

Habilidades desenvolvidas a partir da Atividade de Situações Problema Discente de Modelagem Matemática

Yachiko Nascimento Wakiyama¹

Héctor José García Mendoza²

Resumo: O presente estudo disserta sobre a formação de habilidades direcionadas à resolução de situações problemas no campo da Modelagem Matemática, propostas em tarefas aos licenciandos de Matemática da Universidade Federal do Amazonas. O objetivo deste artigo é apresentar as análises das contribuições da Atividade de Situações Problemas Discente de Modelagem Matemática (ASPD de MM), fundamentada na Teoria Histórico-Cultural na perspectiva de Galperin, Talízina e Majmutov, desenvolvida com os licenciandos para a formação das habilidades requeridas em Modelagem Matemática. A pesquisa é qualitativa, valendo-se dos instrumentos de produção das informações: provas diagnósticas, observação e questionários. Das análises, foi possível constatar que a ASPD de MM possibilitou um avanço positivo no desenvolvimento das habilidades dos estudantes de formular o problema discente, construir o núcleo conceitual e procedimental, solucionar o problema discente e analisar a solução na resolução de tarefas de Modelagem Matemática.

Palavras-chave: Teoria da Atividade. Teoria de Galperin. Tarefas de Modelagem.

Skills developed from the Discent Problem Situations Activity of Mathematical Modeling

Abstract: The present study discusses the formation of skills aimed at solving problem situations in the field of Mathematical Modeling, proposed in tasks for Mathematics undergraduates at the Federal University of Amazonas. The objective of this article is to present the analyzes of the contributions of the Discent Problem Situation Activity of Mathematical Modeling (DPSA of MM), based on the Historical-Cultural Theory from the perspective of Galperin, Talízina and Majmutov, developed with undergraduate students to form the required skills in mathematical modeling. The research is mixed, with a qualitative emphasis. The instruments for producing information were diagnostic tests, observation and questionnaires. From the analyses, it was possible to verify that the DPSA of MM enabled a positive advance in the development of students' abilities to formulate the discent problem, build the conceptual and procedural core, solve the discent problem and analyze the solution when solving mathematical modeling tasks.

Keywords: Activity Theory. Galperin Theory. Modeling Tasks.

Habilidades desarrolladas a partir de la actividad de situaciones problemática docente de modelaje matemático

Resumen: El presente estudio discute la formación de habilidades orientadas a la resolución de situaciones problemáticas en el campo de la Modelación Matemática, propuestas en tareas para estudiantes de Matemáticas de la Universidad Federal de

¹ Universidade Federal do Amazonas — Manaus (AM), Brasil. ✉ wakiyamayashi@ufam.edu.br 
<https://orcid.org/0000-0003-0227-0285>. CV: <http://lattes.cnpq.br/4405432001886649>.

² Universidade Federal de Roraima — Boa Vista (RR), Brasil. ✉ hector.mendoza@ufr.br 
<https://orcid.org/0000-0002-0346-8464>. CV: <http://lattes.cnpq.br/1661826896260586>.

Amazonas. El objetivo de este artículo es presentar los análisis de las contribuciones de la Actividad de Situaciones Problemas Docentes de Modelación Matemática (ASPD de MM), basada en la Teoría Histórico-Cultural desde la perspectiva de Galperin, Talízina y Majmutov, desarrollada con estudiantes de la formación de profesores para formar las habilidades necesarias en modelaje matemático. La investigación es mixta, con énfasis cualitativo. Los instrumentos para producir información fueron pruebas diagnósticas, observación y cuestionarios. A partir de los análisis, se pudo verificar que el ASPD de MM permitió un avance positivo en el desarrollo de las habilidades de los estudiantes para formular el problema docente, construir el núcleo conceptual y procedimental, resolver el problema docente y analizar la solución al resolver tareas de modelación matemática.

Palabras clave: Teoría de la Actividad. Teoría de Galperin. Tareas de Modelaje.

1 Introdução

Este artigo é um recorte dos principais resultados de uma pesquisa de doutoramento, cujo enfoque é a formação de habilidades requeridas no processo de Modelagem Matemática, voltada aos acadêmicos de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Amazonas, situada na cidade de Manaus³.

Durante a formação acadêmica, é determinado aos licenciandos de Matemática o desenvolvimento de competências e habilidades (Brasil, 2002), dentre outras, de “compreender, criticar e utilizar novas ideias e tecnologias para a resolução de problemas [...]; identificar, formular e resolver problemas na sua área de aplicação [...]; estabelecer relações entre a Matemática e outras áreas do conhecimento” (p. 3-4).

Na fala de D'Ambrosio, “a modelagem matemática é matemática por excelência. As origens das ideias centrais da matemática são o resultado de um processo que procura entender e explicar fatos e fenômenos observados na realidade” (Bassanezi, 2009, p. 11)⁴. Isto justifica o fato de que formar habilidades em modelagem é também formar habilidades em matemática. Por conseguinte, o licenciando deve ter a oportunidade de desenvolver habilidades matemáticas e ampliar suas experiências para futuras utilizações em sala de aula.

Não basta assumir a Modelagem Matemática como via favorável ao desenvolvimento de habilidades matemáticas aos licenciandos, posto que estamos diante de uma problemática, com vistas à compreensão de como ocorre a formação de habilidades e o planejamento e execução das ações necessárias em sala de aula.

3 Tese de doutorado defendida no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática (REAMEC), escrita pela primeira autora e orientada pelo segundo autor.

4 Prefácio de Ubiratan D'Ambrosio.

Também há de se considerar quais são as habilidades e o sistema de tarefas para torná-las possíveis.

O objetivo do artigo é apresentar as contribuições e reflexões acerca da Atividade de Situações Problema Discente como metodologia de aprendizagem, na perspectiva de formação por etapas das ações mentais de Galperin, na direção da atividade de estudo de Talízina e ensino problematizador de Majmutov. A pesquisa foi planejada para a formação de habilidades dos estudantes de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Amazonas na execução das ações envolvidas na construção de modelos matemáticos⁵.

Nos próximos tópicos deste artigo estão explanadas a teoria que fundamenta a Atividade de Situações Problema Discente de Modelagem Matemática (ASPD de MM), os elementos metodológicos da pesquisa e as análises dos resultados provenientes da intervenção na formação das habilidades dos estudantes participantes da pesquisa no processo de modelagem.

2 Atividade de Situações Problema Discente de Modelagem Matemática

Para compreender a definição da Atividade de Situações Problema Discente de Modelagem Matemática, iniciaremos com o conceito de atividade e sua relação com a formação de habilidades no contexto histórico-cultural.

A. N. Leontiev considera a atividade humana como o processo que media a relação entre o ser humano (sujeito) e a realidade a ser transformada por ele (objeto da atividade). A atividade é a forma pela qual o homem se relaciona com o mundo, é resultado de todas as influências sociais, é sempre transformadora, pois visa a mudança real ou imaginária do seu objeto que se converte em produto dessa mesma atividade (Leontiev, 2014).

Nesta perspectiva, a atividade de aprendizagem é também atividade, constituída de dois objetos: o conteúdo, como objeto de conhecimento, e o próprio aluno, como objeto de desenvolvimento interno de sua personalidade. Para este tipo de atividade, o aluno é ao mesmo tempo sujeito e objeto da atividade (Núñez, 2009).

A nível psicológico, a atividade é um sistema que possui estrutura, passos internos, em outras palavras, um desenvolvimento. A atividade de estudo possui “o

⁵ Também referido como habilidades de modelagem.

caráter consciente, orientado a um objetivo definido que tem de ser conscientizado pelo aluno como sujeito da atividade, para poder interagir e transformar o objeto e transformar a si mesmo” (Núñez, 2009, p. 66). Destaca-se ainda, a ação como unidade de análise da atividade, isto é, “os conhecimentos se encontram em unidade com as ações mentais e são assimilados no processo da atividade; não existem à margem dela” (Núñez, 2009, p. 66).

A aprendizagem é considerada em termos das ações que o aluno realiza com o objeto de estudo para sua transformação em produto, em um contexto social. Nisto, o conteúdo assimilado pelo aluno é produto de um sistema de ações, inicialmente executado a partir de ações externas (meios de formação de imagens), até que suas representações se encontrem no ato do pensamento, na forma de ações mentais. Este é o princípio metodológico central da psicologia dialética materialista sobre a unidade da atividade e a psique, isto é, a atividade psíquica interna representa uma atividade externa e material internalizada (Leontiev, 2014). Segundo Galperin, o vínculo que existe entre a atividade e os novos conhecimentos e habilidades

consiste em que durante o processo da atividade, as ações isoladas se transformam em habilidades, e, ao mesmo tempo, como consequência das ações com os objetos se integram as representações e os conceitos de ditos objetos (2013d, p. 478).

Neste sentido, importa “selecionar a ação necessária e organizar sua execução de tal forma que se garanta a formação dos conhecimentos e as habilidades com a qualidade requerida” (Galperin, 2013d, p. 478).

No presente estudo, a aprendizagem é considerada como uma atividade, estruturada por um sistema de ações que o estudante deve realizar para assimilar os conceitos, organizadas em condições adequadas para a formação de habilidades, referenciada aqui como atividade de modelagem matemática. Habilidade é equivalente a uma ação mental, pois habilidades são ações e constituem modos de agir que permitem operar com conhecimento (Talízina, 2001).

Seguindo os pressupostos teóricos, para a formação de habilidades requeridas no processo de modelagem (atividade de modelagem) importa determinar a ação adequada, representar a ação e elaborar o método para transformar a ação externa em interna.

Galperin assume a aprendizagem como um tipo de atividade, os objetivos são

formulados na linguagem das ações que o estudante realiza com o objeto de estudo, na zona de desenvolvimento próximo, para sua construção e assimilação consciente. Esta teoria considera a assimilação de uma nova habilidade, ou apenas sua atualização, um processo que segue etapas, inicialmente na forma material, em seguida verbal, por fim, mental.

Galperin (2013a, 2013d) designa atenção especial à orientação na atividade de aprendizagem e afirma que a aprendizagem resulta na formação de novos conceitos ou habilidades quando o estudante elabora ou reelabora uma base orientadora geral como modelo mental da ação que permite o planejamento, a solução das situações problemas, dentro dos limites de uma generalização definida, bem como o controle e regulação do processo.

A representação antecipada da tarefa, assim como os sistemas orientadores necessários para seu cumprimento, forma o plano da futura ação, denominado por Galperin (2013b, p. 442) de “base orientadora da ação” (BOA). Seus estudos evidenciam três tipos de orientação, cada tipo corresponde a um determinado processo de formação da ação e qualidade de seu produto final, relacionados com os tipos de aprendizagem que promove. O terceiro tipo de orientação é destacado por Galperin (2013a) como uma possibilidade real para a formação planejada dos conceitos teóricos. No terceiro tipo (BOA III),

a aprendizagem se baseia no método de análise dos objetos e permite estabelecer a orientação necessária para resolver qualquer situação de uma classe determinada dentro dos limites de generalização estabelecidos. Pela análise, o estudante distingue as características e os parâmetros essenciais do material em estudo, ou seja, aqueles corretamente necessários para realizar a ação (Núñez, Ramalho e Oliveira, 2020, p. 117-118).

Baseados na teoria de Galperin, compreendemos que a orientação elaborada pelo estudante de licenciatura sobre as ações que deve realizar na atividade de modelagem tem um papel importante, uma vez que diante de uma situação-problema, o primeiro ato de uma pessoa é orientar-se à procura de respostas que, em muitos casos, exige uma nova ação e um novo conhecimento, ou mesmo a articulação da ação ou conhecimentos que já possuem, aplicados de uma nova maneira.

Assim, antes de executar a atividade de modelagem com os estudantes é necessária a elaboração antecipada da ação de orientação a ser formada. Para atender esta necessidade, cabe ao professor esquematizar a ação orientadora do tipo

III em um Esquema de Base Orientadora Completa da Ação (EBOCA), que serve para sua própria orientação e dos estudantes. Dessa forma,

[...] as ações desenvolvidas e apoiadas nos EBOCAs possibilitam contrastar, de forma consciente, os esquemas mentais dos estudantes e suas bases de orientação com os esquemas que representam o modelo pedagógico e didático que deve ser a referência da orientação (Pereira e Núñez, 2017, p. 81).

Mais adiante, retornaremos a este componente, o qual denominamos EBOCA de Modelagem Matemática (EBOCA de MM), como representação materializada da BOA III, uma composição completa e generalizada que expressa as ações e operações que o licenciando precisa executar de forma consciente aplicada a um conjunto de tarefas de modelagem.

A ação pode ser assimilada pelo sujeito com indicadores essenciais diferentes, de acordo com as características qualitativas (Talízina, 2009). As características da ação ditas primárias (independentes) se referem: à forma, ao grau de generalização, ao caráter detalhado ou reduzido da ação, ao grau de assimilação e ao grau de independência. Destas dependem as características secundárias: caráter racional, grau de consciência e grau de solidez das ações. Estabelecer indicadores qualitativos para a formação das habilidades é um importante “parâmetro da ação” (Galperin, 2013b, p. 441), que diferencia o nível de apropriação da ação pelo acadêmico no decorrer da atividade de modelagem.

Durante o processo de internalização ocorrem mudanças operadas em cada uma das características da ação. A forma da ação caracteriza a medida da interiorização da ação (Talízina, 1988). Neste caminho se distinguem três formas fundamentais: a material, a verbal e a mental. Galperin (2013b, 2013d) e seus colaboradores alinharam qualidades das ações como indicadores de formação das ações mentais em cinco etapas: elaboração da base orientadora da nova ação, formação material ou materializada da ação, formação da ação na linguagem externa, formação da ação em linguagem externa para si, e formação da ação mental. A motivação também é destacada como etapa inicial e constante na formação de habilidades (Talízina, 1988, 2001).

Baseada na teoria de Galperin, cada etapa da formação das ações mentais é mencionada neste artigo alinhada ao objeto de pesquisa, na forma de planejamento,

já incorporadas às devidas características, como veremos a seguir.

3 Etapas de formação planejada das ações mentais na atividade de modelagem

Dando continuidade aos fundamentos que sustentam a ASPD de MM, a primeira etapa para formação das habilidades requeridas no processo de modelagem matemática refere-se à representação das ações orientadoras na forma materializada (BOA externa). Em tal representação, são reproduzidas as propriedades essenciais para determinação de modelos matemáticos como via de solução de uma situação-problema dada.

Na etapa de elaboração da BOA III da atividade de modelagem, uma situação-problema pode ser proposta pelo docente, os estudantes devem buscar as possíveis vias de resolução do problema, de forma colaborativa e sob a orientação do professor. Após isso, o docente pode conduzir uma negociação com os discentes, trazendo à tona as percepções das ações realizadas por eles na construção de um modelo matemático, desde o início da investigação até a análise crítica dos possíveis resultados gerados por tal modelo.

Além de tomar consciência das ações e operações que devem realizar, junto às condições que permitem a orientação da tarefa de modelagem, é importante que os estudantes façam o registro da BOA negociada em um cartão de orientação. A forma externa (materializada) da ação constitui uma ferramenta essencial para futuras consultas, regulação e controle do processo de formação das habilidades na próxima etapa.

Na etapa de formação materializada da ação, o aluno começa, de fato, a realizar a ação, de forma desdobrada, detalhada, realizando todas as operações conscientemente, estabelecidas na etapa anterior. Os licenciandos devem executar as ações, em grupo ou em pares, sob a mediação do docente para o cumprimento correto das operações nas tarefas propostas.

Na etapa de formação da ação verbal externa, “a ação se liberta da dependência direta dos objetos [...], é um relato acerca da ação sem nenhum tipo de execução material” (Galperin, 2013b, p. 444). Isso significa que o licenciando deve verbalizar (oral ou escrita) as ações realizadas que viabilizaram a construção dos modelos matemáticos, articuladas com os conhecimentos preexistentes ao cumprimento das tarefas. Isso pressupõe o início do carácter generalizado das ações.

Além disto, as ações diminuem seu aspecto detalhado e tem início a forma reduzida da ação, omitindo-se algumas operações.

As formas de linguagem se modificam de “linguagem-informação para outra pessoa à linguagem-informação para si mesmo” (Galperin, 2013c, p. 457). Na etapa de formação de linguagem externa para si deve ser propostas ao licenciando tarefas de modelagem desafiadoras, com diferentes tipos de problemas. Nesta etapa, “o processo de solução do problema se dá na forma de linguagem interna, como processo individual que não requer participação de outras pessoas” (Talízina, 2009, p. 174).

Este é o momento em que é dado ao licenciando a oportunidade “[...] de reflexão e ‘falar para si’ se converte em um meio de transformação do mesmo em um objeto para melhor análise” (Galperin, 2013b, p. 445, grifos do autor). Assim, as ações e operações materializadas no cartão de orientação, perpassando as etapas de formação, passam a constituir um fato do pensamento, habilidades reveladas apenas no resultado da atividade, de forma totalmente independente.

Quando se alcança o grau correspondente de assimilação, o controle por operações se retira e somente fica o controle pelo resultado geral, é então que aparece a quinta etapa. Na quinta etapa, a ação se abrevia rapidamente e se automatiza (Galperin, 2013d). Na etapa final, a orientação na resolução de situações problemas é uma ação mental do aluno e se “apresenta integrada a suas estruturas cognitivas, parte do pensamento científico” (Núñez, Ramalho e Oliveira, 2020, p. 127). A orientação das ações no decorrer da execução das tarefas transita em diferentes estágios.

Inicialmente, a orientação se realiza com a ajuda externa materializada no EBOCA, passando para a forma com ajuda da linguagem externa, oral e / ou escrita, e, no final, para a forma plenamente mental, na qual não se precisam dos mediadores das etapas precedentes para a solução das tarefas com sucesso (Núñez, Ramalho e Oliveira, 2020, p. 124).

Uma vez que a teoria de Galperin é “uma base psicológica adequada para a direção científica dos processos de ensino” (Talízina, 2001, p. 9), torna-se pertinente determinar a própria direção da atividade de estudo. Nesse cenário, a direção efetiva do processo docente-educativo é possível ao ser desenvolvido um sistema de exigências, centrada na interação entre o objeto e o estudante, atentando à

transformação das ações externas desse objeto em internas (Talízina, 1988).

A primeira direção é definir o objetivo de ensino da atividade cognoscitiva (D1) e a segunda é o conhecimento do nível de partida (D2), o diagnóstico dos estudantes. Para que seja possível transitar do conhecimento real (nível de partida) para o potencial (objetivo), o professor deve garantir, dentro da zona de desenvolvimento próximo do aluno, os recursos necessários para que as diferentes etapas de formação das ações mentais ocorram. Nesse caso, cumpre-se a terceira exigência, transitar pelos diferentes estados do processo de assimilação (D3) (Talízina, 1988).

A quarta se refere à retroalimentação do processo (D4), também intitulada de retorno sistemático, ligada à função controladora da atividade, na qual o professor deve identificar os erros evidenciados durante o processo de assimilação e analisar a origem de sua ocorrência para posterior correção. A quinta é a correção do processo de assimilação (D5), em que o professor avalia os erros cometidos pelos estudantes durante todo o processo, podendo, assim, redirecionar o plano de ensino, a fim de atingir o objetivo da atividade (Talízina, 1988).

Sob esta base psicológica e metodológica para a formação de habilidades matemáticas dos licenciandos, corroboramos com Talízina (2009, p. 174), para quem “as habilidades não se podem dar, sem a resolução de problemas, sem a realização de tarefas determinadas e sem o processo de assimilação válida e completa dos conhecimentos”.

Para fecharmos a definição da Atividade de Situações Problema Discente de Modelagem Matemática é necessário dissertar sobre a natureza das ações e as contradições inerentes às situações problemas. A seguir, é apresentado o sistema de tarefas, visando a realização da atividade de modelagem, no qual são executadas as ações e operações previstas no EBOCA de MM.

4 Tarefas e EBOCA de Modelagem Matemática segundo os princípios do problema discente

Seguindo a perspectiva da Educação Matemática, adota-se a concepção de modelagem como uma estratégia de ensino-aprendizagem (Bassanezi, 2009). A respeito da didática, as atividades teóricas e práticas, dadas a partir de problemas, despertam o pensamento criativo nos alunos, uma vez que seus conhecimentos são confrontados em busca da solução.

Nesse processo, a reitora é a contradição da assimilação, que, de acordo com M. I. Majmutov (1983, p. 63), “se inter-relaciona com a contradição dialética que existe entre os conhecimentos anteriores e os fatos novos, para cuja explicação dos conhecimentos anteriores, a experiência passada, são insuficientes”.

O professor planeja uma tarefa considerando uma contradição objetiva entre o conhecido e o desconhecido como uma atividade cognitiva externa a ser colocada para o estudante. No entanto, quando o estudante reconhece a contradição (o que lhe é conhecido é insuficiente para determinar o desconhecido), a tarefa passa a ser subjetiva e, neste momento, surge o problema discente (Mendoza e Delgado, 2020). Isso significa que “a tarefa, depois de receber na consciência do estudante um conteúdo novo, se transforma em um fenômeno totalmente novo, o problema discente” (Majmutov, 1983, p. 132).

As tarefas de modelagem propostas aos licenciandos participantes foram elaboradas/adaptadas com uma contradição objetiva e potencial em converter-se em um problema para os estudantes, ou seja, um problema discente. Baseado nos estudos de Majmutov (1983) da atividade mental para busca de solução do problema discente, o sistema de tarefas aplicado aos estudantes considera os seguintes tipos de contradições que podem ser apresentadas nas situações problemas: reconhecimentos de esquemas anteriores e/ou enfrentamento de novas práticas; procedimento analítico e/ou heurístico nas resoluções; e as vias de solução conforme a experiência do estudante com a prática de modelagem.

As tarefas avançam de acordo com a superação dos estudantes das contradições inerentes ao problema discente, sequenciadas como tarefas tipo 1, tipo 2 e tipo 3 (Wakiyama e Mendoza, 2021). Sob este sistema, a cada etapa do processo de formação da orientação, as tarefas se estruturam segundo os indicadores qualitativos da atividade (Talízina, 1988). Vale ressaltar que

[...] os conceitos tarefa, situação problema, problema discente(problema), atividade e Base Orientadora da Ação, fundamentadas no Materialismo Dialético e na Teoria da Atividade, são diferentes. A tarefa é apresentada ao estudante como uma contradição objetiva entre o conhecimento conhecido e desconhecido, entretanto, quando o estudante assume a contradição objetiva, esta passa a ser subjetiva e, neste momento, surge a situação problema, ou seja, seu conhecimento é insuficiente para dar resposta à tarefa proposta. O problema discente é quando o estudante determina a dificuldade que não permite solucionar a tarefa proposta. A atividade é um sistema de ações e operações dos estudantes para resolver a tarefa combinada com os

seus motivos e necessidades. Base Orientadora da Ação (BOA) orientação real do estudante (subjativa) para resolver a tarefa (Wakiyama e Mendoza, 2021, p. 5).

Visando o alinhamento das tarefas com as ações necessárias para o enfrentamento das contradições, o EBOCA de MM é inspirado no EBOCA para resolução de problemas, proposto por Mendoza e Delgado (2020), que sugerem o encaminhamento das resoluções nesta mesma perspectiva. Além disto, o EBOCA de MM incorpora em suas operações as características das fases do desenvolvimento da modelagem segundo diferentes autores estudiosos do tema no campo da Educação Matemática (Wakiyama, Mendoza e Delgado; 2021).

A partir de 4 ações invariantes e suas respectivas operações, o EBOCA de MM contempla o processo de modelagem representados nos 3 tipos de tarefas. Para fins de exemplificação, mostrar-se-á de forma simplista a resolução da tarefa do tipo 1, segundo o esquema orientador que demanda pouca experiência do estudante na prática de modelagem e necessita de reconhecimento de esquemas antigos.

Situação problema *Compra ideal de uma frota de ônibus*⁶: “Um empresário do ramo de transporte deseja investir R\$10 milhões na compra de uma frota de ônibus. O empresário se interessa por um orçamento, no qual o ônibus com capacidade transportar 15 passageiros (pequeno porte) custa R\$120 mil; de 30 passageiros (médio porte) custa de R\$200 mil e para 40 passageiros (grande porte) o valor é de R\$280 mil. O empresário verificou que, na demanda de sua empresa, a quantidade de ônibus pequeno porte deve ser igual à soma da quantidade de ônibus de médio e grande porte”.

Resolução orientada pelo EBOCA de MM: 1ª Ação de *formular o problema discente*: Operação 1 – *Identificar os elementos conhecidos*: por conhecido tem-se o valor de investimento e os valores dos três ônibus conforme a capacidade informada. Existe uma condição imposta, em que a quantidade de ônibus de porte pequeno é igual à soma da quantidade do ônibus de médio e grande porte; Operação 2 – *Identificar os elementos desconhecidos*: não é informado a quantidade a ser comprada e nem investimento a ser realizado em cada tipo de ônibus; Operação 3 – *Reconhecer a contradição*: questionamento de como investir R\$10 milhões na

⁶Tarefa com dados fictícios, mas que simula situação comum de investimentos em empresas de pequenos e médios negócios..

compra da frota de ônibus se é desconhecido o quantitativo que se deve comprar; Operação 4 – *Determinar o conhecimento a ser buscado*: de acordo com as condições, quantos ônibus de cada tipo é possível comprar de maneira que o investidor tenha mais benefício ou mais lucro?

2ª Ação de *construir o núcleo conceitual e procedimental*: Operação 5 – *Selecionar os conceitos e procedimentos conhecidos necessários para a solução do problema discente*: esta operação é marcada pela transposição das informações para linguagem matemática: Considerando x quantidade de ônibus de pequeno porte, y de médio e z de grande porte, a primeira relação que pode ser estabelecida é a monetária $120.000x + 200.000y + 280.000z = 10.0000.000$ (I). Outra relação concerne à capacidade de passageiros p por ônibus $15x + 30y + 40z = p$ (II). A terceira relação diz respeito à soma da quantidade de ônibus $x = y + z$ (III); Operação 6 – *Atualizar outros conceitos e procedimentos conhecidos que possam estar vinculados com os desconhecidos*: averiguar a necessidade de uma breve revisão ou atualização dos conceitos ou procedimentos para a resolução. Operação 7 – *Encontrar uma estratégia de conexão entre os conceitos e procedimentos conhecidos e desconhecidos*: o sistema formado pelas equações I, II e III possui três equações compostas de quatro incógnitas. Tal questão deve ser levantada para, então, determinar a estratégia e realizar as devidas análises do modelo.

3ª Ação de *resolver o problema discente*: Operação 8 – *Construir o modelo matemático*: realizar as sucessivas substituições, fixando uma das incógnitas. Cada incógnita é positiva ou zero para determinação do modelo:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ z \geq 0 \\ p \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y = 5(x - 25) \geq 0 \\ z = 125 - 4x \geq 0 \\ p = 5(x + 250) \geq 0 \end{cases} \quad (IV)$$

Operação 9 – *Aplicar corretamente a(s) estratégia(s) de solução*: de posse do modelo, pode ser montado uma tabela de possíveis valores de $x \in N$ e, assim, serem obtidos os valores de y, z e p ; Operação 10 – *Determinar o conhecimento buscado*: no conjunto solução, há sete resultados possíveis. De acordo com o modelo (IV), o maior número de passageiros que pode ser transportado é 1405, na compra de 31 ônibus de porte pequeno, 30 de porte médio e 1 de grande porte.

4ª Ação de *analisar a solução do problema discente*: Operação 11 – *Verificar*

se a solução corresponde ao objetivo, dados e às condições do problema discente: devem ser verificadas as contas ocorridas no método de substituição e as relações matemáticas estabelecidas para a construção do modelo. Operação 12 – *Refletir acerca dos resultados obtidos e prever as melhores decisões diante do desconhecido:* momento de análise sobre julgamentos equivocados ocorridos durante o processo, e também, uma análise crítica do modelo encontrado.

Em suma, a ASPD de MM é uma proposta metodológica para o desenvolvimento de habilidade no processo de modelagem matemática, composta pelo sistema didático Galperin-Talízina-Majmutov. É uma atividade psicologicamente guiada por etapas cognoscitivas da teoria de Galperin, a serem executadas em um sistema progressivo de tarefas baseado no problema discente de Majmutov, na zona de desenvolvimento próximo do estudante, sob a didática da direção da atividade de estudo de Talízina para a prática de modelagem em sala de aula.

5 Procedimentos Metodológicos

A ASPD de MM transcorreu em três semestres letivos do curso de Licenciatura em Matemática, no Instituto de Ciências Exatas da UFAM, na cidade de Manaus. Neste artigo são relatados somente os resultados da ASPD de MM desenvolvida com os acadêmicos que, além do diagnóstico inicial, participaram de toda a atividade de modelagem.

Os 6 participantes da pesquisa matriculados na disciplina de Instrumentação de Ensino de Matemática I (IEM I) do 1º semestre, denominado Grupo 1 (G1), continuaram como participantes em IEM II do 2º semestre. Destes 6, três estudantes se matricularam em IEM III do 3º semestre. Nesta última turma, 7 novos estudantes formaram o Grupo 2 (G2) da pesquisa, totalizando 13 licenciandos participantes. Sob a supervisão do professor titular das turmas, a pesquisadora implementou a ASPD de MM, ministrando as aulas como professora pesquisadora⁷.

Disto, os participantes de G1 são indicados por P1, P2, P3, P4, P5 e P6. E de G2 são indicados por Q1, P5, Q3, Q4, Q5, Q6, Q7 e Q8. Vale ressaltar que o participante P5 de G1, que continuou na pesquisa, iniciou novamente a atividade em G2 ao ser verificada a necessidade de correção/reforço no processo de assimilação,

7 Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) - Número do Parecer: 4.637.17

enquanto P3 e P6 continuaram avançando nas etapas das ações mentais.

A pesquisa é qualitativa, mas também auxiliada por elementos da pesquisa quantitativa para direcionar a análise qualitativa. Os instrumentos de obtenção de informações adotados foram: uma prova diagnóstica, tarefas de modelagem, duas provas pedagógicas, guias de observação e questionários.

Os resultados foram avaliados segundo critérios de execução corretas das ações do EBOCA de MM, onde cada ação é convertida em variável e cada uma das operações em um indicador. A variação de acertos de cada ação está estabelecida no intervalo de [1,5], podendo atingir um total das 4 ações nas seguintes categorias de intervalos: [4;8), [8;12), [12;16) e [16;20]. Outros critérios são os indicadores qualitativos primário e secundário das ações realizadas pelos estudantes participantes registradas também nos guias de observação.

Sendo determinado o objetivo de aprendizagem no modelo das ações materializadas no EBOCA de MM como a orientação para formação das habilidades requeridas em modelagem (D1 de Talízina), a pesquisa prosseguiu em quatro momentos.

O primeiro momento destinou-se à determinação do nível de partida dos estudantes (D2 de Talízina) a partir da resolução de uma prova de diagnóstico inicial, composta de 4 tarefas tipo 1, no primeiro semestre. Constatou-se falhas na base orientadora e necessidade de (re)elaboração adequada. Com isso, foi possível arquitetar o planejamento didático segundo um sistema de tarefas composto de contradições, considerando o nível de partida dos estudantes e as etapas de assimilação.

Após o momento de implementação da ASPD de MM (D3, D4 e D5 de Talízina), a análise dos resultados sucedeu-se a partir da triangulação dos níveis de desempenho, indicadores qualitativos e respostas dos estudantes registradas em questionários. A triangulação auxiliou nas estimativas das etapas mentais alcançadas pelos estudantes no desenvolvimento da ASPD de MM, como veremos a seguir.

6 Resultados e análises

Com os resultados da prova de diagnóstico inicial (PDI), averiguou-se que os acadêmicos dos dois grupos encontraram obstáculos na execução das ações. Na

Tabela 1 estão indicadas as médias dos grupos relativas a cada ação executada corretamente na PDI. A ação de formular o problema discente (1ªA) obteve a maior média, porém a não compreensão de algumas das operações desta ação comprometeu o restante da resolução. A ação de construir o núcleo conceitual e procedimental (2ªA), assim como a resolução do problema discente (3ªA), seguem níveis igualmente insatisfatórios.

Tabela 1- Médias das ações do Grupo 1 e Grupo 2

Grupo	1ªA	2ªA	3ªA	4ªA	Total
Média G1	3,38	3,16	3,16	1,25	10,96
Média G2	3,57	3,03	2,90	1,00	10,51

Fonte: Dados da Pesquisa

Pode-se averiguar a não execução da análise da solução do problema discente (4ªA), uma importante e sempre reivindicada verificação, validação e interpretação do modelo encontrado. Tal fato também é sublinhado por Gonçalves (2020, p. 123), no qual “nenhum dos alunos evidencia, no diagnóstico inicial, ter consciência sobre a realização da ação controle na resolução de problemas matemáticos”, retratando a ausência da análise de solução do problema.

O conhecimento do nível de partida dos estudantes permitiu o planejamento da ASPD de MM, sendo destinadas a cada etapa de assimilação tarefas que transitam de um tipo a outro de acordo com o grau de independência, graus de generalização e de explanação das ações dos estudantes.

Na primeira etapa de formação das habilidades, a negociação da elaboração e/ou reelaboração materializada da BOA ocorreu em duas aulas com duração total de 4 horas para cada grupo de estudantes participantes. Uma aula foi destinada à resolução da tarefa tipo 1 *Compra ideal da frota de ônibus* em forma de execução das ações. Já a aula seguinte trouxe à tona as ações executadas anteriormente e seu sequenciamento na forma escrita, tendo como produto o cartão de orientação de modelagem para futuras consultas.

O desempenho dos estudantes na resolução do problema discente e na composição das ações de orientação em tempo real permitiu à professora pesquisadora observar, analisar e chegar a alguns resultados. A respeito da presença da contradição para o desenvolvimento da aprendizagem (aspecto do problema

discente de Majmutov), os alunos superaram o conflito entre os meios de ação requeridos pelo problema e os meios de ação que podiam realizar.

De maneira colaborativa, os estudantes determinaram a base orientadora em sua forma material externa a partir da resolução detalhada de um problema de modelagem. Em alguns momentos, a professora pesquisadora induziu o processo e colaborou com a construção da BOA dos estudantes, havendo ajustes e correção de equívocos cometidos (D4 da direção de estudo de Talízina), posto que:

Não se trata do estudante descobrir por si só o essencial do conceito teórico, a ação adequada, assim como as condições necessárias que configuram a orientação tipo III, mas, sim, de elaborá-la com a ajuda e a colaboração do professor e dos colegas no contexto de dada Zona de Desenvolvimento Próximo (ZDP) (Núñez, Ramalho e Oliveira, 2020, p. 118).

As ações dos estudantes são ainda compartilhadas, dependentes e pouco assimiladas. Logo, diante desses resultados, é possível afirmar que os participantes alcançaram a primeira etapa de Galperin, com a compreensão das ações de resolução do problema discente de modelagem em sua forma prática e depois reflexiva.

Uma vez iniciada a etapa de compreender *o que fazer*, a ASPD de MM prosseguiu para a próxima etapa, a formação da ação em sua forma materializada, isto é, *o fazer*. A ação materializada está associada a um momento agitado da ASPD de MM, de busca aos elementos favoráveis à solução, de consultas, descarte de hipóteses, erros, manipulação de recursos tecnológicos, experimentação, observação, correção, sugestões, dentre outros aspectos.

A aula de resolução de uma tarefa tipo II, *Plantação de batatas*⁸, foi o marco inicial de execução consciente e controlada das ações. A professora pesquisadora optou por demonstrar o uso do cartão de orientação para que os estudantes, ao receberem as futuras tarefas, utilizassem desse esquema de ação e controle. De forma colaborativa, as ações foram executadas detalhadamente.

Na aula seguinte, a professora pesquisadora distribuiu para a turma tarefas tipo 1 selecionadas para o *start* da atividade orientadora, em dupla, para ser entregue de forma escrita e defendida (verbal oral) na aula seguinte. Com o apoio do cartão de orientação, cada aluno foi designado a resolver uma tarefa e a ajudar a averiguar o

8 Adaptada de BIEMBENGUT, M. S. Modelagem na Educação Matemática e na Ciência. São Paulo: Livraria da Física, 2016.

cumprimento das ações do colega na resolução de outra tarefa e vice-versa. Esse fato permite o trabalho individualizado e ao mesmo tempo compartilhado dos estudantes. Em relação às três primeiras ações, os discentes P1, P3, P6, P2, Q1, Q6, Q4 e Q8 mostraram correta execução e explicação dessas ações. Os estudantes P4, P5, Q3, Q5, Q7 falharam em duas operações, necessitando da intervenção da professora pesquisadora no momento da resolução comentada. E ainda, 11 estudantes conseguiram comentar e aprimorar suas respostas, extraindo da solução encontrada elementos que colaboram para uma efetiva tomada de decisão. Este foi o indício da realização da última operação da ação de análise da solução, antes não executada em nenhuma das tarefas respondidas pelos acadêmicos anteriormente.

Vale salientar que a execução das operações dispostas no cartão de orientação gerou inquietação nos participantes, que, naquele momento, estavam diante de uma nova (ou atualizada) organização e orientação para resolução do problema discente. Perante a direção de estudo de Talízina, ocorreu a correção de equívocos para avançar para as próximas etapas. Quanto à análise das qualidades das ações, a primeira tarefa trouxe aos estudantes a consciência, o *como fazer* experienciando, o *fazer* de forma colaborativa compartilhada.

Para as próximas tarefas, a formação da ação materializada e a formação da ação em linguagem verbal externa também foram alinhadas como na tarefa anterior, conforme recomenda Núñez e Pacheco (1998, p. 104), “a forma material ou materializada é combinada, desde o princípio, com a verbal; os alunos formulam na linguagem externa tudo o que realizam materialmente”. Sendo assim, ao final de cada tarefa da etapa materializada, os estudantes verbalizaram suas resoluções na forma escrita.

Na sequência, a tarefa tipo 2 realizada pelos licenciandos foi T1 - *O salto da Rã*⁹. Considerando todos os participantes, seis estudantes (43%) alcançaram o somatório das ações na categoria de [16, 20] e obtiveram um nível satisfatório de desempenho. A outra parte dos estudantes (43%) está na categoria de [12, 16] e os 12% restantes representam os que não realizaram a tarefa (P2 e P5).

Disto, é possível tecer algumas observações direcionadas aos indicadores qualitativos: P1, P3, P6, P4 de G1, executam corretamente as três primeiras ações e

9 Adaptado de ALVES, F. J. C.; SÁ, P. F. Modelagem matemática no ensino de funções. Belém: UDUEPA, 2018.

já buscam validar o modelo a partir de outras vias confirmatórias; cada discente possui resolução própria diferenciada dos outros colegas; explicam todas as operações.

Ademais, os estudantes Q1, Q4 e Q8 demonstram independência, iniciativa e clareza nos argumentos utilizados em suas resoluções. Por sua vez, Q1 ainda apresenta falhas nas operações relativas à 3ª ação e os estudantes Q3, Q5, Q6, Q7 possuem escrita similar, compartilhando do núcleo conceitual dos outros colegas. Além disso, todos os participantes de G1 e G2 consultaram, ou até mesmo escreveram em suas resoluções, as ações do cartão de orientação a cada momento de execução.

A despeito dos resultados parciais, o Grupo 1 foi direcionado às tarefas com contradições advindas de investigação, experimentos, simulações, viés confirmatório e análise crítica da solução, elementos característicos de tarefa tipo 3. Em contrapartida, no Grupo 2, com o intuito de diminuir o compartilhamento, as tarefas foram individuais e a ação verbal foi escrita.

No âmbito geral, para cumprir a operação 6 do EBOCA de atualizar outros conceitos e procedimentos conhecidos que possam estar vinculados ao desconhecido, foi permitido ao estudante consultar a professora ou livros, virtuais e/ou físicos, para relembrar algum conceito já estudado. Como incentivado desde o início da ASPD de MM, o participante poderia utilizar *softwares* matemáticos para colaborar na construção dos modelos. Em todo o desenvolvimento da atividade, a professora esteve atenta aos indicadores qualitativos das ações dos estudantes.

Embora não tenham realizado uma tarefa com multi contradições como G1, o Grupo 2 resolveu uma prova diagnóstica final (PDF) específica para zona de desenvolvimento próximo de cada estudante. Durante a prova, não foi cedida consulta, nemo uso do cartão de orientação, justamente para verificar se o acadêmico internalizaria as ações. Em função disso, enfrentaria as contradições de um novo problema discente.

Adiante, pela ocorrência de diferentes direcionamentos das tarefas, os resultados são apresentados separadamente por grupo. Para um olhar pontual, diretamente sobre as habilidades requeridas, a Tabela 2 refere-se às médias das ações realizadas pelos estudantes de G1 e G2 na ASPD de MM. Com os resultados, observa-se que a ação de formular o problema discente foi realizada corretamente pelos estudantes que participaram de todas as tarefas.

Tabela 2 - Médias das ações de G1 e G2 na ASPD de MM

ALUNOS	M1 ^a A	M2 ^a A	M3 ^a A	M4 ^a A	Total
P1	5	5	5	2	17
P3	5	5	5	3,25	18,25
P6	5	5	5	3,25	18,25
P2	4	4	4	1,75	13,75
P4	4,75	5	3,75	1,75	15,25
ALUNOS	M1 ^a A	M2 ^a A	M3 ^a A	M4 ^a A	T.M
Q1	4,4	4,4	2,8	3	14,6
P5	5	4,4	4,4	1,8	15,6
Q3	5	3,8	3,6	2,4	14,8
Q4	5	4,5	4,33	2,83	16,66
Q5	5	4,6	3	1,4	14
Q6	5	3,6	3	2,6	14,2
Q7	5	3	2,8	1,2	12
Q8	5	4,4	4,2	3	16,6

M1^aA: Média da primeira ação; M2^aA: Média da segunda ação; M3^aA: Média da terceira ação; M4^aA: Média da quarta ação; M.T: Total das médias

Fonte: Dados da Pesquisa

O cumprimento da 1^aA reflete positivamente na seleção dos conceitos, procedimentos e escolha de estratégia de resolução do problema discente, isto é, na 2^aA. O Grupo 1 tem um excelente desempenho até a 3^aA. Vale lembrar que o participante P2 não entregou a tarefa T1 e P4 encontrou obstáculos na resolução da tarefa em dupla. Os estudantes participantes Q3, Q6 e Q7 encontraram maiores dificuldades em associar os conceitos e procedimentos ao que se pretende buscar, comprometendo o resto da resolução.

A não verificação da solução de forma efetiva ainda é o dificultador para a construção correta dos modelos. Alguns estudantes encontraram um modelo, contudo, a falta de investigação de erros impossibilita a validação, ou seja, o modelo encontrado não se enquadra nas condições e dados do problema.

Para colaborar com a análise, empreendeu-se a comparação quantitativa dos resultados obtidos no diagnóstico inicial com os resultados da ASPD de MM. Na Tabela 3, constam a soma e a média geral dos níveis alcançados nas quatro tarefas da prova diagnóstica (M.G.PDI), bem como de todas as tarefas propostas (M.G.T) na ASPD de MM, incluindo a prova pedagógica final no caso de G2. São averiguadas as variações positivas de todos os estudantes, as médias alcançadas ao final da ASPD de MM são superiores às médias da prova diagnóstica inicial. O único caso de variação negativa nos dois grupos é P2, por conta da não execução de algumas operações de controle e a não entrega da tarefa T1.

Tabela 3 - Médias da PDI e das tarefas da ASPD de MM por estudante de G1 e G2

Alunos	T.M.PDI	M.G.PDI	T.M	M.G.T
P1	10,5	2,625	17	4,25
P3	10,8	2,7	18,25	4,56
P6	10	2,5	18,25	4,56
P2	16	4	13,75	3,43
P4	11,5	2,875	15,25	3,81
Alunos	T.M.PDI	M.G.PDI	T.M	M.G.T
Q1	8,5	2,1	14,6	3,65
P5	10,5	2,6	15,6	3,9
Q3	10,6	2,7	14,8	3,7
Q4	9,8	2,5	16,66	4,16
Q5	10,8	2,7	14	3,5
Q6	11,1	2,8	14,2	3,55
Q7	7,0	1,8	12	3
Q8	15,8	4,0	16,6	4,15

T.M.PDI: Total das Média das tarefas da prova diagnóstica inicial, M.G.PDI: Média geral das tarefas da prova diagnóstica inicial, T.M: Total das Média das tarefas da ASPD, M.G.T: Média geral das tarefas da ASPD.

Fonte: Dados da Pesquisa

As informações preenchidas pela professora pesquisadora nos guias de observação, aula após aula, auxiliou a verificação dos indicadores qualitativos das ações dos participantes na ASPD de MM. Tais indicadores consistem na independência, generalidade, explanação, assimilação e forma.

Nesse horizonte, ressalta-se que esses indicadores sozinhos não expressam grandes significados. Conforme Núñez, Ramalho e Albino (2013), os indicadores qualitativos devem ser entendidos como um subsistema, no qual se integram diferentes elementos para ganhar dimensões que separados não possuem e expressam as transformações qualitativas no processo de formação das habilidades. Com a realização do cruzamento dessas informações, estimou-se a forma da orientação lincada à etapa mental alcançada por cada estudante.

Tabela 4 - Forma da ação internalizada pelos estudantes de G1e G2

Alunos	I	G	E	A	F
P1	Parcial	Parcial	Pouco	Parcial	Verbal externa
P3	Total	Total	Pouco	Total	Verbal externa para si
P6	Total	Total	Pouco	Total	Verbal externa para si
P2	Total	Parcial/Total	Parcial/Pouco	Parcial/Total	Verbal externa
P4	Parcial	Parcial	Pouco	Parcial	Verbal externa
Alunos	I	G	E	A	F
Q1	Parcial	Parcial	Total/Parcial	Parcial	Verbal externa
P5	Parcial	Parcial	Parcialmente	Parcial	Verbal externa
Q3	Parcial	Parcial	Parcialmente	Parcial	Verbal externa
Q4	Total	Total	Pouco	Total	Verbal externa para si
Q5	Parcial	Pouco/Parcial	Total/Parcial	Pouco/Parcial	Materializada

Q6	Parcial	Pouco/Parcial	Total/Parcial	Pouco/Parcial	Materializada
Q7	Pouco	Pouco	Total/Parcial	Pouco	Materializada
Q8	Total	Parcial	Pouco	Parcial	Verbal externa

I: Independência; G: Generalização; E: Explanação; A: Assimilação; F: Forma

Fonte: Dados da Pesquisa

Na tentativa de se aproximar ao máximo do nível de internalização das ações materializadas no EBOCA de modelagem pelos estudantes, estima-se que a base orientadora de P2 está se encaminhando ao estágio da linguagem externa para si por ainda não terem sido assimiladas as 3ª e 4ª ações efetivamente. Os estudantes P1 e P4 estão no estágio independente da BOA materializada, porém, torna-se crucial alcançar a generalidade do EBOCA, por isso, estão na etapa verbal externa.

Para P3 e P6, a confirmação do estágio mental foi reforçada nas tarefas realizadas no período acadêmico seguinte. Os estudantes em questão se utilizaram do esquema assimilado anteriormente para direcionar a ação na solução das duas situações problemas propostas de forma independente. Há fortes indícios de que a orientação desses acadêmicos chegou à etapa mental, fazendo parte do pensamento, como habilidade de resolver problemas discentes de modelagem matemática, nos limites estabelecidos.

No caso de Q5 e Q6, ainda estão em processo de internalização materializada das ações, em dependência do cartão de orientação e compartilhamento. Entretanto, foi possível observar algumas abreviações e a assimilação da 1ª e 2ª ação, por isso, estão caminhando para a ação verbal externa. O participante Q8 apresentou potencial de formação da linguagem externa para si, porém, precisa alcançar maior grau de generalização.

A superação das contradições das tarefas do tipo 2 indicam assimilação das ações do EBOCA de modelagem, contudo, não abrange a sua amplitude. Em outras palavras, as ações conscientes dos estudantes Q1, P5, Q3 foram expressas corretamente na linguagem verbal externa. Com grau elevado de dependência e pouca assimilação, a orientação de Q7 ocorreu com a ajuda externa materializada.

Ao início do processo de internalização, o participante Q4 apresentou falhas na orientação como todos os estudantes do grupo, mesmo com o apoio da BOA materializada. No entanto, no transcorrer as etapas de Galperin, apresentou indicativos de assimilação das quatro ações do EBOCA na realização da última tarefa (T4) e, na prova diagnóstica final, constatou-se orientação generalizada diante de uma

nova situação-problema. Logo, estima-se que a orientação do discente Q4 encontra-se na linguagem externa para si.

7 Das contribuições e pontos a melhorar

Lançando o olhar para a etapa da ação mental em que se encontraram ao final da ASPD de MM, 23% dos estudantes, Q5, Q6 e Q7 alcançaram a forma materializada das ações, isto é, a parte da ação que permanece relacionada a suas representações. O ponto de partida para prosseguir na formação das habilidades está consolidado, posto que experienciaram por completo a etapa *do fazer e realizar* as tarefas com situações problemas de algumas contradições esperadas para a prática de modelagem, mesmo com apoio dos colegas e da professora pesquisadora, continuando na zona de desenvolvimento próximo.

A maioria dos participantes da pesquisa (54%): P1, P2, P4, P5, Q1, Q3 e Q8 desenvolveram a linguagem verbal externa. Já não há um movimento especial de uma parte material a outra, há o *saber explicar* as ações realizadas. No tocante ao nível de desenvolvimento real, os estudantes em questão possuem condições de iniciar uma nova etapa materializada com tarefas do tipo 3 de modelagem. Ademais, os acadêmicos assimilaram a ação de formular o problema discente a partir de novos dados e novas condições bem definidas na tarefa, o que pressupõe menos traços investigativos e exploratórios, porém já apresentando gradativa autonomia e efetividade da assimilação.

Os participantes Q4, P3 e P6 (23% dos estudantes), em cujas ações adquiriram a generalização mais profunda, abreviaram e chegaram ao estágio de formação da ação em linguagem externa para si. A atividade cognoscitiva destes acadêmicos abarca todas as etapas do processo de resolução de um problema, já formulado por eles, mediante análises independentes das situações problemas.

Logo, pela consciência demonstrada na explanação, alcance da generalização e solidez, os três estudantes se apropriaram da nova orientação do tipo 3, representada agora como um ato do pensamento científico e como habilidade em resolução de problema discente de Modelagem Matemática.

Em relação às ações do EBOCA, a quarta ação se mostrou a mais desafiadora e uma das possíveis razões é o acréscimo de uma ação ao esquema de resolução sem vínculos com as experiências vivenciadas anteriormente, diferentemente das

outras ações, que parecem mais familiares aos estudantes. Dificuldade na análise da solução não é um caso isolado desta pesquisa. Ao final de seu estudo sobre o processo de aprendizagem da orientação da ação de controle na resolução de problemas matemáticos, Gonçalves (2020, p. 185) sublinha que “as lacunas na formação dos discentes ou ainda a inexperiência com ações conscientes de controle, balizadas em orientações sistematizadas, indicam para a necessidade urgente de inserção do controle da aprendizagem desde os primeiros níveis de ensino”.

A despeito das tarefas, o desenvolvimento da tarefa tipo 3 requer tempo, conhecimento da funcionalidade dos recursos computacionais e considerável experiência em tarefas do tipo 2. Nisso, percebeu-se a ocorrência de um possível equívoco na indicação da tarefa T6 dos estudantes P1 e P4, na turma de IEM II.

Em observância à relação dialética entre ensino e aprendizagem na qual se constitui a ASPD de MM, concorda-se com Núñez, Ramalho e Oliveira (2020) a despeito da teoria de Galperin, de que este processo não possui formato linear como muitas pesquisas dão a entender, mas “numa forma que entrelaça diferentes etapas marcadas pelas contradições e conflitos, chegando a um plano superior, indicador do desenvolvimento humano” (p. 128). Contradições estas, também não se fazem subjetivas igualmente a todos os estudantes. Porém, de acordo com os estudantes, as discrepâncias na aprendizagem poderiam ser maiores se as tarefas se mostrassem mais desafiadoras do que o necessário.

Assim, conclui-se que a ASPD de MM desenvolvida nas turmas de licenciandos de Matemática trouxe contribuições na formação de habilidades requeridas no processo de Modelagem Matemática. De todo modo, indica um favorecimento na formação das habilidades de formular o problema discente, construir o núcleo conceitual e procedimental, resolver o problema discente e analisar a solução.

8 Considerações

O referido estudo, munido de fundamentos psicológicos e didáticos, articulou na Atividade de Situações Problema Discente de Modelagem Matemática a psicologia condutora na formação de ações mentais por etapas de Galperin com a didática de direcionamento da atividade de estudo de Talízina e as contradições impostas pelo problema discente de Majmutov.

Os licenciandos experienciaram o *fazer*, de forma consciente, a prática de modelagem. Três deles adquiriram as habilidades, internalizando as ações do EBOCA de MM e podendo aprimorar suas bases orientadoras a cada nova situação problema enfrentada. Os demais podem prosseguir na resolução das tarefas, sob a orientação da BOA materializada, até que se alcancem as habilidades desejadas.

Do exposto, o estudo realizado pode servir como modelo a ser implementado por educadores cujo interesse é a orientação generalizada e completa aos seus estudantes, e consequentemente, desenvolver independência e habilidades no processo de modelagem, com as devidas adaptações.

Referências

BRASIL. **Diretrizes Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC/CNE, 2002.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. Prefácio de Ubiratan D'Ambrosio. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2009. p. 11-12.

GALPERIN, P. Y. Tipos de orientação e tipos de formação das ações e dos conceitos. **Revista Amazônica**, v. 11, n. 2, p. 434-439. jul./dez. 2013a.

GALPERIN, P. Y. A formação dos conceitos e das ações mentais. Traduzido por Suely Aparecida do Nascimento Mascarenhas. **Revista Amazônica**, ano 6, v. 11, n. 2, 2013b, p. 440-450.

GALPERIN, P. Y. Acerca da linguagem interna. Traduzido por Suely Aparecida do Nascimento Mascarenhas. **Revista Amazônica**, ano 6, v. 11, n. 2, 2013c, p. 451-461.

GALPERIN, P. Y. A direção do processo de aprendizagem. Traduzido por Suely Aparecida do Nascimento Mascarenhas. **Revista Amazônica**, ano 6, v. 11, n. 2, 2013d, p. 478-484.

GONÇALVES, P. G. F. **A orientação da ação de controle na resolução de problemas matemáticos em professores: uma experiência formativa à luz da Teoria de P. Ya. Galperin**. 2020. 205f. Tese (Doutorado em Educação) - Centro de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2020.

LEONTIEV, A. V. **Atividade. Consciência. Personalidade**. Traduzido por Marcelo José de Souza e Silva. CC BY-SA (Creative Commons Atribuição-Compartilhado 3.0, 2014).

MAJMUOV, M. J. **La Enseñanza Problemática**. Habana: Pueblo y Revolución, 1983.

MENDOZA, H. J. G, DELGADO, O. T. A. Proposta de um esquema da base orientadora completa da ação da atividade de situações problema discente. **Obutchénie: Revista de Didática e Psicologia Pedagógica**, v. 4, n. 1, p. 180-200, ago. 2020.

NÚÑEZ, B. I. **Vygotsky, Leontiev e Galperin: formação de conceitos e princípios didáticos.** Brasília: Liber Livro, 2009.

NÚÑEZ, B. I.; RAMALHO, B. L.; ALBINO, M. G. F. Os indicadores qualitativos da ação e as tarefas de aprendizagem: reflexões teóricas e didáticas na teoria de P. Ya. Galperin. **Revista Amazônica**, v. 11, n. 2, p. 388-415, 2013.

NÚÑEZ, B. I.; RAMALHO, B. L.; OLIVEIRA, M. V. F. A teoria de P. Ya. Galperin e a formação de conceitos teóricos na educação em Ciências. **Obutchénie: Revista de Didática e Psicologia Pedagógica**, v. 4, n. 1, p. 107-131, 3 ago. 2020.

PEREIRA, J. P.; NÚÑEZ, I. B. **Formação da habilidade de interpretar gráficos cartesianos: contribuição da teoria de P. Ya. Galperin.** Natal: EDUFRRN, 2017.

TALÍZINA, N. **Psicologia de La Enseñanza.** Moscu: Editorial Progreso, 1988.

TALÍZINA, N. F. (org). **La formación de las habilidades del pensamiento matemático.** San Luis Potosí: Editora Universidad de San Luis Potosí. S.L.P, 2001.

TALÍZINA, N. F. **La teoría de la actividad aplicada a la enseñanza.** Editorial de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. Puebla: México, 2009.

WAKIYAMA, Y.; MENDOZA, H. Diagnóstico da aprendizagem por meio da atividade de situações problema discente em modelagem Matemática dos estudantes de licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Amazonas. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 12, n. 6, p. 1-25, 29 dez. 2021.

WAKIYAMA, Y.; MENDOZA, H.; DELGADO, O. Esquema da base orientadora completa da ação da atividade de situações problema discente em modelagem matemática. In: MACIEL, E. S. (org.). **Pesquisa em Ensino no contexto amazônico um processo em construção.** Palmas: EDUFT, 2021. p. 23-35.