

Consequências a longo prazo da exclusão de Números Complexos no Ensino Médio

Thiago Santos¹

Gustavo de Souza²

Luiz Gustavo de Oliveira Carneiro³

Resumo: O objetivo deste trabalho é investigar possíveis impactos da ausência dos números complexos no Ensino Médio brasileiro. Para tanto, analisamos o desenvolvimento histórico dos números complexos, buscando elucidar como a ausência desse conteúdo limita a compreensão de conceitos matemáticos fundamentais. Apresentamos um levantamento de como o tema é tratado em outros países, discutimos a relação do assunto com a formação de profissionais capacitados para enfrentar desafios contemporâneos em áreas como Computação e Engenharias, e exploramos como uma introdução a esse assunto ainda no Ensino Médio poderia fortalecer a qualidade da educação matemática e científica no Brasil. Considerando o Objetivo de Desenvolvimento Sustentável 4 (ODS 4) da Agenda 2030 da ONU (educação inclusiva, equitativa e de qualidade, promovendo oportunidades de aprendizagem ao longo da vida para todos), concluímos que o momento é oportuno para fomentar na comunidade a discussão sobre uma possível reinserção dos números complexos nos currículos escolares.

Palavras-chave: Números Complexos. Ensino de Matemática. Agenda 2030.

Long-term consequences of excluding Complex Numbers from High School

Abstract: This study investigates possible impacts of the absence of complex numbers in Brazilian high school education. In order to do this, we analyze the historical development of complex numbers and elucidate how its absence limits student understanding of fundamental mathematical ideas. We present a survey of how the topic is addressed in other countries, we discuss its relationship to the training of future professionals capable of dealing with contemporary challenges in STEM fields, and we explore how an introduction to this topic at high school level could enrich mathematics and science education in Brazil. Considering this together with guidelines such as Sustainable Development Goal 4 (SDG 4) of the 2030 Agenda of the United Nations Organization, we conclude that the moment is opportune to reconsider the inclusion of complex numbers in Brazilian high school curricula.

Keywords: Complex Numbers. Mathematics Education. 2030 Agenda.

¹ Universidade Federal de Ouro Preto, UFOP, Ouro Preto, MG, Brasil. santostf@ufop.edu.br, <https://orcid.org/0000-0002-2435-2786>. <http://lattes.cnpq.br/6151202558192410>.

² Universidade Federal de Ouro Preto, UFOP, Ouro Preto, MG, Brasil. gdesouza@ufop.edu.br, <https://orcid.org/0000-0003-4054-3184>. <http://lattes.cnpq.br/1982291012091908>.

³ Universidade Federal de Ouro Preto, UFOP, Ouro Preto, MG, Brasil. luiz.carneiro@ufop.edu.br, <https://orcid.org/0009-0005-4526-0580>. <http://lattes.cnpq.br/6376736788409767>

Consequências a longo prazo de la exclusión de los Números Complejos en la Educación

Resumen: Este estudio investiga posibles impactos de la ausencia de números complejos en la educación secundaria brasileña. Para ello, analizamos el desarrollo histórico de los números complejos y elucidamos cómo su ausencia limita la comprensión de conceptos matemáticos fundamentales. Presentamos una encuesta de cómo se aborda el tema en otros países, discutimos su relación con la formación de futuros profesionales capaces de enfrentar desafíos contemporáneos en áreas de STEM y exploramos cómo una introducción a este tema a nivel de educación secundaria podría enriquecer la educación en matemáticas y ciencias en Brasil. Considerando esto junto con directrices como el Objetivo de Desarrollo Sostenible 4 (ODS 4) de la Agenda 2030 de la Organización de las Naciones Unidas, concluimos que el momento es oportuno para reconsiderar la inclusión de números complejos en los planes de estudio de la educación secundaria en Brasil.

Palabras clave: Números Complejos. Educación Matemática. Agenda 2030.

1 Introdução

É frequente a indagação de estudantes acerca da aplicação prática dos conteúdos acadêmicos, em especial no âmbito da matemática. A ausência de exemplos imediatos ou a dificuldade de alguns docentes em apresentar aplicações concretas podem levar o aprendiz à conclusão equivocada da inutilidade do conteúdo. Se tópicos amplamente conhecidos, como a fórmula de Bhaskara, a finitude de conjuntos (Santos, Carneiro e De Souza, 2024) ou o estudo da reta (Toledo e Santos, 2017) são às vezes considerados desprovidos de aplicação prática, imagine-se então a dificuldade em justificar a importância de conteúdos que envolvam uma certa "unidade imaginária".

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) de 2018, conforme implementada nesse mesmo ano para o Ensino Médio, estabelece que os componentes curriculares de Língua Portuguesa e Matemática sejam obrigatórios nos três anos do Ensino Médio, promovendo assim a interdisciplinaridade e o protagonismo dos estudantes (Brasil, 2018). Já nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio de 2023 (Ministério da Educação, 2023), o ensino de números complexos não é diretamente abordado. No entanto, é possível argumentar que isso produz lacunas não negligenciáveis no aprendizado matemático essencial para diversas áreas profissionais e acadêmicas. O objetivo do presente trabalho é apontar alguns desses argumentos e propor uma retomada dessa discussão na comunidade, considerando as percepções de profissionais de ensino de Matemática que trabalham com

educandos egressos do Ensino Médio, e diante de novas possibilidades pedagógicas de engajamento interdisciplinar dos educandos no conteúdo.

Uma justificativa comum para a retirada dos números complexos dos currículos da Educação Básica é a de que os materiais didáticos, até então, priorizavam a teoria em detrimento da contextualização e da aplicação prática. Entretanto, isso não significa que esses tópicos não possam ser explorados em atividades didáticas contextualizadas com o dia a dia dos educandos. Conforme exemplificamos neste trabalho, muitos materiais didáticos para esse fim podem ser construídos, em diversos níveis.

Outro ponto que costuma ser levantado é que questões relacionadas aos números complexos nunca foram contempladas no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), segundo Pinto Júnior (2009). Ora, em contraste, podemos citar instituições de ensino que recebem grande procura de educandos egressos do Ensino Médio, como o Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA), instituições do Estado de São Paulo como a USP (Universidade de São Paulo) que aderem a exames da Fundação Universitária para o Vestibular (Fuvest), ou até mesmo instituições que promovem concursos militares de alta seletividade como a Escola de Sargentos das Armas (ESA). Todas essas instituições incluem números complexos como uma componente em seus exames de admissão, seja por se tratarem de exames “*high-stakes*” (daí o foco seria a seleção em si), ou até mesmo por terem uma visão discrepante sobre a relevância do ensino de números complexos no nível. Independentemente do motivo, vemos que essas realidades podem colocar subgrupos de estudantes brasileiros em desvantagem competitiva. Nesse caso, a omissão do tópico “números complexos” no nível de regulamentação pode estar contribuindo de maneira indireta, inclusive, com problemas de natureza socioeconômica. É importante discutir continuamente temas que se apliquem à garantia democrática de acesso às oportunidades de desenvolvimento profissional. Sendo assim, a discussão que por ora levantamos torna-se relevante também no que diz respeito ao alinhamento com o Objetivo de Desenvolvimento Sustentável 4 (ODS 4) da Agenda 2030 das Nações Unidas.

Pretendemos com o presente trabalho trazer algumas contribuições para essa discussão. Traçamos uma jornada retrospectiva pela gênese dos números complexos, procurando desvendar as nuances e impactos da ausência desse tópico na formação

de futuros Cientistas da Computação e Engenheiros, com o olhar voltado em especial para o ODS 4: Educação de Qualidade. Traremos uma análise de experiências internacionais para lançar luz sobre possíveis consequências futuras, mostrando vários pontos de vista sob os quais a exclusão do estudo dos números complexos no Ensino Médio age indiretamente contra o trabalho em direção à conquista dessas metas de educação de qualidade propostas pela ONU (Agenda 2030) e utilizadas por organismos internacionais como uma referência em políticas públicas para Educação. Concluimos que, diante do panorama apresentado, estamos em um momento oportuno para fomentar na comunidade a discussão sobre uma possível reinserção dos números complexos como uma ferramenta pedagógica adicional em nossos currículos escolares.

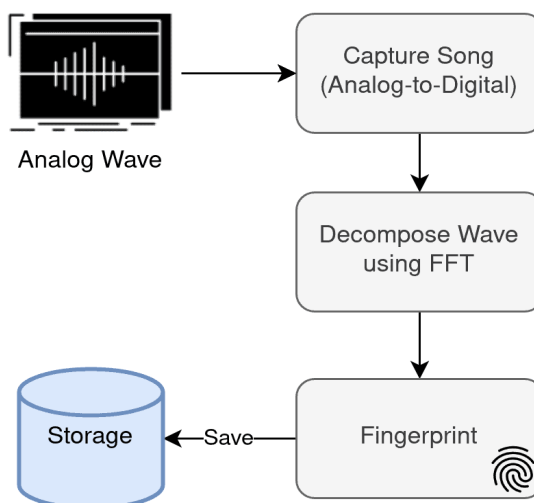
2 Contextualização

A exclusão do tópico “números complexos” pode, *a priori*, parecer justificável para certos campos de estudo. Contudo, para aqueles que buscam carreiras que envolvem ciências exatas, a omissão pode representar um obstáculo considerável. Um exemplo é o estudo de Puhl e Müller (2023), que revelou que a maior parte dos alunos das instituições de Ensino Superior escolhidas demonstrou desconhecimento dos números complexos, exigindo frequentemente que cursos como Engenharia Elétrica retome conceitos básicos sobre o tema em disciplinas do curso de Engenharia, com custo de carga horária relevante.

Diante dessa situação, emerge muitas vezes para educadores de Matemática no Ensino Superior a oportunidade de empregar recursos didáticos como a contextualização a fim de superar essa lacuna proveniente do Ensino Médio, proporcionando aos estudantes uma ferramenta que simplifique e acelere a assimilação do conteúdo em questão. De fato, ao contrário do que costuma-se pensar, existem muitas opções nesse sentido quando o assunto são os números complexos (Puhl e Müller, 2023). Para dar um exemplo envolvendo tecnologias contemporâneas, citamos a notável aplicação de números complexos que reside no aplicativo Shazam (<https://www.shazam.com/>), comprado pela Empresa Apple em 2017, ferramenta onipresente na identificação musical. Em sua essência, o software analisa a “impressão digital” sonora de uma música, construindo um espectrograma que representa as frequências presentes na melodia ao longo do tempo. Essa

representação visual da música, em sua complexidade ondulatória, pode ser matematicamente traduzida através da Série de Fourier que, valendo-se de números complexos, decompõe um sinal periódico – no caso, a música – em uma soma de funções senoidais e cossenoidais de diferentes frequências e amplitudes. Uma ideia ampla de como tudo ocorre é mostrado na figura 1.

Figura 1. Heurística do Aplicativo Shazam



Fonte: <https://www.baeldung.com/cs/fast-fourier-transform>

Essa decomposição, em termos matemáticos, representa a melodia como uma combinação de ondas elementares, cada uma com sua frequência, amplitude e fase específicas. O Shazam compara o espectrograma da música desconhecida com um banco de dados de espectrogramas previamente catalogados, utilizando algoritmos eficientes para encontrar correspondências. A precisão na identificação musical, mesmo em ambientes ruidosos, é um testemunho da capacidade da Série de Fourier em capturar a essência matemática da música, permitindo sua identificação inequívoca (Vamshikrishna e Moukthika, 2018). Com a mesma técnica, podemos aplicar os conceitos para o tratamento de ruídos em imagens, conforme sugere (Yang, 2024).

A aplicação das transformadas de Fourier no tratamento de imagens constitui uma área de estudo de extrema relevância e complexidade, frequentemente explorada por profissionais do setor audiovisual. A transformada de Fourier, uma extensão contínua das séries de Fourier, permite a decomposição de uma imagem

em suas componentes de frequência, facilitando a análise e a manipulação de suas características estruturais. A transformada de Fourier bidimensional (2D) é particularmente útil no processamento de imagens, pois permite a conversão de uma imagem do domínio espacial para o domínio da frequência. Isso é realizado através da fórmula

$$F(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-i2\pi(ux+vy)} dx dy$$

onde $f(x, y)$ representa a imagem no domínio espacial e $F(u, v)$ representa a imagem no domínio da frequência. Estabelecer uma atividade temática com o objetivo de compreender a lógica de aplicativos de identificação musical como o Shazam é um recurso que pode ser usado, por exemplo, para construir um módulo de Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) sobre a álgebra dos números complexos. Importaneamente, esses aplicativos são representativos de tecnologias contemporâneas, oferecendo um excelente *setup* para a contextualização dos números complexos para além das aplicações clássicas, por exemplo na descrição de circuitos elétricos simples, que são frequentemente citadas pelos docentes.

Contextualizações adicionais poderiam ser feitas tendo como pano de fundo o reconhecimento de imagens. Nessa ideia, é possível trazer para sala de aula discussões sobre Deep Fakes e imagens e vídeos produzidos por Inteligências Artificiais (IAs). Esses são temas extremamente atuais e em ampla discussão no momento pela sociedade como um todo, com alta chance de engajamento por parte dos educandos e enfocando múltiplas competências da BNCCs, como por exemplo a Competência Geral 5. Materiais desse tipo poderiam ser facilmente utilizados como suporte pedagógico para ingressantes no ensino universitário.

Retornando ao caso específico do Ensino Médio, é importante observar que apresentar ao educando a existência do corpo dos números complexos é uma necessidade a fim de se estabelecer algumas amarras conceituais importantes dentro do tema “Álgebra”. Por exemplo: o educador não vai conseguir contar aos alunos sobre o “Teorema Fundamental da Álgebra” (Soares, 2016) sem falar em números complexos. Se isso não é feito, é difícil acreditar que um estudante tenha compreendido um desdobramento tão importante da Matemática ao longo de sua

História, e que coincidentemente tem muita relevância em aplicações, que é a busca pela solução de equações (algébricas) (Livio, 2005). Ora, precisamos estar atentos como professores que nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM) para Ciências da Natureza e a Matemática temos a “Contextualização Sócio-cultural” (Ministério da Educação, 2023), onde um dos aspectos de destaque é a “Ciência e Tecnologia na História”. Nesse contexto, chama-se a atenção para a necessidade de conscientizar o educando sobre sua herança científica e tecnológica como resultados de uma construção humana, inseridos em um processo histórico e social. A história da solução de equações tem passagens notáveis na transição do mundo antigo para o mundo moderno, e à preservação das tradições científicas humanas através do período da Renascença. Nessa história, os números complexos estão no centro da discussão (recordaremos alguns dos marcos com um breve registro na Seção 3 a seguir). No sentido interdisciplinar, portanto, pode-se argumentar que incluir o tema “números complexos” leva o educando a se perceber como parte da sociedade científica e tecnológica moderna. Além disso, mesmo com todas as excelentes possibilidades de engajamento de estudantes oferecidas pelo universo das aplicações e da tecnologia, é importante não extrapolar isso para uma identificação do “útil” como o centro de toda a experiência educacional, e lembrar também da importância da contextualização sócio-cultural para os indivíduos.

A princípio, a ideia de números "complexos" pode parecer intimidante para o estudante, evocando a imagem de um tópico obscuro reservado apenas aos matemáticos mais experientes. Cabe aos profissionais de educação em Ciências e Matemática desconstruir essa percepção. Assim como a Álgebra básica é fundamental para o dia a dia, os números complexos, com sua intrigante dualidade entre o real e o imaginário, constituem um pilar essencial para as ciências exatas, impulsionando avanços tecnológicos cruciais para a sociedade. Podemos traçar um paralelo com a evolução dos próprios sistemas numéricos (Ferreira, 2022). Inicialmente, contávamos apenas com os números naturais, úteis para quantificar objetos discretos. A necessidade de representar dívidas e temperaturas impulsionou por sua vez a criação dos números inteiros. As frações surgiram para representar partes de um todo, e os números irracionais, como π e $\sqrt{2}$, completaram o conjunto dos números reais, abrangendo medidas contínuas e incomensuráveis. Contudo, os

números reais se mostraram insuficientes para resolver equações como $x^2 + 1 = 0$, apesar de esta equação especificamente não ter sido a motivação para a criação dos números complexos. Enfim, vemos como a própria evolução do nível de complexidade dos desdobramentos da Matemática requeridos pela sociedade se reflete na evolução dos sistemas numéricos descobertos e desenvolvidos. O educando, como parte da sociedade contemporânea, se beneficia culturalmente ao apreciar mais essa etapa da evolução do conceito de número.

Antes de prosseguir com uma análise de experiências internacionais nessa discussão educacional, vamos revisitar brevemente alguns aspectos da gênese histórica dos números complexos na próxima subseção. Com isso, poderemos ter uma linha temporal do extenso período histórico associado ao desenvolvimento da matemática dos números complexos, que pode inclusive ser utilizado em contextualizações do assunto, discussões interdisciplinares, e é perdida como recurso didático pela omissão dele.

3 Breve História da Origem dos Números Complexos

A história tem início não com os complexos em si, mas com seus predecessores, os números irracionais. A descoberta de grandezas incomensuráveis, como a diagonal de um quadrado de lado unitário, desafiou a visão de mundo pitagórica, fundamentada na crença de que todas as quantidades podiam ser expressas como razões de números inteiros. Essa dissonância epistemológica abriu caminho para a aceitação de números que transcendiam os limites dos racionais.

Séculos depois, matemáticos helenísticos, como Heron de Alexandria, se depararam com raízes quadradas de números negativos ao calcular volumes de sólidos geométricos. Contudo, essas entidades eram consideradas "impossíveis" e descartadas, permanecendo como espectros matemáticos à margem da aritmética tradicional.

A Renascença assistiu à ascensão da álgebra simbólica, liderada por figuras como Cardano e Bombelli. A resolução de equações cúbicas, um desafio central da época, frequentemente conduzia a raízes quadradas de números negativos. Em sua obra "Ars Magna", Cardano apresenta soluções para equações cúbicas que envolvem essas entidades "imaginárias", embora as considere "tão sutis quanto inúteis"

(Cardano, 1545).

Na equação 1, mostramos a fórmula proposta por Cardano-Tartaglia para a resolução de equações cúbicas do $x^3 + px + q = 0$ (Santos, Pimenta e Bandeira, 2024):

$$x = \sqrt[3]{\frac{-q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} - \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{\frac{-q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} - \frac{p^3}{27}}} \quad (1)$$

Daí, surge um dilema quando Bombelli tenta aplicar tal fórmula à equação $x^3 = 15x + 4 = 0$. Por substituição direta vem: $x = \sqrt[3]{2 + \sqrt{-121}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{-121}}$. Bombelli abraçou essas entidades enigmáticas, as raízes quadradas dos números negativos, desenvolvendo um conjunto de regras abstratas para manipulá-las. Em seu "L'Algebra" (1572), ele demonstra que as raízes "imaginárias" podem ser combinadas para produzir soluções reais para equações cúbicas (Bombelli, 1572). Essas manipulações algébricas, embora carentes de uma interpretação geométrica clara, inauguraram uma nova era na matemática, expandindo o reino dos números além dos limites do que era considerado possível.

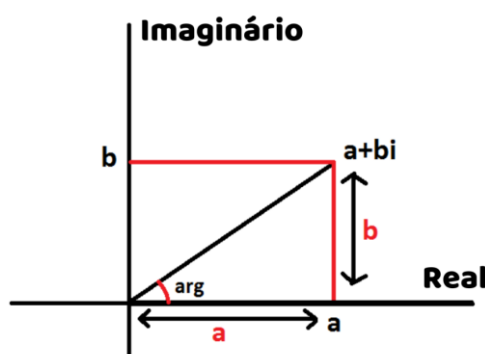
O sinal que representa $\sqrt{-}$ foi inicialmente utilizado em 1629 por Albert Girard (1590-1633) em sua obra "Invenção nova em álgebra", na qual ele articula as conexões entre as raízes e os coeficientes de uma equação. Em 1637, René Descartes (1596-1650) foi o pioneiro no uso dos termos "real" e "imaginário".

No entanto, a plena aceitação dos complexos só ocorreu no século XVIII, com os trabalhos de Euler e Gauss. Euler introduziu a notação "i" para a raiz quadrada de -1, simplificando a representação e a manipulação dessas entidades (Euler, 1777). Ele também estabeleceu a fórmula de Euler, conectando exponenciais complexas com funções trigonométricas, revelando uma profunda e inesperada conexão entre diferentes ramos da matemática (Euler, 1748).

Gauss, em sua tese de doutorado (1799), forneceu a primeira demonstração rigorosa do Teorema Fundamental da Álgebra, afirmando que todo polinômio não constante com coeficientes complexos possui pelo menos uma raiz complexa. Esse teorema estabeleceu a completude dos números complexos, mostrando que formam um sistema fechado sob as operações algébricas.

A interpretação geométrica dos complexos, que havia iludido matemáticos por séculos, finalmente surgiu no século XIX. Caspar Wessel (1797) e Jean-Robert Argand (1806), independentemente, propuseram a representação de números complexos como pontos no plano, com a parte real correspondendo à coordenada horizontal e a parte imaginária à coordenada vertical (Wessel, 1797; Argand, 1806). Essa representação, conhecida como plano complexo ou diagrama de Argand-Gauss, forneceu uma interpretação visual intuitiva para as operações com complexos, solidificando sua legitimidade e revelando sua rica estrutura geométrica, ilustrada na Figura 2.

Figura 2. Plano de Argand-Gauss.



Fonte: Compilação do autor¹

A partir do século XIX, os números complexos se tornaram ferramentas essenciais em diversas áreas da matemática, física e engenharia. Sua capacidade de representar rotações e oscilações os torna indispensáveis na análise de circuitos elétricos, processamento de sinais e mecânica quântica.

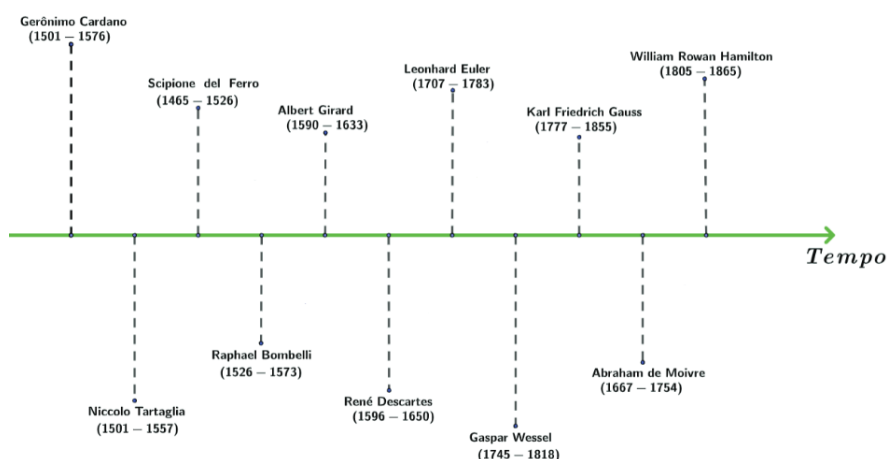
A história dos números complexos é um testemunho da natureza inquisitiva da matemática. O que começou como uma anomalia, uma "impossibilidade" matemática, evoluiu para uma ferramenta poderosa, expandindo as fronteiras da abstração e impulsionando avanços em diversas áreas do conhecimento. Os complexos exemplificam a capacidade da matemática de transcender os limites da intuição, revelando estruturas e relações ocultas que enriquecem nossa compreensão do universo. Na figura 3 adiante, vemos um resumo dos principais matemáticos que atuaram neste tema ao longo dos anos.

Atualmente, é muito comum se encontrar em livros didáticos que os números complexos são uma extensão dos números reais, compostos por uma parte real e uma parte imaginária. Formalmente, um número complexo z é representado na forma

$$z = a + bi,$$

onde a e b são números reais e i é a já mencionada unidade imaginária.

Figura 3. Matemáticos notáveis no estudo de números complexos.



Fonte: Severo, Medeiros e Pessoa, 2023.

4 Perspectiva do Ensino do Números Complexos em Outros Países

Para aprofundar nossa análise, torna-se crucial contemplar os aspectos específicos com que este tema se manifesta em diferentes contextos sociais. Nesse sentido, a exploração de abordagens internacionais torna possível desvendar as diversas perspectivas e possíveis soluções, nos levando a uma compreensão mais abrangente e holística do tópico em questão.

Em Singapura, frequentemente aclamada por seu excepcional desempenho em Matemática em avaliações internacionais como o Programa de Avaliação Internacional de Estudantes (PISA) - como demonstrado por Kaur (2021) - apresenta um estudo de caso convincente para examinar o ensino de números complexos. O sistema educacional de Singapura enfatiza o rigor matemático, o desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas e uma base conceitual profunda. A introdução

de números complexos normalmente ocorre no nível do ensino médio, seguindo uma progressão curricular rigorosa que garante que os alunos tenham uma base sólida em álgebra e trigonometria. As estratégias de ensino em Singapura comumente empregam uma abordagem de aprendizagem inspirada em ABP, desafiando os alunos a explorar e aplicar números complexos em contextos do mundo real. O uso de ferramentas tecnológicas, como softwares de geometria dinâmica, é prevalente, permitindo que os alunos visualizem e manipulem números complexos de forma interativa.

Em contraste com a ênfase de Singapura no rigor e na resolução de problemas, a Finlândia adota uma abordagem mais centrada no aluno para o ensino de Matemática. O sistema educacional finlandês prioriza a compreensão conceitual, a criatividade e o prazer de aprender. Os números complexos são normalmente introduzidos no final do ensino médio, com ênfase na exploração de suas propriedades matemáticas e conexões com outros conceitos matemáticos. As estratégias de ensino frequentemente incorporam métodos de aprendizagem colaborativa, incentivando os alunos a trabalhar juntos, compartilhar ideias e construir conhecimento coletivamente (Van Steenbrugge et al., 2019). O uso de materiais manipuláveis e recursos visuais também é comum, ajudando os alunos a desenvolver uma compreensão concreta de números complexos antes de passar para representações mais abstratas.

Os Estados Unidos, conhecidos por sua ênfase na aplicação prática e na resolução de problemas, abordam o ensino de números complexos com foco em suas aplicações em ciência e engenharia. A introdução de números complexos geralmente ocorre no nível do ensino médio, após a conclusão da álgebra e da trigonometria. A progressão curricular, no entanto, pode variar consideravelmente entre os estados, distritos escolares e até mesmo escolas individuais.

As estratégias de ensino nos Estados Unidos frequentemente se concentram em capacitar os alunos a usar números complexos como ferramentas para resolver problemas do mundo real. A ênfase é colocada na fluência procedimental, garantindo que os alunos possam realizar operações com números complexos com precisão e eficiência. Ferramentas didáticas, como calculadoras gráficas e softwares de matemática, são frequentemente integradas ao ensino, permitindo que os alunos

visualizem e manipulem números complexos em um ambiente digital.

Uma pesquisa realizada por Conner et al. (2020) investigou as percepções dos estudantes americanos sobre o aprendizado de números complexos, revelando que uma parcela significativa os considera desafiadores devido à sua natureza intangível. O estudo também enfatizou a importância de vincular os números complexos a suas aplicações no mundo real, com o intuito de fomentar a compreensão e o interesse dos alunos. Essa descoberta destaca a necessidade de estratégias de ensino que conectem o ensino de números complexos com o mundo real, especialmente nos Estados Unidos, onde a ênfase na aplicação prática é forte.

5 Impactos Futuros

Como vemos, a decisão de remover o ensino de números complexos do currículo escolar apresenta um conjunto de consequências potencialmente negativas para a qualidade do ensino de Matemática e a competitividade nacional em domínios científicos e tecnológicos. A compreensão da natureza e das propriedades dos números complexos constitui um alicerce fundamental para a construção de conhecimentos matemáticos mais avançados. A Matemática, em sua essência, é uma disciplina construída sobre axiomas, teoremas e conceitos interdependentes. A remoção de um componente fundamental como os números complexos remove uma oportunidade única de tornar palpável este aspecto da Matemática para os educandos. Além disso, cria lacunas no arcabouço cognitivo dos estudantes, comprometendo a contextualização sócio-cultural do estudo de equações algébricas, um dos temas mais frequentemente associados ao conhecimento matemático e às suas aplicações.

Essa lacuna se manifesta de forma particularmente evidente na transição para o Ensino Superior. Cursos de graduação em áreas como Engenharia, Física, Matemática e Ciência da Computação frequentemente exigem um domínio robusto de conceitos matemáticos algébricos, incluindo aqueles que se apoiam na teoria dos números complexos. Sem essa base sólida, os estudantes podem enfrentar dificuldades significativas na assimilação de novos conhecimentos, impactando negativamente seu desempenho acadêmico e suas trajetórias profissionais.

A omissão do ensino de números complexos impõe uma desvantagem competitiva aos estudantes brasileiros em um cenário globalizado, onde a excelência

em áreas STEM (Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática) é crucial para o desenvolvimento econômico e social. Nações que investem na formação matemática robusta de seus cidadãos, incluindo o ensino de números complexos, posicionam-se de forma mais estratégica para competir em um mercado global cada vez mais dependente de inovação tecnológica e científica.

A relevância dos números complexos transcende o âmbito puramente matemático, permeando domínios científicos e tecnológicos cruciais para o progresso da sociedade. Além das implicações práticas, a remoção do ensino de números complexos também suscita preocupações quanto ao desenvolvimento do pensamento crítico e abstrato nos estudantes. O estudo dos números complexos, em particular, desafia os estudantes a expandirem seus horizontes cognitivos, confrontando-os com conceitos que transcendem a intuição imediata e exigem a construção de novas estruturas mentais.

A decisão de suprimir esse tópico do currículo escolar, portanto, priva os estudantes de uma oportunidade valiosa de aprimorar suas habilidades de raciocínio lógico e abstrato, habilidades essas que são essenciais para o sucesso inclusive em competências específicas das BNCCs inseridas nas Competências Gerais 2 e 5, como por exemplo o Pensamento Computacional (PC). Em uma sociedade que certamente verá futuros profissionais e seus empregos profundamente impactados pelas IAs Generativas ao longo ainda da presente década, é extremamente importante que as salas de aula de Matemática abracem cada vez mais o PC como um de seus alicerces.

Uma das habilidades que constam nas BNCC de 2018 para Matemática e suas Tecnologias que poderia ser amplamente explorada no contexto de uma introdução à álgebra dos números complexos no Ensino Médio através do computador (ou do celular com um modelo de IA Generativa instalado para educandos sem acesso a computadores mas com um telefone), seria “Utilizar conceitos iniciais de uma linguagem de programação na implementação de algoritmos escritos em linguagem corrente e/ou Matemática”. Convém observar nesse sentido que IAs generativas utilizadas na forma de modelos de Processamento de Linguagem Natural mesclam, inclusive, ambos os tipos de escrita possível para algoritmos (Santos, Carneiro e De Souza, 2025).

Diante disso, entendemos que a opção pela exclusão do tema “números

complexos” nas escolas se torna um obstáculo de fato à consecução dos objetivos delineados na Agenda 2030 para o Desenvolvimento Sustentável, promulgada pela Organização das Nações Unidas, da qual o Brasil é signatário. Essa medida colide frontalmente com o ODS 4, que preconiza a "garantia de educação inclusiva, equitativa e de qualidade, promovendo oportunidades de aprendizagem ao longo da vida para todos".

6 Considerações Finais

A Matemática, em sua essência, é uma disciplina cumulativa, com conceitos interligados que se constroem uns sobre os outros. Os “números complexos”, por exemplo, não se limitam a um tópico isolado, mas servem como uma ponte fundamental entre Álgebra, Geometria e Trigonometria, consolidando a compreensão do estudante sobre sistemas numéricos e suas inter-relações. Além disso, elementos relacionados a esse tópico oferecem oportunidades excelentes de *compliance* com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), abrindo portas para a exploração de áreas como Física, Engenharias e Computação. Ressaltamos que nosso estudo se refere à versão da BNCC de 2018, incluindo atualizações realizadas entre esse ano e 2024.

A exclusão dos números complexos do currículo do ensino médio, agravando a fragmentação da formação matemática dos estudantes brasileiros, prejudica o trabalho para alcançar os Objetivos de Desenvolvimento Sustentável da Agenda 2030 da ONU. A meta 4, que visa assegurar educação inclusiva, equitativa e de qualidade, e promover oportunidades de aprendizagem ao longo da vida para todos, exige um ensino de Matemática robusto e abrangente. A exclusão desse tópico limita as perspectivas futuras dos alunos, restringindo suas possibilidades de ingresso em cursos superiores e áreas do conhecimento que exigem domínio desse arcabouço matemático. Negar aos estudantes o contato com os números complexos perpetua uma lacuna na formação científica e tecnológica do país, impactando diretamente o potencial de desenvolvimento e inovação nacional. Tecnologias críticas para as gerações futuras exigirão cada vez mais habilidades de comunicação, com redação e expressão linguística excelentes, e pensamento computacional e lógico-matemático.

A formação continuada de professores torna-se crucial para capacitá-los a lidar com as nuances dos números complexos e integrá-los em suas práticas pedagógicas.

Investir na atualização do corpo docente, proporcionando-lhes acesso a recursos e metodologias inovadoras, é um passo fundamental para garantir que a educação brasileira esteja alinhada com as demandas do século XXI.

Em conclusão, gostaríamos de reforçar o ponto que levantamos no presente trabalho de que a reintrodução dos números complexos no Ensino Médio - através, por exemplo, da sua explicitação nas “Habilidades de Matemática e suas Tecnologias” nas BNCC, juntamente com outros temas ligados ao estudo de equações, ou do estabelecimento de diretrizes nos PCNEM etc. - abriria um leque de oportunidades valioso para o ensino da Matemática. Essa reintrodução permite o uso de metodologias ativas, com o auxílio de softwares de geometria dinâmica como o GeoGebra, para explorar visualmente a natureza abstrata dos números complexos. A construção de representações gráficas interativas no GeoGebra permite que os alunos visualizem e manipulem os números complexos em diferentes contextos, como aponta Vieira (2021). Através do software, é possível simular operações, transformações geométricas e demonstrar teoremas relacionados aos números complexos.

Outra possibilidade é o uso da Sala de Aula Invertida, uma metodologia que coloca o aluno como protagonista no processo de aprendizagem. Nesta abordagem, o aluno assume a responsabilidade pela pesquisa e construção do conhecimento prévio ao tema da aula, utilizando recursos online disponibilizados pelo professor, como videoaulas, textos, exercícios, entre outros. A sala de aula, por sua vez, transforma-se em um espaço de debate, interação e aprofundamento do conteúdo, com o professor atuando como mediador e facilitador da aprendizagem. O estudo de Santana e Lira (2018) apresenta uma proposta utilizando esta metodologia para o ensino de um dos temas mais desafiadores da matemática do ensino médio: as Fórmulas de De Moivre.

Este texto visa contribuir para a discussão acerca da reinserção do ensino de números complexos como componente curricular obrigatório pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC). A BNCC, enquanto documento normativo que define as aprendizagens essenciais a serem asseguradas aos estudantes brasileiros, deve ser objeto de constante debate e aperfeiçoamento.

Referências

AGENDA 2030. Disponível em: <https://sdgs.un.org/goals>. Acesso em: 15 maio 2024.

ARGAND, Jean-Robert. **Essai sur une manière de représenter les quantités imaginaires dans les constructions géométriques**. Paris: Chez Mme Veuve Blanc, 1806.

BOMBELLI, R. **L'Algebra**. Bologna: Giovanni Rossi, 1572.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

CARDANO, G. **Ars Magna**. Nuremberg: Johann Petreius, 1545.

CONNER, M. E.; RASMUSSEN, C.; ZANDIEH, M.; SMITH, M. **Student Understanding of Complex Numbers**. Proceedings of the 10th Annual Conference on Research in Undergraduate Mathematics Education. 2007.

DESCARTES, R. **La Géométrie**. Leiden: Jan Maire, 1637.

EULER, L. **Institutiones calculi integralis**. Saint Petersburg: Academia Imperial de Ciências, 1777.

EULER, L. **Introductio in analysin infinitorum**. Lausanne: Marc-Michel Bousquet & Co., 1748.

FERREIRA, J. **A Construção dos Números**, 4a ed. Coleção Textos Universitários. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2022.

GAUSS, C.F. **Demonstratio nova theorematis omnem functionem algebraicam rationalem integram unius variabilis in factores reales primi vel secundi gradus resolvi posse**. Helmstedt: C. G. Fleckeisen, 1799.

KAUR, B. A Look at Singapore Mathematics Education Through the PISA and TIMSS Lenses. **Empowering Teaching and Learning through Policies and Practice: Singapore and International Perspectives**. p.61–73, 2021. Singapore: Springer Singapore.

LIVIO, M. **The equation that couldn't be solved: how mathematical genius discovered the language of symmetry**. New York: Simon & Schuster, 2005.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília, 2023.

PINTO JÚNIOR, U. **A História dos Números Complexos: “das quantidades sofisticadas de Cardano às linhas orientadas de Argand”**. Orientadora Tatiane Roque. Dissertação de Mestrado – Programa de Pós-Graduação, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2009.

PUHL, C. S.; MÜLLER, T. J. O ensino dos números complexos na perspectiva de

professores de Engenharia Elétrica. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 14, n. 2, p. 1–18, 2023.

SANTANA, H. E. M.; LIRA, A. F. **Uma proposta de aplicação das Fórmulas de Moivre para potenciação e radiciação de Números Complexos por meio da Sala Invertida**. Dissertação de Mestrado - Programa de Pós-Graduação em Matemática, Mestrado Profissionalizante Em Matemática, Universidade Federal do Amazonas, 2018.

SANTOS, P. E. A.; PIMENTA, G. S. C; BANDEIRA, R. C. A EVOLUÇÃO DOS NÚMEROS COMPLEXOS: UMA PESQUISA HISTÓRICA. **Explorando o universo da matemática: teoria e aplicações 2**. 1º ed, p.90–99, 2024. Atena Editora. D.

SANTOS, T; CARNEIRO, L. G. O; DE SOUZA, G. Cantor na sala de aula: transformando conceitos abstratos em ferramentas para o ensino de matemática. **Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação**, v. 10, n. 5, p. 1789–1796, 2024.

SANTOS, T; CARNEIRO, L. G. O; DE SOUZA, G. **Do Algoritmo à Compreensão: Explorando o Potencial do Microsoft Copilot no Ensino de Matemática**. *Preprint*, 2025.

SEVERO, R.C; MEDEIROS, I.C.S; PESSOA V.A. Números Complexos: Contextualização histórica e sua abordagem no Ensino Médio. **Igapó**, v. 17, n. 1, 2023.

SOARES, M. **Cálculo em uma Variável Complexa**, 5a ed. Coleção Matemática Universitária. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática Pura e Aplicada, 2016.

TOLEDO, B.; SANTOS, T. F. Sobre a Reta de Euler. **Revista de Matemática da UFOP**, v. 4, n. 1, p. 19, dez. 2017.

VAMSHIKRISHNA, M.; MOUKTHIKA, D. Study on Framework of Audio Fingerprinting And Shazam's Working Algorithm. **International Journal of Advanced Research**, v. 6, n. 12, p. 690–702, 2018.

VAN STEENBRUGGE, H.; KRZYWACKI, H.; REMILLARD, J.; et al. **A cross-cultural study of curriculum systems**: Mathematics curriculum reform in the U.S., Finland, Sweden, and Flanders. Proceedings of the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, p.2065–2072, 2019.

VIEIRA, A. V. N. GeoGebra e suas Funções para Números Complexos. Anais do I Colóquio FAETEC Professores-Pesquisadores: Saberes da Educação Profissional e Tecnológica, 2021. Recife, Brasil: Even3.

WESSEL, C. **Om directionens analytiske betegnning, et forsøg anvendt fornemmelig til plane og sphaeriske polygoners opløsning**. Copenhagen: Royal Danish Academy of Sciences and Letters, 1797.

YANG, W. Effect Analysis of Fourier Transform and Neural Network on Image Noise Reduction. **Highlights in Science, Engineering and Technology**, v. 88, p. 64–71, 2024.