B).

5. Resultados

Para produzir o modelo, os grupos se reuniram e iniciaram dialogando sobre a situação em questão com objetivo de determinar as variáveis envolvidas, realizando a primeira etapa (a) da modelagem. Após essa discussão inicial, os grupos passaram à segunda etapa (b), que envolveu a resolução da EDO do problema (figura 2) e o esboço dos gráficos envolvidos (figura 3).

O grupo T1G2 resolveu a EDO do problema conforme consta na figura 2, e notamos que esse grupo manifestou as características da categoria A da taxonomia MATH: lembrou o conhecimento (subcategoria A1), manifestou uma compreensão básica do conteúdo matemático pela resolução da EDO do problema (subcategoria A2), envolvendo o uso de procedimentos (subcategoria A3).

Figura 2: Resolução algébrica da EDO do tema 2A pelo T1G2

Solução Homogênea:

$$B'' + (\alpha\alpha + b\beta)B' + (\alpha\beta^{-1})abB = b\gamma C$$

$$B'' = r''$$

$$B' = r$$

$$B = 0$$

$$r'^2 + (\alpha\alpha + b\beta)r + (\alpha\beta - 1)ab = 0$$

$$\text{Usando: } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$r_1 = \frac{(-a)\alpha(-b)\beta + \sqrt{(\alpha\alpha + b\beta)^2 - 4ab(\alpha\beta - 1)}}{2}$$

$$r_2 = \frac{(-a)\alpha(-b)\beta - \sqrt{(\alpha\alpha + b\beta)^2 - 4ab(\alpha\beta - 1)}}{2}$$

$$x_1 < 0 \rightarrow \alpha\beta > 1$$

$$x_1 > 0 \rightarrow \alpha\beta < 1$$

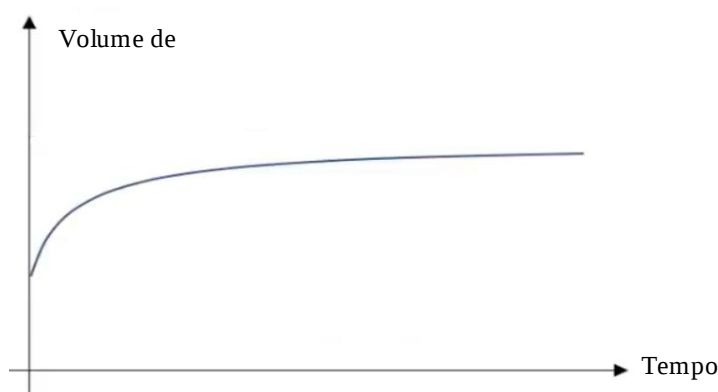
$$x_2 < 0 \rightarrow \text{sempre, devido às constantes positivas } (\alpha, \beta, \gamma, a \text{ e } b)$$

$$B_h = C_1 e^{x_1 t} + C_2 e^{x_2 t} \quad |$$

Fonte: dados da pesquisa

O grupo T1G9, assim como o T1G2, resolveu adequadamente a EDO do problema e esboçou o gráfico da função solução obtida do tema 2A (figura 3), sendo também enquadrado na categoria A por também manifestar as características LOTS do pensamento crítico. Relembrando, a categoria A da taxonomia MATH envolve os seguintes aspectos do conhecimento matemático: memorização de fatos, entendimento de conceitos e aplicação de algoritmos.

Figura 3: Gráfico esboçado pelo grupo T1G9 para o tema 2^a



Fonte: dados da pesquisa

Por fim, os grupos passaram para a última etapa (c) da modelagem, que envolve a interpretação e validação do que foi produzido. Observando o gráfico da figura 3, notamos que ele ilustra um comportamento assintótico, ou seja, com o passar do tempo a função tende a um valor fixo. Esse entendimento foi expresso por alguns grupos, como o T1G9, que produziu o gráfico da figura 3 e mencionou:

T1G9. O nível de compra tende a um equilíbrio que depende da magnitude de C (ato de compra). Portanto, constatamos que o consumidor tende a comprar pouco, mas de forma contínua, levando a uma estabilidade. É razoável esperar que o crescimento nas vendas não seja mantido em ritmo exponencial durante um longo período, pois há limitação quanto ao público consumidor.

Percebemos que o grupo T1G9 realizou uma adequada interpretação do gráfico esboçado descrevendo a relação entre as variáveis envolvidas, portanto esse grupo manifestou não somente características do agrupamento A (que corresponde à esfera LOTS), mas realizou, também, uma transferência de informação (subcategoria B1). Além disso, esse grupo justificou e interpretou os dados obtidos (subcategoria C1). Vale ressaltar que o grupo T1G9 também afirmou:

T1G9. As curvas esboçadas demonstram estabilidade no número de vendas ao longo do tempo. Tal fato é justificado pela limitação do público consumidor, além de aspectos exógenos como o surgimento de concorrentes ou mesmo a pirataria associada às marcas.

Assim, o grupo T1G9 apresentou uma interpretação do fenômeno e reconheceu que um consumidor “tende a comprar pouco, mas de forma contínua” e há “limitação” do público consumidor, ou seja, a interpretação apresentada por esse grupo excedeu as informações do registro gráfico, uma vez que ele percebeu algumas implicações do modelo e realizou uma síntese dele. Por conseguinte, enquadrámos esse grupo nas subcategorias C2 (fazer implicações) e C3 (avaliar, concluir, sintetizar e fazer uma análise crítica). Dessa forma, o grupo T1G9 foi enquadrado em todas as subcategorias LOTS e HOTS do pensamento crítico.

O grupo T1G8 resolveu corretamente a equação do fenômeno, por isso o incluímos na subcategoria A3. Ademais, como reconheceu quais métodos da EDO seriam adequados para resolver a equação do fenômeno, incluímos esse grupo nas subcategorias A1 e A2. Em seguida, esse grupo obteve um gráfico similar ao da figura 3 e concluiu:

T1G8. A partir do gráfico do fenômeno é possível perceber que o nível de compra em relação ao tempo vai crescendo exponencialmente nos dois gráficos, um tendendo ao infinito e o outro à equação particular. Dessa forma, ao longo do tempo, a tendência é aumentar o alcance da marca. Dependendo, obviamente, do investimento em comunicação, publicidade e propagandas, já que esses são elementos essenciais para o êxito de uma marca de uma empresa ou um item dela.

Notamos que esse grupo não realizou uma correta interpretação do fenômeno, pois disse que o nível de compra “vai crescendo exponencialmente” e não descreveu possíveis implicações do modelo. Com isso, não incluímos o T1G8 na categoria C. Por outro lado, considerando que esse grupo aplicou o conhecimento matemático em uma situação real por meio da modelagem e realizou uma tradução de informações (da algébrica para a gráfica e da gráfica para a verbal), incluímos esse grupo nas subcategorias B1 e B2.

Vale ressaltar que, uma vez que a modelagem matemática é baseada numa temática retirada da realidade, consideramos que todos os grupos se adequaram à subcategoria B2 (aplicação do conhecimento em novas situações). Já em relação à categoria C, a subcategoria C1 foi a mais evidenciada, pois, após a produção dos gráficos, vários grupos realizaram uma breve descrição e interpretação.

No entanto, alguns grupos não apresentaram uma discussão que excedesse a matemática do fenômeno, como o T2G10, que resolveu adequadamente a EDO, esboçou o gráfico e fez uma descrição matemática do que foi feito, se abstendo de realizar qualquer tipo de interpretação e, por conseguinte, sendo enquadrado nas subcategorias A1, A2, A3, B1 e B2. Vejamos a análise apresentado pelo grupo:

T2G10. A equação ilustra o fluxo de vendas de um determinado produto que leva em consideração a motivação do cliente, o nível de vendas do produto e a publicidade do mesmo. As equações apresentam uma resolução simples, sendo que as equações podem ser resolvidas pelo método de eliminação em sistemas de equações, aplicação do método de Euler para encontrar a solução homogênea e a solução particular que apresenta a característica de uma constante.

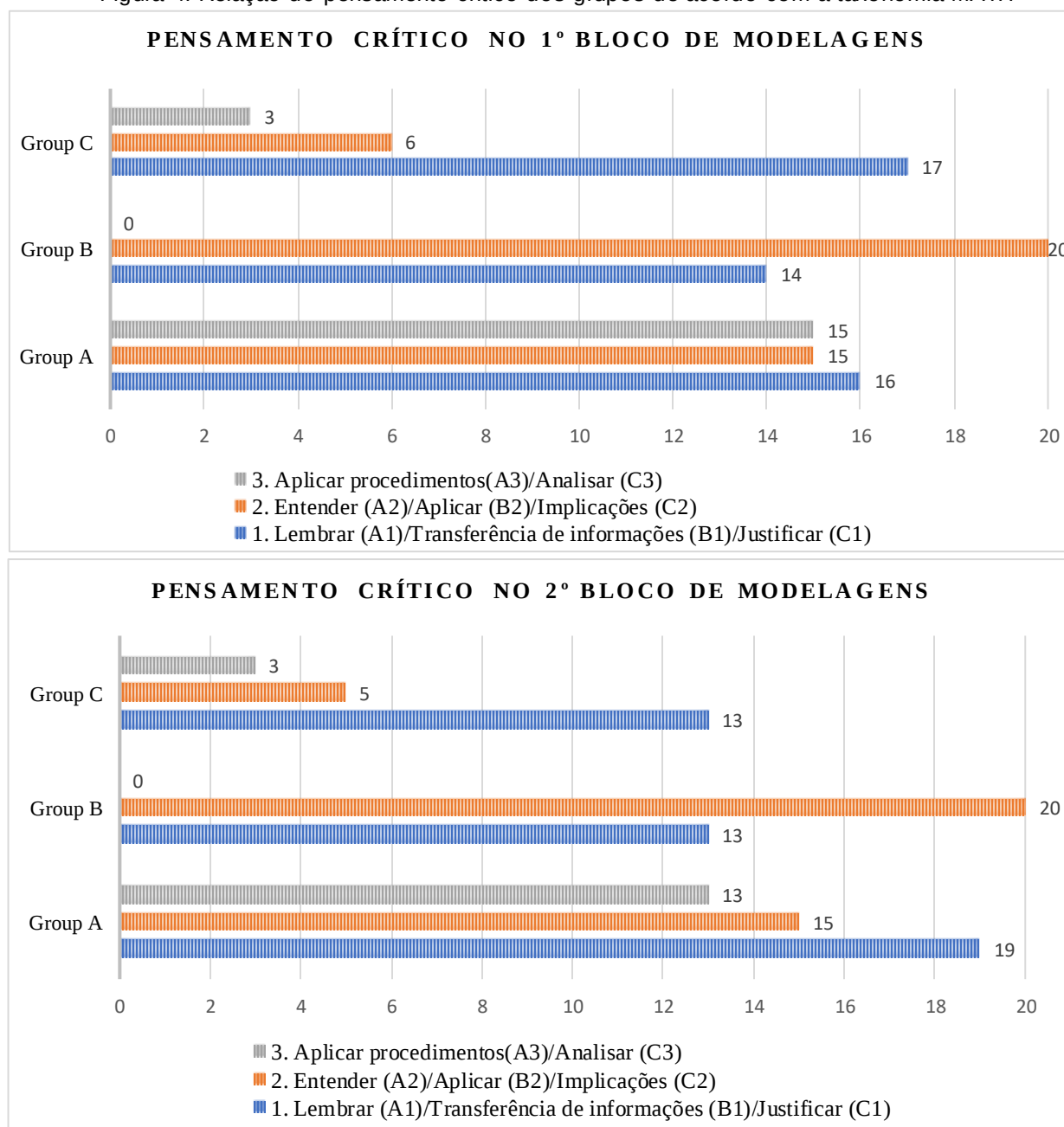
Observamos, ainda, que alguns grupos tiveram dificuldade em produzir os gráficos e outros não resolveram corretamente a EDO do fenômeno – principalmente no segundo bloco –, e esboçaram o gráfico de uma parábola, como o grupo T1G6. O grupo T2G9 não fez os gráficos e por isso não realizou qualquer interpretação, pois não puderam comparar os gráficos. Assim, no segundo bloco de modelagens, incluímos o grupo T2G9 e o T1G6 apenas nas subcategorias A1 e A2.

Na figura 4 sintetizamos os resultados envolvendo todos os grupos nos dois blocos de modelagem, segundo a classificação da taxonomia MATH (veja tabela 2). Os grupos que recordaram conceitos relacionados às EDO's, incluindo definições ou teoremas associados, foram classificados na subcategoria A1. Aqueles que foram além, examinando as condições dos teoremas, identificando o significado dos termos presentes nas EDO's do problema e sendo capazes de distinguir constantes de variáveis, foram alocados na categoria A2. Os grupos que aplicaram métodos analíticos (algoritmos) para resolver as EDO's foram enquadrados na subcategoria A3. Conforme ilustrado na Figura 4, pelo menos 3/4 dos grupos (ou seja, 15 dos 20) foram incluídos em alguma das subcategorias da categoria A da taxonomia MATH durante o primeiro bloco de modelagens, com uma ligeira diminuição no segundo bloco.

Todos os grupos, mesmo enfrentando algumas dificuldades, apresentaram um modelo, o que os posicionou na subcategoria B2, pois aplicaram o conhecimento em novas situações. No entanto, alguns grupos tiveram dificuldades na transferência de informações, especialmente ao esboçar o gráfico das soluções obtidas. Isso resultou em 14 grupos na subcategoria B1 no primeiro bloco de modelagens e 13 grupos no segundo bloco.

Por fim, temos a categoria C da taxonomia MATH. Observamos que poucos grupos realizaram implicações, indo além do que foi solicitado, ou seja, poucos foram criativos, estabeleceram conclusões sobre os resultados dos modelos e argumentaram de forma coerente. Portanto, apenas alguns grupos foram incluídos nas subcategorias C2 e C3. Apesar disso, a maioria dos grupos, nos dois blocos de modelagem, discutiu o significado dos resultados obtidos, apresentando algumas possíveis limitações e sugestões de ajustes.

Figura 4: Relação do pensamento crítico dos grupos de acordo com a taxonomia MATH



Fonte: dados da pesquisa

Comparando a variação do pensamento crítico entre o primeiro e o segundo bloco de modelagens (figura 4), constatamos que, pela redução da quantidade de grupos na subcategoria A3, houve maior dificuldade com procedimentos matemáticos no segundo bloco de modelagem. Constatamos, também, que houve uma pequena diminuição na quantidade de grupos que foram incluídos nas categorias B e C na produção do segundo modelo, ou seja, no segundo bloco notamos uma menor manifestação do pensamento crítico.

O grupo T2G3, ao confeccionar o primeiro modelo (álcool x acidentes), foi alocado na categoria A, pois resolveu a EDO e produziu um gráfico dinâmico do fenômeno no *Geogebra*, indicando a influência da variação da constante da equação. Em seguida, descreveu essa constante de acordo com a graduação alcoólica de uma bebida e concluiu:

T2G3. O risco de ocorrer um acidente cresce (ou diminui) exponencialmente de acordo com a variação de k , pois quanto mais bebida alcoólica for ingerida (relacionando o volume ingerido e teor alcoólico), maior será o nível de álcool no sangue, o que eleva o risco de acidentes de forma significativa.

Após essa interpretação correta do gráfico esboçado, acrescentou:

T2G3. Ao analisar os gráficos, fica evidente a coerência da rigidez imposta pela legislação antialcoólica. Mesmo uma ingestão mínima de álcool pode comprometer certas habilidades necessárias para uma condução segura e adequada do veículo.

Percebemos que este grupo (T2G3) fez uma tradução verbal dos dados matemáticos, explicando e justificando o que foi obtido, e destacou implicações do modelo por meio de uma avaliação, por isso o incluímos não somente nas subcategorias B1 e C1, mas também em C2 e C3. Por outro lado, ao produzir o modelo do tema 2A (comportamento de compra de um consumidor), esse grupo resolveu a EDO do problema e produziu os gráficos relacionados, sem, no entanto, exceder a discussão matemática ao interpretar/validar o modelo. Após produzir o modelo, esse grupo mencionou: “o modelo apresentado é coerente e razoável para a problemática abordada, porém outras variáveis poderiam ser adicionadas para que o modelo se aproxime ainda mais da realidade”, por isso incluímos esse grupo em A1, A2, A3, B1 e B2, mas não o incluímos na categoria C.

Da mesma forma, alguns grupos foram alocados na categoria B ao produzir o primeiro modelo, mas, ao confeccionar o segundo, foram incluídos apenas na categoria A, como os grupos T2G9 e T1G6 já citados anteriormente. Entendemos que esses dois grupos passaram da manifestação de características HOTS ao produzir o primeiro modelo para manifestação apenas de características LOTS na confecção do segundo modelo.

Conforme indicamos anteriormente, todos os grupos (exceto o T2G9 e T1G6

na produção do segundo modelo) foram incluídos na subcategoria B2, o que implica que o pensamento crítico sempre foi manifestado, já que a subcategoria B2 se relaciona com as características HOTS.

5.1. Pensamento crítico após a produção dos modelos

Analisamos o pensamento crítico de forma individual após a realização das modelagens, por meio do questionário aplicado.

Utilizando a taxonomia de Bloom atualizada (Rismi, 2021), observamos que a maioria dos estudantes se enquadraram no nível LOTS (1- entender; 2- aplicar), demonstrando habilidades de entendimento e aplicação, mas não de pensamento crítico. Por exemplo, Igor (T1G4) relatou sua participação em olimpíadas matemáticas e como isso lhe rendeu uma bolsa universitária. Ele também mencionou o uso prático da matemática no dia a dia, como calcular troco e a eficiência de combustível de um veículo. No entanto, não houve evidência de análise, avaliação ou criação em suas respostas, que são características do nível HOTS (1- analisar; 2- avaliar; 3- criar). Laura (T1G3) expressou que utiliza a matemática regularmente, mas não forneceu exemplos concretos nem demonstrou avaliação ou análise, limitando-se ao nível de entendimento dentro de LOTS. O seguinte comentário da aluna Patrícia ilustra o sentimento de vários alunos, que consideraram as modelagens uma forma de entender aplicações práticas do conteúdo aprendido:

Patrícia. Participar nas modelagens permitiu a redefinição da minha compreensão sobre Equações Diferenciais. Isso me incentivou a buscar estudos mais aprofundados nessa área, mas o aspecto mais marcante foi perceber como a Modelagem Matemática é aplicada em situações do dia a dia.

Apesar de Patrícia (T2G8) apreciar as atividades realizadas por serem um meio de compreender aplicações do conteúdo matemático aprendido, ela não evidenciou características do nível HOTS.

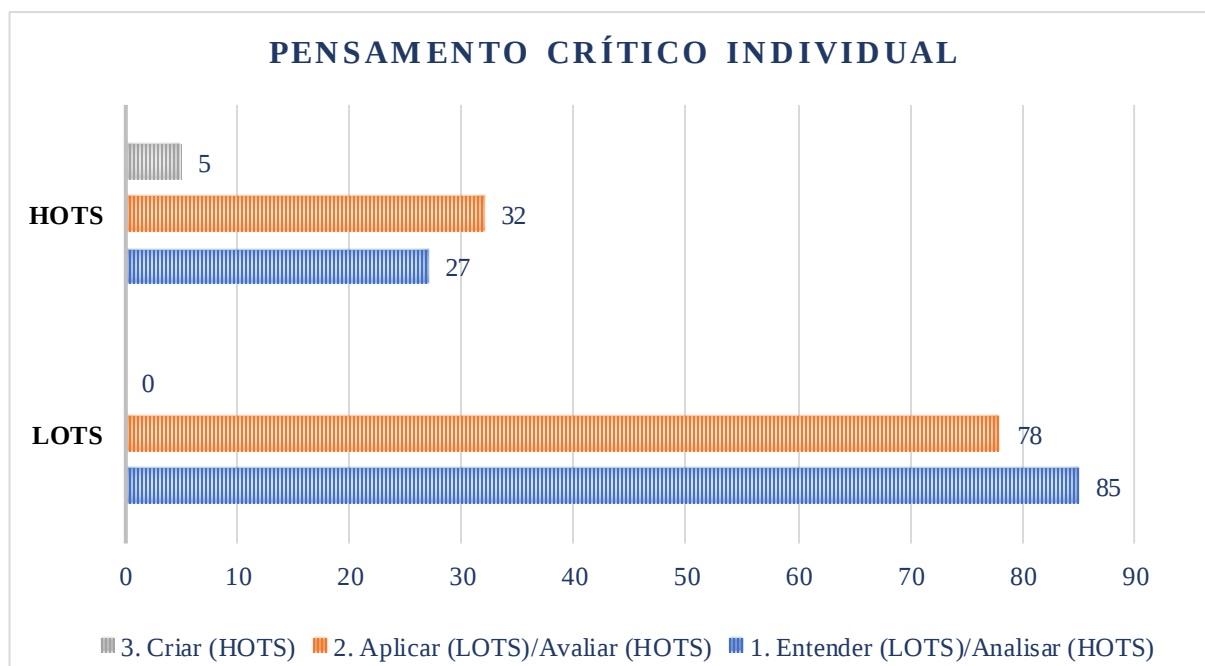
Em contrapartida, outros alunos demonstraram características de nível HOTS (1- analisar; 2- avaliar; 3- criar). Exemplificando, Lorena (T2G4), além de mostrar um exemplo de aplicação da matemática, foi além dos níveis LOTS, demonstrando habilidades de análise e avaliação, características do pensamento crítico HOTS. Vejamos:

Lorena. A matemática ensinada na escola juntamente com a realidade das pessoas no dia a dia pode proporcionar grandes avanços educacionais, pois à medida que emprega em sala de aula conteúdos relacionados ao cotidiano, melhores desempenhos em sala será alcançado. Acredito que um é o alicerce do outro. Pois a matemática aprendida na escola deve complementar o desenvolvimento de habilidades que possibilitem ao aluno se adaptar às exigências do mundo atual.

No mesmo grupo da Lorena, Francis (T2G4) também exibiu pensamento crítico, compartilhando atributos similares aos de Lorena e comentou que o currículo do ensino básico carece de áreas como Estatística e Finanças ao dizer “ainda falta alguns quesitos no ensino básico. Desde cedo, deveria ser ensinado às crianças conteúdos como Estatística e Finanças”. Ao propor melhorias, Francis mostrou a capacidade de criação, um elemento do nível HOTS.

Fizemos uma contabilização de cada resposta dos alunos em relação à manifestação do pensamento crítico. Ilustramos na figura 5 a manifestação do pensamento crítico.

Figura 5: Pensamento crítico manifestado de forma individual



Fonte: dados da pesquisa

Observando a figura 5, notamos que cerca de três quartos dos 102 alunos que responderam ao questionário manifestaram características do nível LOTS. Por outro lado, cerca de um terço dos alunos manifestaram pensamento crítico por estarem no agrupamento HOTS. Ao compararmos a quantidade de alunos que se encontram na

categoria HOTS (Habilidades de Ordem Superior) com a quantidade de grupos que atingiram esse nível de pensamento, conforme ilustrado na Figura 4, observamos que, após a produção dos modelos, os alunos apresentaram um grau menor de pensamento crítico. Esse fenômeno pode ser interpretado como uma maior dificuldade em manifestar características de pensamento crítico fora do contexto de aplicações matemáticas, como é o caso da modelagem.

6. Discussão

No contexto dessa pesquisa, produzir um modelo matemático envolveu resolver algebricamente a EDO do fenômeno, fazer os gráficos associados e realizar uma interpretação/descrição verbal coerente. Realizar todas essas etapas implica aplicar as características das categorias LOTS e HOTS, ou seja, configura pensamento crítico conforme salientado por Rismi (2021) e Makmuri et al. (2021).

Conforme exemplificado na seção anterior e ilustrado na Figura 4, foi detectado que a maioria dos grupos (17 no primeiro bloco de modelagens e 13 no segundo) manifestou características da subcategoria C1 (discutir resultados, reconhecer limitações e possíveis erros). Adicionalmente, a maior parte dos grupos produziu gráficos, realizando uma tradução de informações, do resultado da EDO para um gráfico, manifestando aspectos relacionados à subcategoria B1 (sendo 14 no primeiro bloco de modelagem e 13 no segundo).

A produção de um modelo envolve aplicar conteúdos aprendidos em situações práticas, que é o que caracteriza a subcategoria B2. Tendo em vista que a maioria dos grupos produziu um modelo (tanto no bloco 1 quanto no bloco 2 de modelagens), percebe-se que a maioria dos grupos se enquadrou na subcategoria B2. Dessa forma, lembrando que B1 e B2 são subcategorias da categoria B e como a subcategoria C1 pertence à categoria C, a maioria dos grupos manifestou características dessas duas categorias (B e C).

Assim, considerando que as categorias B e C englobam os elementos que caracterizam o pensamento crítico (conforme mencionado por Rismi, 2021, e Andrade et al., 2022), podemos concluir que a maioria dos grupos demonstrou pensamento crítico. Isso se deve ao fato de que pelo menos 13 dos 20 grupos foram classificados em alguma das subcategorias das categorias B ou C. Apesar disso, é importante destacar que poucos grupos manifestaram características de todas as subcategorias

das categorias A, B e C da taxonomia MATH, principalmente das subcategorias C2 (apresentar implicações, fazer comparações) e C3 (realizar avaliação, síntese e uma análise crítica).

Alguns grupos tiveram dificuldades na resolução da EDO e na produção dos gráficos e, conseqüentemente, não realizaram conclusão, principalmente ao produzir o segundo modelo; por isso, tais grupo manifestaram algumas características LOTS (da categoria A), e, como explicado previamente, foram alocados na subcategoria B2 (aplicar o conteúdo matemático em novas situações) automaticamente pelo simples fato de terem produzido um modelo matemático.

Considerar um grupo que não resolveu a EDO do fenômeno, não produziu o gráfico associado ou não interpretou o ocorrido como tendo manifestado um pensamento crítico não nos parece ser coerente, por isso, sugerimos uma pequena mudança na interpretação do pensamento crítico por meio da taxonomia MATH: sugerimos que a subcategoria B2 seja encarada de uma forma diferente para atividades de modelagem, de forma que essa subcategoria não seja considerada para a avaliação do pensamento crítico em modelagem. Ao configurarmos a produção de modelos às situações retiradas da realidade, entendemos que a modelagem já se baseia em uma situação nova, uma aplicação do conteúdo matemático. Conseqüentemente, esse fato leva todos os grupos que produzem modelos a serem alocados na subcategoria B2 automaticamente. Isto posto, a nosso ver, a subcategoria B2 não se mostra eficaz para a avaliação de pensamento crítico na produção de modelos.

Quanto às limitações do estudo, cabe considerar a pandemia, que trouxe dificuldades tanto para alunos quanto para professores (Marques et al., 2021). Constatamos, pelas respostas à terceira pergunta do questionário, que essa situação foi desconfortável para alguns alunos durante a elaboração dos modelos. Outras limitações incluem a complexidade dos problemas abordados: a modelagem matemática pode envolver questões desafiadoras, tanto para os alunos resolverem quanto para serem estritamente categorizadas nos níveis da taxonomia MATH. Observamos que os modelos do segundo bloco apresentaram desafios para diversos grupos. Além disso, existe uma diversidade de habilidades entre os alunos de engenharia, o que pode influenciar na aplicação e interpretação uniforme da taxonomia. Outro aspecto relevante são os recursos e o tempo necessários: é preciso

disponibilidade de recursos (como internet, dispositivos tecnológicos etc.) e tempo para implementar, conduzir e analisar a produção dos modelos. Cabe salientar também que, embora o feedback e a reflexão sejam essenciais para o desenvolvimento do pensamento crítico, pode ser desafiador gerenciá-los em grandes grupos de alunos.

A análise da produção do segundo modelo, que abordou conteúdo matemático considerado mais desafiador por diversos alunos (Equações Diferenciais Ordinárias de ordem superior), revelou uma ligeira diminuição no pensamento crítico, ou seja, menos características associadas ao pensamento crítico foram observadas. Por exemplo, no primeiro bloco, 17 grupos estavam na subcategoria C1, enquanto no segundo bloco esse número diminuiu para 13. Embora não seja nosso objetivo insinuar que atividades de matemática mais complexas reduzem prontamente os níveis de pensamento crítico, acreditamos que este tópico seja uma boa sugestão para pesquisas futuras, bem como analisar maneiras de desenvolver as habilidades dos alunos por meio da modelagem de forma que eles manifestem todas as características das subcategorias C2 e C3.

7. Considerações finais

O estudo revelou que a modelagem matemática é uma ferramenta eficaz para promover o pensamento crítico em estudantes. Através da aplicação prática de conceitos matemáticos em situações propostas para o ensino, inspiradas em problemas do mundo real, os alunos foram capazes de desenvolver habilidades de análise, avaliação e criação, conforme categorizado pela taxonomia MATH. Este processo não só reforçou a compreensão dos conceitos matemáticos, mas também estimulou uma reflexão mais profunda sobre a aplicação da matemática na vida cotidiana e na sociedade.

Sugere-se uma aplicação contínua de tarefas de modelagem matemática para que todas as características da taxonomia MATH sejam manifestadas em um mesmo grau, principalmente aquelas que se relacionam com apresentar implicações, fazer comparações, realizar avaliação, síntese e uma análise crítica.

Em suma, a modelagem matemática provou ser uma estratégia pedagógica valiosa, alinhando-se com os objetivos educacionais modernos de fomentar o pensamento crítico e preparar os alunos para enfrentar desafios complexos.

Referências

ANDRADE, Matheus Oliveira; ZURITA, Mariana; BUROVA, Iva; NYAMAPFENE, Abel. Assessing higher levels of learning through real-life problems in engineering mathematics. In: **IEEE Global Engineering Education Conference (EDUCON) of 2022**. Anais...Tunis, Tunisia: IEEE, 2022.

BAKKER, Arthur; CAI, Jinfa; ZENGER, Linda. Future themes of mathematics education research: An international survey before and during the pandemic. **Educational Studies in Mathematics**, Dordrecht, v. 107, n. 1, p. 1–24, 2021.

BANERJEE, Sandip. **Mathematical Modeling: Models, Analysis and Applications** (2nd ed.). Boca Raton: Chapman and Hall/CRC, 2021.

BARDIN, Laurence. **Análise de Conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 1977.

BIEMBENGUT, Maria Salett. **Modelagem na Educação Matemática e na Ciência**. 1. Ed, vol. 1. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016.

BRANTLINGER, Andrew. Critical mathematics discourse in a high school classroom: examining patterns of student engagement and resistance. **Educational Studies in Mathematics**, Dordrecht, v. 85, n. 2, p. 201–220, 2014.

BURGHES, David; BORRIE, Morag. **Modelling with Differential Equations**. E. Horwood: Colston Papers, 1981.

ENNIS, Robert. Critical thinking: A Streamlined Conception. In: DAVIES, Martin, e Barnett, Ronald (Eds.), **The Palgrave handbook of critical thinking in higher education**. New York, NY: Palgrave Macmillan, 2015, p. 351-368.

GIBBS, Antonnette, e PARK, Joo Young. Unboxing mathematics: creating a culture of modeling as critic. **Educational Studies in Mathematics**, Dordrecht, v. 110, n. 1, p. 167-192, 2022.

JABLONKA, Eva. Critical thinking in mathematics education. In: LERMAN, Stephen (Ed.), **Encyclopedia of mathematics education**, 2nd ed. Springer Nature, 2020, p. 159-163.

KAISER, Gabriele. Mathematical Modelling and Applications in Education. In: LERMAN, Stephen. (Eds) **Encyclopedia of Mathematics Education**. Cham: Springer, Cham, 2020, p. 553-561.

KAISER, Gabriele; BRAND, Susanne. Modelling competencies: Past development and further perspectives. In: STILLMAN, Gloria Ann; BLUM, Werner; BIEMBENGUT, Maria Salett (Eds.), **Mathematical Modelling in Education Research and Practice**. Cultural, Social and Cognitive Influences. Dordrecht: Springer, 2015, p. 129-149.

LIU, Xiaoli. **A Case Study of University Instructors' Perceptions and Teaching Practices of Critical Thinking in China** (Unpublished doctoral thesis). 2019. 247f. (Doutorado em Educação). University of Calgary. Calgary.

LOPES, Aldo Peres Campos. Aspects of attitudes towards mathematics in modeling

activities: Usefulness, interest, and social roles of mathematics. **International Electronic Journal of Mathematics Education**, v. 17, n. 4, p. 1-15, 2022.

LOPES, Aldo Peres Campos. Critical consciousness in engineering education: going beyond critical thinking in mathematical modeling. **European Journal of Engineering Education**, Londres, v. 48, n.6, p. 991–1014, 2023.

LOPES, Aldo Peres Campos. Mathematical modelling: a methodology favourable to the manifestation of critical mathematics consciousness. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, Abingdon-on-Thames, p. 1–30, 2024.

MAASS, Katja; ZEHETMEIER, Stefan; WEIHERBERGER, Anika; FLÖBER, Katharina. Analysing mathematical modelling tasks in light of citizenship education using the COVID-19 pandemic as a case study. **ZDM Mathematics Education**, Berlin, v. 55, n. 1, p. 131-145, 2022.

MAKMURI, Makmuri; AZIZ, Tian Abdul; KHARIS, Selly Anastassia Amelia. Characteristics of Problems for Developing Higher-order Thinking Skills in Mathematics. **Journal of Physics: Conference Series**, London, v. 1882, n. 1, 012074, 2021.

MARQUES, Pedro Paulo Mendes da Rocha; CARVALHO, Thays Rayana Santos de; ESQUINCALHA, Agnaldo. Impactos da pandemia de Covid-19 na rotina profissional de professores que ensinam Matemática: alguns aspectos de precarização do trabalho docente. **Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, Santa Catarina, v. 11, n. 3, p. 19-40, 2021.

MARTINS, Bianca de Oliveira; ALMEIDA, Lourdes Maria Werle. Modelagem matemática: dos entendimentos às finalidades. **Vidya**, Santa Maria, v. 41, n. 1, p. 113-128, 2021.

NISS, Mogens; BLUM, Werner. **The learning and teaching of mathematical modelling**. London e New York: Routledge, 2020.

RISMI, Ocy Dwi. A Learning Design to Improve Higher Order Thinking Skills (HOTS). **Jurnal Riset Pendidikan Matematika Jakarta**, Jakarta, v. 3, n. 2, p. 34-41, 2021.

SANTOS, Reginaldo. **Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias**. Belo Horizonte: Imprensa Universitária da UFMG, 2010.

SKOVSMOSE, Ole. Mathematics and crises. **Educational Studies in Mathematics**, Dordrecht, v. 108, n. 1-2, p. 369–383, 2021.

ŽIVKOVIĆ, Slađana. A model of critical thinking as an important attribute for success in the 21st century. **Procedia-Social and Behavioral Sciences**, Selangor Darul Ehsan, v. 232, p. 102-108, 2016.