

Educação Financeira e formação de professores de Matemática: ensino de progressões aritmética e geométrica e regimes de capitalização simples e composto

Patricia Franzoni¹

Marli Teresinha Quartieri²

Gabrielle Barcellos Martins³

Resumo: Este estudo conta com apoio financeiro da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio Grande do Sul, caracteriza-se como pesquisa qualitativa e propõe-se a investigar como uma tarefa de investigação matemática sobre regimes de capitalização simples e composto pode estar vinculada a conhecimentos de progressões aritmética e geométrica, funções afim e exponencial e contribuir no ensino de Educação Financeira na Educação Básica, tendo em vista que o tema está presente na Base Nacional Comum Curricular. Os dados produzidos a partir da atividade, questionário e filmagem foram analisados mediante a análise textual discursiva, surgindo duas categorias: estratégias de resolução e conjecturas, e percepções dos professores com relação à tarefa investigativa e à aprendizagem. Conclui-se que os professores tiveram êxito na conexão da Educação Financeira com conteúdo da Matemática e encontraram as equações de juros simples e compostos pela primeira vez, o que fortaleceu os processos de ensino e aprendizagem.

Palavras-chave: Educação Financeira. Matemática. Formação Continuada. Educação Básica.

Financial Education and Mathematics teacher's formation: teaching arithmetic and geometric progressions and simple and compound capitalization regimes

Abstract: This study is financially supported by the Research Support Foundation of the State of Rio Grande do Sul, it is characterized as a qualitative research and aims to investigate how a mathematical investigation task about simple and compound capitalization regimes can be linked to knowledge of arithmetic and geometric progressions and affine and exponential functions and contribute to the Financial Education teaching in Basic Education, considering that the topic is present in the National Common Curricular Base. The data produced from the activity, questionnaire, and video recordings were analyzed by applying discursive textual analysis and grouped into two categories: resolution strategies and conjectures, and teachers' perceptions about the investigative task and learning. It is concluded that the teachers

¹ Universidade Federal do Rio Grande — Rio Grande (RS), Brasil. ✉ patriciafranzoni@furg.br 
<https://orcid.org/0000-0001-7323-0964>. <http://lattes.cnpq.br/9087354757854778>.

² Universidade do Vale do Taquari — Lajeado (RS), Brasil. ✉ mtquartieri@univates.br 
<https://orcid.org/0000-0002-9621-3830>. <http://lattes.cnpq.br/0483754754945290>.

³ Universidade Federal do Rio Grande — Rio Grande (RS), Brasil. ✉ gabemartins80@gmail.com 
<https://orcid.org/0009-0001-9779-1798>. <https://lattes.cnpq.br/9069480906456303>.

succeeded in connecting Financial Education with Mathematics content and found out the equations for simple and compound interest for the first time, which strengthened the teaching and learning processes.

Keywords: Financial Education. Mathematics. Continuing Education. Basic Education.

Educación Financiera y formación de profesores de Matemáticas: enseñanza de progresiones aritméticas y geométricas y regímenes de capitalización simple y compuesta

Resumen: Este estudio que cuenta con el apoyo financiero de la Fundación de Apoyo a la Investigación del Estado de Rio Grande do Sul, se caracteriza como una investigación cualitativa y tiene como objetivo investigar cómo una tarea de investigación matemática sobre los regímenes de capitalización simple y compuesta puede estar vinculada a los conocimientos de progresiones aritméticas y geométricas y funciones afines y exponenciales y contribuir a la enseñanza de Educación Financiera en la Educación Básica, considerando que el tema está presente en la Base Nacional Común Curricular. Los datos producidos a partir de la actividad, el cuestionario y la filmación fueron analizados mediante análisis textual discursivo, surgiendo dos categorías: estrategias de resolución y conjeturas, y percepciones de los profesores con respecto a la tarea investigativa y el aprendizaje. Se concluye que los profesores tuvieron éxito en la conexión de la Educación Financiera con el contenido de las Matemáticas y encontraron por primera vez las ecuaciones de interés simple y compuesto, lo que fortaleció los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Palabras clave: Educación Financiera. Matemáticas. Formación Continua. Educación Básica.

1 Introdução

O presente estudo⁴ faz parte de um projeto de pesquisa, aprovado por Comitê de Ética, que está sendo desenvolvido por uma Universidade em parceria com a Secretaria da Educação. Tal pesquisa conta com apoio financeiro da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio Grande do Sul (FAPERGS) – Programa de Apoio a Projetos de Pesquisa e de Inovação na Área de Educação Básica (PROEdu).

Segundo Brasil (2017), entre as habilidades dos alunos da disciplina de Matemática estão as de resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática Financeira e de outras áreas de conhecimento, resolver e elaborar problemas envolvendo porcentagens em diversos contextos, saber a diferença entre juros

⁴ Esse artigo é recorte de uma tese de doutorado defendida no Programa de Pós-Graduação em Ensino da Universidade do Vale do Taquari (Lajeado, RS, Brasil), escrita pela 1ª autora e orientada pela 2ª autora.

simples e compostos, destacando o seu crescimento exponencial, interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica, tais como índice de desenvolvimento humano, taxas de juros, inflação e câmbio, investigando os processos de cálculo desses números, elaborar planilhas para o controle de orçamento familiar [...].

No entanto, segundo Teixeira (2015), os conteúdos de Matemática Financeira vêm sendo transmitidos aos estudantes de maneira descontextualizada, existindo uma preocupação excessiva em ensinar por meio de fórmulas e tabelas, sem fazer referência ao cotidiano, o que, para além de dificultar o aprendizado, acarreta o desinteresse dos estudantes. Ainda segundo o autor, é preciso unir teoria e prática, objetivando conectar essa disciplina com a Educação Financeira. Desse modo, conforme destaca Franzoni (2020), cabe ao professor colocar seus alunos em situações em que sejam mobilizadas tarefas de Educação Financeira a partir da investigação matemática, tendo em vista que de acordo com a Organização das Nações Unidas (ONU, 2023) o Objetivo de Desenvolvimento Sustentável 4 (ODS 4)⁵ é promover oportunidades de aprendizagem, com qualidade, sobre temas diversos.

Goldenberg (1999) salienta que as tarefas investigativas facilitam a aprendizagem, motivam os alunos a trabalharem em grupo e desenvolvem capacidades que contribuem para um conhecimento mais amplo do conteúdo abordado. Nessa perspectiva, a investigação matemática contribui para a integração e socialização, pois ela oportuniza um ambiente estimulador e criativo, no qual o aluno tem a liberdade de expor seus pensamentos e resoluções aos colegas e ao professor. Schmitt (2015) relata que a prática da tendência da investigação matemática possibilita ampliar o conhecimento, tanto dos alunos como professores. Partindo desse pressuposto, Ponte, Brocardo e Oliveira (2015, p. 23) salientam que o “[...] envolvimento ativo do aluno é a condição fundamental da aprendizagem”. Assim, é importante desenvolver momentos desafiadores, em que o aluno sinta-se motivado a envolver-se durante a tarefa proposta. De acordo com Brasil (2017), a cooperação e interação que os estudos em pequenos grupos proporcionam são fundamentais para que os alunos adquiram confiança, saibam enfrentar as suas dificuldades, discutam o problema com os colegas e aprendam com eles.

⁵ A Agenda 2030 da Organização das Nações Unidas (ONU) é um plano global que tem a finalidade, no ano de 2030, de atingir um mundo melhor para todas as nações, para isso foram estabelecidos 17 ODS's – Objetivos de Desenvolvimento Sustentável (ONU, 2023).

Nesse contexto, os professores de Matemática precisam refletir sobre as suas práticas pedagógicas e interagir com grupos de estudos das Universidades para agregar ao seu conhecimento as contribuições de pesquisadores. Considerando o cenário previamente exposto, o objetivo do presente estudo, de abordagem qualitativa, é investigar como uma tarefa de investigação matemática sobre regimes de capitalização simples e composto pode estar vinculada a conhecimentos de progressões aritmética e geométrica, funções afim e exponencial. Ademais, tem a finalidade de contribuir para a formação continuada dos professores que ensinam Educação Financeira nas escolas.

Com relação aos instrumentos de coleta de dados, utilizou-se questionário sobre a atividade e aprendizagem, resoluções da tarefa e gravações de áudio e vídeo da formação dos professores. Salienta-se que os dados foram analisados a partir da Análise Textual Discursiva (ATD), de Moraes e Galiuzzi (2016), surgindo duas categorias: estratégias de resolução e conjecturas, e percepções dos professores com relação à tarefa investigativa e à aprendizagem. Além desta introdução, a segunda seção refere-se à metodologia realizada para efetivar esta pesquisa. A terceira seção faz referência à análise dos dados, apresentando os principais resultados. Por fim, a última seção, explicita as conclusões deste estudo.

2 Metodologia

A pesquisa financiada pela FAPERGS, em parceria com a Universidade e Secretaria da Educação do Estado do Rio Grande do Sul, tem seu referencial na abordagem qualitativa, com o propósito de compreender como acontecem os processos de ensino e aprendizagem, sem levar em consideração aspectos quantificáveis, e visa contribuir na formação dos professores de Matemática (anos finais do ensino fundamental e médio) e na busca de estratégias para a melhoria do ensino, em particular em relação à Educação Financeira.

Segundo Gerhardt e Silveira (2009, p. 31-32), a pesquisa qualitativa “não se preocupa com representatividade numérica, mas com a compreensão de um grupo social, com aspectos da realidade que não podem ser quantificados”. De acordo com Bogdan e Biklen (1994), na pesquisa qualitativa o relevante é a maneira como algo acontece. Na mesma linha argumentativa, Ludke e André (2013) pontuam que os pesquisadores utilizam metodologias que possibilitem a elaboração de dados descritivos para inferir conclusões. Portanto, o pesquisador não está interessado

somente no produto final, mas no processo, no significado dos pensamentos e no modo de ser das pessoas. A opção por essa abordagem ocorreu por ser um método que busca explicar o porquê dos fatos, além de se preocupar com os aspectos da realidade.

Para contextualizar este estudo, salienta-se que os participantes desta pesquisa são professores de Matemática que atuam nos anos finais do ensino fundamental e médio, da rede estadual da Educação Básica, de um município gaúcho (RS/ Brasil). Os dezoito professores inscritos na formação foram divididos em quatro grupos, nominados “Economia”, “Matemática”, “Educação Financeira” e “Ensino” apenas para fins de identificação ao longo das atividades. A investigação foi realizada essencialmente à distância, via *google meet*, em função da praticidade para os seus participantes. A aula inaugural, as discussões nos quatro pequenos grupos formados (4 códigos de acesso diferentes ao *meet*, por grupo) e no momento de socialização das atividades (1 código de acesso – *meet* principal) foram gravadas e acompanhadas pela pesquisadora do projeto, com o auxílio de uma televisão, celular e mais dois computadores.

Os critérios de inclusão dos participantes da pesquisa foram: 1) estar trabalhando como professor de Matemática; 2) ser funcionário público concursado ou professor contratado da rede estadual do município em análise; e 3) ter disponibilidade e interesse em participar da pesquisa. Os critérios de exclusão estavam relacionados à: 1) titulação: professor não ter formação em Matemática na graduação e 2) atuação: professor não atuar nos anos finais do ensino fundamental e/ou ensino médio na disciplina de Matemática.

No encontro inaugural cada professor respondeu a um questionário inicial e, de acordo com as respostas obtidas, verificou-se que, em sua maioria, são do sexo feminino, com idade entre 30 e 40 anos, casados ou em união estável e têm dois filhos. Além de questões familiares, os professores foram questionados a respeito do seu atual grau de estudo, ou seja, se ainda estavam estudando no momento da pesquisa, ou se haviam parado os estudos, e, conforme as respostas obtidas, constatou-se que mais da metade não estudam mais.

Neste mesmo encontro, responderam de modo individual a questões sobre Educação Financeira e conceitos de Economia, com o objetivo de investigar seu perfil financeiro e o seu conhecimento sobre o tema. As perguntas do questionário estavam relacionadas ao consumo, investimentos, previdência, seguros, dívidas, organização

financeira, Economia, e relações entre a Matemática Financeira e Educação Financeira.

Na sequência, os professores foram orientados a elaborar uma planilha de orçamento doméstico pessoal e a participar do primeiro fórum de discussão (ambiente virtual – *Moodle*), relacionando a sua planilha financeira com o tema consumo consciente e sustentável. Cabe ressaltar que o ambiente virtual é indispensável nos processos de ensino e aprendizagem e a recente pandemia da *Covid-19* demonstrou com maior ênfase essa necessidade. Desse modo, os professores tiveram a liberdade de refletir mais sobre o tema, comparar respostas e cooperar, proporcionando uma maior interação na turma, fazendo considerações e comentários para enriquecer o aprendizado, desenvolver a autonomia e o pensamento crítico.

Foram realizadas mais dez atividades de Educação Financeira com os professores, uma tarefa por encontro (com duração de quatro horas cada). Os encontros foram programados para acontecer duas vezes ao mês. As questões norteadoras das atividades estavam relacionadas: 1) às implicações dos juros compostos ao longo do tempo; 2) à diferença entre valor à vista e a prazo; 3) à importância de fazer pesquisa de mercado e comparar preços, de forma a minimizar custo e/ou maximizar satisfação; 4) ao entendimento de porcentagem, taxas de câmbio, conversão de moeda, taxas pré e pós-fixada de juros como facilitador do processo de escolha; e 5) aos tipos de investimento, planos de previdência, regimes de capitalização, financiamento (imobiliário, *leasing*, consórcio, crédito direto ao consumidor) mais vantajosos, de acordo com o cenário da economia atual e suas possíveis previsões.

Após o desenvolvimento de cada tarefa e socialização do que foi desenvolvido nos pequenos grupos, os professores tiveram que responder, individualmente, a um questionário sobre a tarefa e a própria aprendizagem (via *google docs*), com um prazo de até 48 horas de postagem, após o encontro síncrono. No 12º encontro síncrono foi realizada uma entrevista individual com os professores, com o objetivo de obter um *feedback* de cada participante sobre a experiência que tiveram de aprender Educação Financeira.

Os encontros síncronos aconteceram aos sábados (das 8h às 12h, no turno da manhã) e somente a décima atividade (11º encontro) foi desenvolvida, presencialmente, na Universidade com a realização de um *coffee-break* de encerramento da formação de professores. Por fim, ressalta-se que além das

intervenções da coordenadora do projeto nos pequenos e grande grupo, cada monitor foi responsável por um grupo de professores, atuando como mediador, orientando, questionando, instigando os integrantes deste estudo à investigação, sem fornecer respostas nos encontros síncronos (*google meet*, por grupo) e presencial. Dessa forma, os professores de Matemática foram questionados no decorrer de toda a formação, seja pela docente responsável pela pesquisa ou pelos cinco monitores.

Cabe salientar que neste artigo apenas a tarefa investigativa Regimes de Capitalização Simples e Composto (Quadro 1) será analisada. Ponte, Brocardo e Oliveira (2015, p. 23) definem a investigação matemática como uma “atividade de ensino-aprendizagem” que envolve quatro principais passos. O primeiro momento refere-se ao conhecimento inicial, englobando a verificação, análise e a elaboração de questões em referência à situação-problema. A segunda etapa abrange a elaboração de ideias e constatações, que se baseia em suposições elaboradas a partir de uma situação, essas hipóteses são chamadas de conjecturas. O terceiro momento implica a realização de testes das conjecturas, na qual será definido se a hipótese se fundamenta ou não como verdadeira. Ao final, na quarta etapa, ocorre a demonstração e avaliação da situação, sendo que esta última deve vir sempre acompanhada de uma argumentação que justifique o seu raciocínio.

O objetivo da tarefa investigativa (Quadro 1) foi encontrar as equações de juros simples e composto a partir de uma analogia com progressões aritmética e geométrica, bem como funções afim e exponencial.

Quadro 1: Atividade Regimes de Capitalização Simples e Composto

Complete as duas colunas da tabela, de acordo com os valores (\$) em cada período de tempo (N):		
n	\$	\$
0	10.000,00	10.000,00
1	10.100,00	10.100,00
2	10.200,00	10.201,00
3	10.300,00	10.303,01
4	10.400,00	10.406,04
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
a) É possível fazer alguma analogia com progressões, diante das informações da tabela? Demonstre matematicamente o seu raciocínio. Quais formalizações são possíveis a partir dos cálculos realizados para que se possa aplicar a qualquer situação da mesma natureza?		

- b) É possível fazer alguma analogia com funções, diante das informações da tabela? Demonstre matematicamente o seu raciocínio. Quais formalizações são possíveis a partir dos cálculos realizados para que se possa aplicar a qualquer situação da mesma natureza?
- c) É possível descobrir a taxa de juros aplicada nos montantes das colunas 1 e 2? Qual possibilidade de generalização?
- d) Mediante a análise dos resultados da tabela e dos seus conhecimentos sobre funções, identifique e apresente um comparativo entre os montantes a juros simples e a juros compostos, considerando um capital inicial (C) de R\$ 10.000,00 e uma taxa de juros (i) = 1% a.m.. Quais generalizações são possíveis para serem aplicadas a qualquer situação da mesma natureza?
- e) Para o credor é mais vantajoso emprestar dinheiro a juros simples ou compostos? Em quais situações? E para o devedor? Como deve proceder? Juros compostos são sempre piores para o devedor? Demonstre graficamente o seu raciocínio, considerando o mesmo capital inicial e taxa de juros de 10% a.m.. Justifique a sua resposta com um exemplo numérico.

Fonte: Acervo da Pesquisa.

Com relação aos dados de pesquisa, foram utilizados os seguintes instrumentos de coleta: questionário da tarefa e aprendizagem, resoluções da atividade pelos pequenos grupos, e filmagem dos pequenos grupos e momento de socialização (grande grupo). Os dados emergentes foram analisados mediante a aplicação da Análise Textual Discursiva (ATD). De acordo com Moraes e Galiuzzi (2016), a ATD, configura-se como uma metodologia de etapas extremamente minuciosa, requerendo do pesquisador a atenção e a rigorosidade em cada etapa do processo. A ATD visa, inicialmente, à desmontagem dos textos e seu exame nos mínimos detalhes. Na sequência, estabelecem-se relações entre cada unidade, procurando-se a identidade entre elas para, em seguida, captar o que emerge da totalidade do texto em direção a uma nova compreensão desse todo. A ATD, conforme Moraes e Galiuzzi (2016), é composta por três etapas, sendo a primeira delas o processo de unitarização, em que é desconstruído o texto em unidades de significado. O processo de unitarização é, portanto, a etapa essencial no desenvolvimento da ATD, pois, nesta unidade, estão contidas as mensagens mais significativas dos textos analisados. A segunda compreende a organização de categorias, as quais podem ser constantemente reagrupadas. Na terceira etapa, produz-se um metatexto com as novas compreensões obtidas.

Por fim, é importante salientar que este estudo seguiu a Resolução nº 510/2016, relacionada à pesquisa com seres humanos (Brasil, 2024), e os professores tiveram que assinar o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) para dela participarem. Por questões éticas, não serão divulgados os seus nomes, sendo identificados por: P1, P2 *etc.*

3 Resultados

Os dados produzidos a partir da atividade, questionário e filmagem foram analisados mediante a ATD, surgindo duas categorias: estratégias de resolução e conjecturas, e percepções dos professores com relação à tarefa investigativa e à aprendizagem. A seguir, apresentam-se as categorias emergentes a partir das declarações dos professores, bem como a referida discussão e imbricação com alguns autores.

a) Estratégias de resolução e conjecturas

A tarefa investigativa está relacionada aos regimes de capitalização (Quadro 1) e tem o objetivo de fazer com que os professores encontrem as equações de juros simples e compostos a partir de uma analogia com progressões aritmética e geométrica, bem como funções afim e exponencial. Primeiramente, os quatro pequenos grupos (Ensino, Educação Financeira, Matemática e Economia) concluíram o preenchimento da tabela (Quadro 1), para analisar o comportamento dos números ao longo do tempo. Dois grupos tiveram dificuldade para perceber a variação (razão) do capital da terceira coluna (Quadro 2).

Quadro 2: Tarefa Investigativa – Regimes de Capitalização

n	\$	\$
0	10.000,00	10.000,00
1	10.100,00	10.100,00
2	10.200,00	10.201,00
3	10.300,00	10.303,01
4	10.400,00	10.406,04
5	10.500,00	10.510,10
6	10.600,00	10.615,20
7	10.700,00	10.721,35
8	10.800,00	10.828,56
9	10.900,00	10.936,85
10	11.000,00	11.046,22
11	11.100,00	11.156,68
12	11.200,00	11.268,25

Fonte: Dados de Pesquisa.

Como pode-se verificar, segundo os grupos Educação Financeira e Ensino, a sequência da coluna 2 é uma progressão aritmética (P. A.) de razão $r = 100$, pois sempre que se subtrai um n -ésimo termo do seu sucessor obtém-se 100. Exemplos: $10.500 - 10.400 = 100$; $10.300 - 10.200 = 100$ etc. Logo, pode-se generalizar o n -ésimo, neste caso, com a equação:

$$a_n = a_0 + n * r \quad (\text{Eq. 01})$$

Notação:

a_n = n-ésimo termo;

a_0 = termo inicial;

n = prazo;

r = razão.

Ainda segundo os grupos Educação Financeira e Ensino, a sequência da coluna 3 é uma progressão geométrica (P. G.) de razão $q = 1,01$, pois sempre que se divide um termo por seu antecessor obtém-se 1,01. Exemplos: $10.100 / 10.000 = 1,01$; $10.201 / 10.100 = 1,01$ etc. Logo, pode-se generalizar o n-ésimo, neste caso, com a fórmula:

$$a_n = a_0 * q^n \quad (\text{Eq. 02})$$

Notação:

a_n – n-ésimo termo;

a_0 – termo inicial;

n – prazo;

q – razão.

Os grupos Matemática, Educação Financeira e Ensino demonstraram matematicamente as equações das razões e o montante acumulado pela análise das sequências numéricas (P. A. e P. G.), formalizando as equações de juros simples e compostos. Observe-se que a cada termo são acrescidos R\$100,00 em relação ao termo anterior, na seguinte sequência 10.000; 10.100; 10.200; 10.300; 10.400 etc.):

Quadro 3: Resolução da Tarefa

$a_0 = 10.000$		
$a_1 = 10.100$		
$a_2 = 10.200$	+ 100	Nota-se que essa P. A. possui razão 100
$a_3 = 10.300$	+ 100	
$a_4 = 10.400$	+ 100	
	+ 100	

Fonte: Dados de Pesquisa.

Ao generalizar a razão de uma P. A., tem-se:

Quadro 4: Resolução da Tarefa

$r = 10.100 - 10.000 = 100$	$a_1 = a_0 + r$
$r = 10.200 - 10.100 = 100$	$a_2 = a_1 + r$
	$a_3 = a_2 + r$

Fonte: Dados de Pesquisa.

$$r = a_n - a_{n-1} \quad (\text{Eq. 03})$$

$$a_n = a_{n-1} + r \quad (\text{Eq. 04})$$

Notação:

r = razão;

n = tempo (prazo);

a_n = termo no tempo n ;

a_{n-1} = termo anterior a n .

Se considerarmos que o capital de R\$10.000,00 é aplicado a juros simples, significa que todos os meses teremos um rendimento de R\$100,00:

Quadro 5: Resolução da Tarefa

$n = 1 \rightarrow a_1 = 10.000 + 100 = 10.100$
$n = 2 \rightarrow a_2 = 10.100 + 100 = 10.200$
$n = 3 \rightarrow a_3 = 10.200 + 100 = 10.300$
$n = 4 \rightarrow a_4 = 10.300 + 100 = 10.400$

Fonte: Dados de Pesquisa.

Logo, a taxa de juros é igual a $i = 1\%$ a.m. ($i = 0,01$) e incide sempre sobre o capital inicial (juros simples):

Quadro 6: Resolução da Tarefa

$i = \frac{100}{10000} = 0,01 \leftrightarrow i = \frac{r}{C}$
$i = \frac{1}{100} = 0,01 \leftrightarrow i = \frac{i\%}{100}$

Fonte: Dados de Pesquisa.

$$i = \frac{r}{C} \quad (\text{Eq. 05})$$

$$i = \frac{i\%}{100} \quad (\text{Eq. 06})$$

Notação:

r = razão;

i = taxa de juros;

C = capital.

Pode-se encontrar, a partir do raciocínio da P. A., as equações de juros simples e o montante, conforme os grupos Educação Financeira, Ensino e Matemática:

$$r = C * i \quad (\text{Eq. 07})$$

Notação:

r = razão;

C = capital inicial;

i = taxa de juros.

De acordo com a tarefa: $r = C * i = 10.000 * 0,01 = 100$

Portanto, a razão (r) é sempre $C \cdot i$, e, ao acrescentar-se o prazo (n), obtém-se a equação de juros simples (J), de acordo com as resoluções dos grupos:

$$J = C \cdot i \cdot n \quad (\text{Eq. 08})$$

$$J = (C \cdot i) \cdot n \quad (\text{Eq. 09})$$

$$J = r \cdot n \quad (\text{Eq. 10})$$

Conforme constatado no problema:

Quadro 7: Resolução da Tarefa

$J = C \cdot i \cdot n = 10.000 \cdot 0,01 \cdot n = 100 \cdot n$
$J = r \cdot n = 100 \cdot n$
$n = 1 \rightarrow J_1 = 100 \cdot 1 = 100; M_n = C + J = M_1 = 10.000 + 100 = 10.100$
$n = 2 \rightarrow J_2 = 100 \cdot 2 = 200; M_n = C + J = M_2 = 10.000 + 200 = 10.200$
$n = 3 \rightarrow J_3 = 100 \cdot 3 = 300; M_n = C + J = M_3 = 10.000 + 300 = 10.300$
$n = 4 \rightarrow J_4 = 100 \cdot 4 = 400; M_n = C + J = M_4 = 10.000 + 400 = 10.400$

Fonte: Dados de Pesquisa.

Assim sendo, o montante (M_n) é igual ao capital inicial (C) mais os juros (J) no (n):

$$M_n = C + J \quad (\text{Eq. 11})$$

Os grupos Matemática e Educação Financeira encontraram outra generalização para o montante (M), de juros simples, ao responder a letra “d” da tarefa:

$$M_n = C \cdot i \cdot n + C =$$

$$M_n = C (1 + i \cdot n) \quad (\text{Eq. 12})$$

Notação:

M_n = montante;
 C = capital inicial;
 i = taxa de juros;
 n = tempo (prazo).

De acordo com os grupos Educação Financeira e Matemática, a respeito da P. G., tem-se a seguinte sequência: (10.000; 10.100; 10.201; 10.303,01; 10.406,04 etc.). Nota-se que a partir do termo inicial obtém-se o segundo, realizando-se a multiplicação por 1,01. O terceiro termo obtém-se multiplicando-se o segundo termo por 1,01 e assim sucessivamente.

Quadro 8: Resolução da Tarefa

$b_0 = 10.000,00$		
$b_1 = 10.100,00$	$\times 1,01$	
$b_2 = 10.201,00$	$\times 1,01$	
$b_3 = 10.303,01$	$\times 1,01$	
$b_4 = 10.406,04$	$\times 1,01$	
Observa-se que esta P. G. possui razão 1,01		

Fonte: Dados de Pesquisa.

Generalizando a razão de uma P. G.:

Quadro 9: Resolução da Tarefa

$q = \frac{10100}{10000} = 1,01$ $q = \frac{10201}{10100} = 1,01$ $q = \frac{b_n}{b_{n-1}} = 1,01$	$b_1 = b_0 \cdot q$ $b_2 = b_1 \cdot q$ $b_3 = b_2 \cdot q$
--	---

Fonte: Dados de Pesquisa.

Logo:

$$q = \frac{b_n}{b_{n-1}} \quad (\text{Eq. 13})$$

$$b_n = b_{n-1} \cdot q \quad (\text{Eq. 14})$$

Notação:

q = razão;

n = tempo (prazo);

b_n = termo no tempo n ;

b_{n-1} = termo anterior a n .

Como a razão (q) do problema é igual a 1,01 pode-se dizer, por exemplo, que a correção mensal de uma aplicação inicial de R\$10.000,00 é igual a 1% sobre o M (montante), já que se trata de juros compostos: $100\% + 1\% = (1 + i) = 1 + 0,01 = 1,01$.

Quadro 10: Resolução da Tarefa

$i = \frac{i\%}{100} = \frac{1}{100} = 0,01$ $q = (1 + 0,01) = 1,01$ $i = (1,01 - 1) = 0,01$
--

Fonte: Dados de Pesquisa.

$$q = (1 + i) \quad (\text{Eq. 15})$$

$$i = (q - 1) \quad (\text{Eq. 16})$$

Assim, pode-se concluir, a partir da resolução obtida pelos grupos Ensino e Matemática, que uma aplicação a juros compostos de um capital inicial (C), a uma

taxa de juros (i), produz montantes (M) que são termos de uma progressão geométrica (P. G.), de acordo com o termo inicial (C) e razão (q) dada por $(1+i)$.

Quadro 11: Resolução da Tarefa

$n = 1 \rightarrow b_1 = b_0 \cdot q = 10.000,00 \cdot 1,01 = 10.100,00 = M_1$
$n = 2 \rightarrow b_2 = b_1 \cdot q = 10.100,00 \cdot 1,01 = 10.201,00 = M_2$
$n = 3 \rightarrow b_3 = b_2 \cdot q = 10.201,00 \cdot 1,01 = 10.303,01 = M_3$
$n = 4 \rightarrow b_4 = b_3 \cdot q = 10.303,01 \cdot 1,01 = 10.406,04 = M_4$

Fonte: Dados de Pesquisa.

Logo:

Quadro 12: Resolução da Tarefa

$n = 1 \rightarrow M_1 = C \cdot (1 + i)^n = 10.000,00 \cdot (1,01)^1 = 10.100,00$
$n = 2 \rightarrow M_2 = C \cdot (1 + i)^n = 10.000,00 \cdot (1,01)^2 = 10.201,00$
$n = 3 \rightarrow M_3 = C \cdot (1 + i)^n = 10.000,00 \cdot (1,01)^3 = 10.303,01$
$n = 4 \rightarrow M_4 = C \cdot (1 + i)^n = 10.000,00 \cdot (1,01)^4 = 10.406,04$

Fonte: Dados de Pesquisa.

Portanto, obtém-se a equação de juros compostos:

$$M_n = C \cdot (1 + i)^n \quad (\text{Eq. 17})$$

Notação:

C = capital inicial;

n = tempo (prazo);

M_n = montante no tempo n ;

i = taxa de juros.

Com relação à pergunta da letra “b” da tarefa investigativa, os quatro grupos, de modo geral, salientaram que, conforme a resolução da pergunta anterior (letra “a”), a coluna 2 é uma P. A. (progressão aritmética). Desse modo, pode ser descrita por uma função afim e ter seus termos formalizados da seguinte forma:

$$f(x) = ax + b \quad (\text{Eq. 18})$$

Notação:

$x = n$ (prazo);

$a = 100$ (razão);

$b = 10.000$ (capital inicial).

A coluna 3, de acordo com os quatro grupos, é uma P. G. (progressão geométrica), de modo que pode ser descrita por uma função exponencial e ter seus termos assim formalizados:

$$f(x) = k \cdot a^x \quad (\text{Eq. 19})$$

Notação:

$x = n$ (prazo);

$a = 1,01$ (razão);
 $k = 10.000$ (capital inicial).

Com relação à pergunta da letra “c”, os grupos encontraram as seguintes generalizações para taxa de juros:

Juros Simples:

$$i = \frac{r}{c} \rightarrow \text{Equação proveniente da P. A.} \quad (\text{Eq. 20})$$

$$i = \frac{a}{b} \rightarrow \text{Equação proveniente da função afim} \quad (\text{Eq. 21})$$

Juros Compostos:

$$i = (q - 1) \rightarrow \text{Equação proveniente da P. G.} \quad (\text{Eq. 22})$$

$$i = (a - 1) \rightarrow \text{Equação proveniente da função exponencial} \quad (\text{Eq. 23})$$

Com relação à letra “e” da tarefa, o grupo Educação Financeira utilizou o *software Geogebra* e a partir dos gráficos respondeu: para o credor e em espaços de tempo muito pequenos é mais vantajoso emprestar dinheiro a juros simples, enquanto para grandes espaços de tempo é mais vantajoso emprestar a juros compostos. Em contrapartida, para o devedor, o raciocínio é inverso, os juros compostos são mais vantajosos quando o prazo (tempo) for curto. Logo, os juros compostos nem sempre são piores para o devedor, tudo vai depender do prazo (n).

b) Percepções dos professores com relação à tarefa investigativa e à aprendizagem

Para que uma tarefa seja considerada como investigação, segundo Oliveira, Segurado e Ponte (1998), é fundamental que a situação seja motivadora e desafiadora, não sendo imediatamente acessíveis, ao sujeito, o processo de resolução e a solução ou soluções da atividade. De fato, alguns participantes da pesquisa, inicialmente, não sabiam como começar a resolver a questão e queriam pesquisar as fórmulas de juros na *internet*, conforme respostas dos professores P6, P7 e P11:

No início da questão não tínhamos nenhum resultado, as dificuldades foram muitas, não sabia opinar [...]. No nosso grupo, íamos levantando hipóteses e resolvendo as questões e quando surgiam dúvidas, conversávamos em conjunto para obter a melhor solução. Estamos sempre recebendo propostas dos bancos e são bem tentadoras [...]. Com a atividade aprendi que devemos investigar bem as propostas oferecidas para não fazer um negócio que não seja bom para nós e sim para os bancos (P6).

Pelas fórmulas de juros, se fornecidas, seria mais fácil resolver a questão do que ter que descobri-las por progressões e funções (P7).

Alguns pensamentos dos colegas foram além dos meus em diversos aspectos da questão, logo pretendo a cada dia aprender mais com estudos em grupo. O grupo consegue dialogar e perceber certos detalhes que nós (sozinhos) seria mais complicado ou levaria mais tempo para resolução (P11).

Brocardo (2001) ressalta que é com esse tipo de tarefa que os indivíduos se motivam a buscar a solução do problema e adquirir conhecimento, conforme bem salientam os professores P6 e P11. É exatamente por meio das percepções iniciais sobre o tema, formulação de hipóteses e elaboração de estratégias de resolução que os pequenos grupos encontram o desfecho da situação. Deaquino (2008, p. 37) considera que “uma discussão em pequenos grupos permite aos aprendizes compartilhar experiências e ideias na busca de solução de problemas”. Desse modo, com a troca de saberes nos pequenos grupos, os professores conseguiram resolver o problema e aprender o conteúdo, sem ter que pesquisar as equações de juros simples e compostos, seja por não lembrar ou para conferir se a fórmula pensada estava correta.

Cabe destacar que alguns professores afirmaram que iriam retornar ao estudo de progressões e ensinar os seus alunos a partir do conhecimento adquirido na formação, conectando a Matemática com a Educação Financeira e relacionando a teoria com a prática, conforme se observa pela resposta do professor P6:

Antes da atividade sabia muito pouco, hoje gostaria de aplicar em sala de aula (P6).

Como visto, a investigação matemática contribuiu para o aumento da capacidade de raciocínio dos professores ao terem que, a partir de quadros, formular e testar conjecturas, bem como criar generalizações, o que desenvolveu seu pensamento crítico para o enfrentamento de situações financeiras do dia a dia, conforme mencionado por P6, ao referir-se às propostas oferecidas pelos bancos. Dessa forma, foi considerado um avanço nos processos de ensino e aprendizagem ao descobrirem as equações de juros simples e compostos, através dos conteúdos de progressões aritmética e geométrica, funções afim e exponencial, assim como da relação da tarefa investigativa com situações-problema do cotidiano.

4 Considerações Finais

Este estudo, de abordagem qualitativa, teve o propósito de investigar como uma tarefa de investigação matemática sobre regimes de capitalização simples e

composto pode estar vinculada a conhecimentos de progressões aritmética e geométrica e funções afime exponencial. Com a análise dos dados foi possível atingir o objetivo proposto. Os dados foram agrupados em duas categorias: a) estratégias de resolução e conjecturas, e b) percepções dos professores com relação à tarefa investigativa e à aprendizagem. Os dados representativos dessas categorias demonstram que os participantes da pesquisa aprenderam o conteúdo e desenvolveram o pensamento crítico em situações-problema que fazem parte do nosso dia a dia. De modo geral, os grupos gostaram bastante da tarefa e, a partir das constatações dos professores, depreende-se que existe uma relação entre a Matemática Básica, Matemática Financeira e Educação Financeira, e a vinculação desses conceitos torna-se mais evidente quando é possível estabelecer relações entre teoria e prática, perceber a conexão entre os conteúdos e as suas aplicações no cotidiano das pessoas.

Nesse contexto, cabe ao professor relacionar o conteúdo aprendido com o dia a dia, estimulando a autonomia e o pensamento crítico e reflexivo de seus alunos, contribuindo dessa forma para a cidadania e o desenvolvimento de seu país, como consta na Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2017).

Referências

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. **BNCC: Base Nacional Comum Curricular**. 2017. Ministério da Educação. Brasília. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/documentos/bncc-2versao.revista.pdf>. Acesso em 16 de julho de 2022.

BROCARD, J. Investigações na aula de Matemática: a história da Rita. In: LOPES, I. C.; SILVA, J.; FIGUEIREDO, P. (Ed.). **Actas ProfMat**. APM, Lisboa, p. 155-161, 2001.

DEAQUINO, C. T. E. **Como aprender: andragogia e as habilidades de aprendizagem**. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.

FRANZONI, P. **Investigação matemática no ensino de Educação Financeira e Economia: uma vivência com licenciandos em Matemática**. 256 p. Tese (Doutorado em Ensino) – Programa de Pós-Graduação em Ensino, Universidade do Vale do Taquari (Univates), Lajeado, RS, 2020.

GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. **Métodos de pesquisa**. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

GOLDENBERG, E. P. Quatro funções da investigação na aula de Matemática. In: ABRANTES, P.; PONTE, J. P.; FONSECA, H.; BRUNHEIRA, L. **Investigações matemáticas na aula e no currículo**. Lisboa: APMM e Projecto MPT, p. 35-49, 1999.

LUDKE, M.; ANDRÉ, M. **Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 2013.

MORAES, R.; GALIAZZI, M. do C. **Análise textual discursiva**. Ijuí: Editora Unijuí, 2016.

OLIVEIRA, H., SEGURADO, M. I., PONTE, J. P. Tarefas de investigação em Matemática: Histórias da sala de aula. In: G. Cebola & M. Pinheiro (Eds.), **Desenvolvimento curricular em Matemática**. Lisboa: SEM-SPCE, p. 107-125, 1998.

ORGANIZAÇÃO DAS NAÇÕES UNIDAS, ONU. **Objetivos de Desenvolvimento Sustentável: as Nações Unidas no Brasil**. Disponível em: <https://brasil.un.org/pt-br/sdgs>. Acesso em: 02 de março de 2024.

PONTE, J. P. da; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2015.

SCHMITT, F. E. **Abordando geometria por meio da investigação matemática: um comparativo entre o 5º e o 9º ano do ensino fundamental**. 2015. Dissertação de Mestrado Profissional (Ensino de Ciências Exatas). UNIVATES. Lajeado, RS.

TEIXEIRA, J. **Um estudo diagnóstico sobre a percepção da relação entre educação financeira e matemática financeira**. Tese de Doutorado (Educação Matemática). PUC. São Paulo, 2015.