

# Análise de erros em Resoluções de Problemas Probabilísticos cometidos por estudantes concluintes do Curso de Pedagogia

Reinaldo Feio Lima<sup>1</sup>

Cassio Cristiano Giordano<sup>2</sup>

Lorí Viali<sup>3</sup>

**Resumo:** Este artigo analisou os erros cometidos por estudantes de Pedagogia de uma universidade pública do estado do Pará, Brasil, na resolução de problemas matemáticos que envolvem Probabilidade. Buscou-se identificar e analisar os erros que os estudantes cometeram ao cursarem a disciplina Fundamentos Teóricos e Metodológicos em Matemática. O trabalho apresenta uma abordagem investigativa qualitativa e de cunho exploratório. A questão norteadora foi: quais as possibilidades de aprendizagem reveladas a partir dos erros cometidos pelos futuros pedagogos, em atividades que envolvem conteúdos probabilísticos? Para a análise dos dados produzidos, utilizou-se a Análise de Conteúdo, de Bardin (2011), embasada na Análise de Erros, de Cury (2019). Os resultados apontaram para a necessidade de se redobrar esforços na formação inicial e continuada de professores que ensinam Matemática, principalmente na perspectiva da Resolução de Problemas, envolvendo a discussão sobre a natureza dos erros cometidos, uma vez que eles abrem possibilidades para aprofundar a aprendizagem em relação ao conhecimento dos conteúdos probabilísticos.

**Palavras-chave:** Resolução de problemas. Análise de erros. Ensino de Probabilidade. Educação Probabilística. Formação matemática de professores polivalentes.

## Analysis of errors in Probabilistic Problem-solving made by students completing the Pedagogy Course

**Abstract:** This article analyzed the errors made by Pedagogy students from a public university in Pará (Brazil) when solving mathematical problems involving Probability. The aim was to identify and analyze the students' errors when taking Theoretical and Methodological Foundations in Mathematics subject. The work presents a qualitative and exploratory investigative approach. The guiding question was: what are the learning possibilities revealed from the errors made by future pedagogues in activities involving probabilistic content? We used Bardin's Content Analysis (2011) based on Cury's Error Analysis (2019) on data analyses. The results showed the need to redouble efforts in the initial and continuing education of Mathematics teachers, especially from the perspective of problem-solving involving the discussion about the nature of the errors, since they open up possibilities for deepening learning about the knowledge of probabilistic content.

**Keywords:** Problem-solving. Error analysis. Teaching Probability. Probabilistic Education. Mathematical training for multipurpose teachers.

<sup>1</sup> Universidade Federal do Pará, UFPA — Abaetetuba (PA), Brasil. ✉ [reinaldo.lima@ufpa.br](mailto:reinaldo.lima@ufpa.br)   
<https://orcid.org/0000-0003-2038-7997>. <http://lattes.cnpq.br/9408343501581038>

<sup>2</sup> Secretaria de Educação do Estado de São Paulo — Santo André (SP), Brasil. ✉ [ccgiordano@gmail.com](mailto:ccgiordano@gmail.com)  
 <https://orcid.org/0000-0002-2017-1195>. <http://lattes.cnpq.br/1005379144784841>

<sup>3</sup> Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, PUCRS — Porto Alegre (RS), Brasil. ✉ [nome@provedor.com.br](mailto:nome@provedor.com.br)  <https://orcid.org/0000-0001-9944-3845>. <http://lattes.cnpq.br/1518758816917180>

## **Análisis de errores en la Resolución de Problemas Probabilísticos cometidos por estudiantes de la carrera de Pedagogía**

**Resumen:** Este artículo analizó los errores cometidos por estudiantes de Pedagogía de una universidad pública del estado de Pará, Brasil, al resolver problemas matemáticos que involucran Probabilidad. Se buscó identificar y analizar los errores que cometieron los estudiantes al cursar la asignatura Fundamentos Teóricos y Metodológicos en Matemática. El trabajo utilizó un enfoque investigativo cualitativo y exploratorio. La pregunta orientadora fue: ¿cuáles son las posibilidades de aprendizaje que se revelan a partir de los errores cometidos por los futuros pedagogos, en actividades que involucran contenidos probabilísticos? Para analizar los datos producidos se utilizó el Análisis de Contenido, de Bardin (2011), con base en el Análisis de Error, de Cury (2019). Los resultados apuntaron a la necesidad de redoblar esfuerzos en la formación inicial y continua de los profesores que enseñan Matemáticas, principalmente desde la perspectiva de la Resolución de Problemas, involucrando la discusión sobre la naturaleza de los errores cometidos. Ya que abren posibilidades para profundizar el aprendizaje en relación al conocimiento de contenidos probabilísticos.

**Palabras clave:** Solución de problemas. Análisis de errores. Probabilidad. Educación Probabilística. Formación matemática para profesores polivalentes.

### **1 Considerações iniciais**

Por anos o *erro* foi caracterizado como a falta de conhecimento ou não entendimento do conteúdo por parte do estudante, na História da Educação, principalmente no campo da Educação Matemática. Ou, ainda, “como também um processo sem utilidade que não se poderia tirar proveito algum” (Pinto; Menezes, 2022, p. 2). A partir do século XX, observou-se uma mudança de paradigma, quando professores ou pesquisadores de diferentes áreas começaram a estudar essa temática, estabelecendo perspectivas do *erro* como base para o desenvolvimento do aprendizado (Pinto; Menezes, 2022).

Apesar de ser um tema relevante para a educação, conforme caracterizado na Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018), os estudantes dos diferentes níveis de ensino apresentam dificuldades relativas ao aspecto conceitual, aritmético e procedimental nos conteúdos probabilísticos (Cury, 2019). Dessa forma, ao se analisar o *erro* na perspectiva da aprendizagem de Probabilidade, é conveniente que ele seja trabalhado a partir da Educação Infantil. A razão é que as crianças entendem Probabilidade por meio de quatro demandas cognitivas: i) entendimento da aleatoriedade, ii) identificação do espaço amostral, iii) comparação e quantificação das probabilidades, e iv) estabelecimento de correlação ou relação (Bryant; Nunes, 2012).

Em situações de processos de ensino e de aprendizagem deste conteúdo, pretende-se que o estudante concluinte do curso de Pedagogia seja protagonista de sua própria aprendizagem, já que é um agente que deverá compreender as nuances do processo a partir do qual deverá desenvolver novos conhecimentos, neste caso, os conceitos iniciais de probabilidade (Pontes; Núñez, 2019). Nessa perspectiva, considerando-se a relevância de tratar o *erro* como um recurso de aprendizagem, objetivamos, nesta investigação, *identificar e analisar os erros que os estudantes do curso de Pedagogia cometeram em questões de Probabilidade, bem como elaborar hipóteses explicativas sobre a natureza desses erros.*

Para buscar atingir o objetivo, utilizou-se a metodologia de análise de erros, segundo Cury (2019). Para tal, são apresentados os pressupostos teóricos, o método utilizado na pesquisa, bem como a análise do desenvolvimento de uma atividade de Probabilidade realizada por alunos da Licenciatura em Pedagogia de uma universidade pública paraense.

## 2 Pressupostos teóricos

A análise de erros como método de investigação é a metodologia adotada no presente estudo, que tem como tema específico a análise de problemas probabilísticos. Antes, porém, de apresentar a análise dos registros dos futuros pedagogos, é necessário trazer os construtos teóricos acerca dos erros em Matemática nas pesquisas realizadas sobre a temática. Isso envolve a temática do *erro probabilístico* como uma *questão didática* e como uma *questão psicológica* (Silva *et al.*, 2023).

Na primeira - *questão didática* – o erro passa a ser compreendido sob duas perspectivas. Para Alro e Skovsmose (2006), a primeira perspectiva é o absolutismo burocrático, isto é, o erro passa a ser entendido como o que é certo e o que é errado, regendo, assim, as formas de comunicação Matemática na sala de aula. Logo, o papel do professor é corrigir os erros (Spinillo *et al.*, 2014). Na segunda perspectiva, o erro passa a ser compreendido como uma *estratégia didática*, ou seja, uma forma de identificar as dificuldades dos estudantes em raciocinar diante dos conteúdos matemáticos. De modo que, a partir dessa limitação, seja possível propor metodologias para superar as dificuldades experimentadas (Santos; Buriasco, 2008). Sobre isso, Pinto (2000, p. 11) destaca o papel do erro na construção do conhecimento

matemático do estudante e sua função pedagógica, ao considerá-lo “uma oportunidade didática para o professor organizar melhor seu ensino, a fim de criar situações apropriadas para o aluno superar seus erros”.

Na segunda questão - *a psicológica* – pondera-se que o erro revela uma lógica na organização intelectual dos estudantes, ou seja, uma forma de raciocinar frente a um objeto de conhecimento qualquer (Casávola, 1988). Assim, o erro é uma forma de raciocinar que precisa ser interpretada/compreendida, pois emerge de uma concepção sobre dado conceito matemático (Silva *et al.*, 2023; Santos; Buriasco, 2008).

Silva *et al.* (2023) argumentam em seus estudos que os erros, assim como os acertos, são formas de raciocinar que indicam direcionamentos para se compreender os limites e as possibilidades do pensamento frente ao objeto de conhecimento, no caso os diferentes conceitos matemáticos, particularmente, os conceitos iniciais de probabilidade. Esta forma de conceber o erro tem raízes numa abordagem construtivista (Botelho *et al.*, 2006; Castro *et al.*, 2006; Spinillo, 1999), isto é, o erro não é algo que falta, mas algo que o estudante registra em dada situação e em dado momento (Santos; Buriasco, 2008). Logo, ele precisa ser interpretado à luz de um referencial para que se possa ter o resultado de conhecimentos matemáticos (Radatz, 1979; 1980).

As citações acima vão ao encontro da metodologia de análise de erros proposta por Cury (2019), adotada nesse estudo, e que consiste na observação do erro com o intuito de compreender a sua origem e determinar as suas causas. Com essa metodologia, é possível, também, identificar e compreender os erros que os estudantes do curso de Pedagogia cometeram em questões de Probabilidade, além de se buscar implicações das possibilidades de aprendizagem que se revelam a partir desses erros.

Para fazer a análise, tendo por base Cury (2019), foi necessária a leitura atenta de todos os registros e a audição dos áudios coletados. Após essa etapa, os registros foram classificados em: a) *Correto*, quando o estudante obteve sucesso na resolução do problema probabilístico; b) *Parcialmente correto*, quando o estudante apresentou uma estratégia correta para a resolução do problema, mas não obteve êxito na sua totalidade; c) *Incorreto*: o estudante não atingiu o objetivo previsto na resolução do

problema probabilístico. Alguns tipos de questões apenas admitiram a classificação em correta ou incorreta.

### **3 A análise de erros como metodologia de pesquisa**

Este estudo se inseriu nas características da vertente qualitativa em Educação Matemática (Garnica, 2004; Minayo, 2004). Os elementos que justificam a escolha são os pontos de vista subjetivos presentes nos dados produzidos e analisados, sendo eles: (1) as reflexões sobre o papel de professor e professor-pesquisador na formação matemática de futuros pedagogos; (2) as observações, ações e reflexões dos professores (professor regente, professor-pesquisador e orientador) e alunos sobre o desempenho de ambos nos processos de ensino e de aprendizagem em Probabilidade; (3) o uso de análise de erros como estratégia didática e metodológica no campo da Educação Probabilística; (4) o enfoque indutivo utilizado na análise dos registros dos erros dos estudantes; e (5) o procedimento interpretativo e descritivo empregado para apresentação e análise dos dados dos futuros pedagogos.

A pesquisa teve como contexto ‘pedagogos em formação inicial’, que estavam cursando a disciplina Fundamentos Teóricos e Metodológicos em Matemática, de uma Instituição de Ensino Superior do estado Pará, no ano de 2022. A escolha da amostra de participantes foi feita por conveniência, uma vez que o primeiro autor lecionava para essa turma na ocasião da pesquisa.

A coleta dos dados foi realizada por intermédio de atividades e da gravação dos diálogos com os 14 estudantes que participaram na ocasião do trabalho com os conteúdos de Probabilidade. Esses estudantes foram nomeados como P1, P2, ..., P14 como forma de manter o anonimato tanto nos registros escritos quanto nos áudios. Além dos registros e áudios mencionados, foram utilizadas, como dados da investigação, as anotações de um diário de campo; ainda, foi solicitado aos estudantes que não apagassem nenhum dos registros efetuados como forma de tornar a coleta dos dados mais fidedigna possível. As atividades foram realizadas de forma individual pelos participantes, com alguma intervenção pontual do professor-pesquisador responsável pela turma.

Utilizou-se a Análise de Conteúdo apresentada por Bardin (1977) na perspectiva metodológica, já que o intuito foi realizar uma descrição dos dados

qualitativos. A seguir, apresenta-se a definição de Análise de Conteúdo pela autora como sendo:

Um conjunto de técnicas de análise das comunicações, visando obter, por procedimentos objetivos e sistemáticos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção destas mensagens (Bardin, 1977, p. 42).

Complementando, Rodrigues (2019, p. 23) argumenta que, ao utilizar da Análise de Conteúdo enquanto procedimento de análise de dados, requer-se do pesquisador uma atenção na organização dos dados, ou seja:

Ao utilizar a Análise de Conteúdo, o pesquisador precisa ter cuidado para descrever cada uma das fases de análise, pois, por mais que se mantenham a flexibilidade e a criatividade, caracteriza-se como forma de explicitar a organização dos dados na redação da pesquisa. (Rodrigues, 2019, p. 23)

Portanto, considera-se o que aponta Rodrigues (2019, p. 22): “alguns conceitos da Análise de Conteúdo para a organização, tratamento e interpretação dos dados coletados de toda classe de documentos e textos, a fim de compreender profundamente o objetivo da pesquisa”. Para Gil (2008, p. 194), “a análise dos dados na pesquisa qualitativa passa a depender muito da capacidade e do estilo do pesquisador”. Sendo assim, segue-se aqui o procedimento de Análise de Conteúdo de Bardin (2011), que, conforme sugerido, consiste das seguintes etapas (Bardin, 2011).

Na primeira fase da Análise de Conteúdo, há essa etapa que se destina à pré-análise, onde os dados são organizados por meio de uma leitura flutuante do material. De acordo com Bardin (1977, p. 96), esse momento “consiste em estabelecer contato com os documentos a analisar e conhecer o texto, deixando-se invadir por impressões e orientações”. Aos poucos, as leituras realizadas nos registros dos estudantes vão ganhando forma e ganhando significado para o pesquisador, pois, de acordo com Bardin (1977, p. 101), “pode ir desde o alinhamento dos enunciados intactos, proposição por proposição, até à transformação linguística dos sintagmas, para standardização e classificação por equivalência”.

Na segunda etapa, há a Exploração do Material, que, conforme Bardin (1997), se refere aos dados produzidos durante a pesquisa que passarão por uma análise minuciosa pelo pesquisador, à luz do referencial teórico, levando à compreensão das

mensagens para codificação da Unidade de Registro. Rodrigues (2019, p. 27), argumenta que as Unidade de Registro são “trechos significativos das respostas ou depoimentos dos participantes”. Para Bardin (1977, p. 104), “É a unidade de significação a codificar e corresponde ao segmento de conteúdo a considerar como unidade de base, visando à categorização e à contagem frequencial”.

Na terceira fase, há essa etapa que se destina ao tratamento dos resultados, momento em que o pesquisador fará as interpretações inferenciais, destacando suas compreensões do objeto investigado. Rodrigues (2019, p. 32), referenciando Beline *et al.* (2010, p. 6), ressalta que “interpretar é melhorar a compreensão dos fenômenos sob investigação, é estabelecer pontes antes inexistentes entre os textos que compõem o corpus da pesquisa, gerando assim um metatexto que exprime suas compreensões sobre o fenômeno investigado”. O detalhamento dos resultados será apresentado na próxima seção.

#### 4 Apresentação e análise dos dados

Para iniciar o processo de identificação e análise dos tipos de erros mais comuns, com base na Metodologia de Análise de Erros de Cury (2019), observa-se que os tipos de erros identificados nos registros/respostas foram similares aos erros encontrados por Costa (2020), logo, optou-se por adotar a categorização de erros proposta por Costa (2020), com adaptações (Quadro 1):

Quadro 1 – Tipos de erros identificados nos registros combinatórios

| Código | Tipo de erro     | Explicitação do tipo de erro                                                                                               |
|--------|------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| E1     | Erro aritmético  | Registro do erro que o(s) estudante(s) cometeu(eram) durante algum procedimento aritmético.                                |
| E2     | Erro conceitual  | Registro do erro que o(s) estudante(s) cometeu(eram) durante a aplicação de algum conceito relacionado à Combinatória.     |
| E3     | Erro processual  | Registro do erro que o(s) estudante(s) cometeu(eram) durante o processo de interpretação do problema combinatório.         |
| E4     | Erro operacional | Registro do erro operacional que o(s) estudante(s) cometeu(eram) durante a estratégia resolutive do problema combinatório. |

Fonte: Adaptado de Costa (2020, p. 58).

Salienta-se que durante o processo de análise do registro combinatório, observaram-se que algumas estratégias resolutivas apresentaram mais de um tipo de erro. Sendo assim, ao se realizar a análise dos erros cometidos pelos estudantes na resolução dos problemas probabilísticos propostos, identificou-se que alguns registros apresentaram mais de um tipo de erro. Considerando o referencial teórico, houve exemplos de resoluções de problemas probabilísticos que apresentaram registros corretos, parcialmente corretos ou incorretos, seguidos de uma breve análise dos erros identificados.

Exemplo 1 - *Em um estojo há 15 lápis coloridos e 6 lápis pretos. a) Se você retirar, ao acaso, um lápis desse estojo, a chance maior é de que esse lápis seja colorido ou preto? b) Qual a probabilidade de retirar um lápis colorido? c) Qual a probabilidade de retirar um lápis preto?* Ao finalizar o enunciado do problema no quadro, ouviram-se inúmeros questionamentos; o recorte do diálogo abaixo exemplifica alguns:

P4: Essa disciplina ficou para o último semestre, agora entendi (risos).  
Professor: Vamos organizar nossas falas para que todos possam falar.  
P7: Aparecem algumas palavras que sempre vejo em propaganda de jogos.  
Professor: Você poderia citar.  
P7: Ao acaso, chance e probabilidade. Só não sei o que significa (risos)  
P11: Eu grifei aqui por achar que são palavras-chave.  
P14: Eu já fui logo respondendo (risos).  
P1: Probabilidade tem a ver com esse negócio se vai ganhar ou não alguma coisa no sorteio.  
P5: Eu acho que tem a ver com sorte de azar.  
P9: Eu penso que seja para acertar ou errar alguma coisa.  
Professor: Estou gostando. E a chance?  
P1: Professor, tem a ver com se vai dar ou certo ou não.  
P11: Se eu vou conseguir ou não.  
P8: Se eu acertei ou não alguma coisa.  
P7: Ao acaso pode ser de qualquer jeito.  
Professor: Alguém mais para contribuir?  
P4: De forma aleatória.  
P12: Sem uma regra para acontecer.  
P3: Ou sem uma lei para seguir (risos)

O trecho acima corrobora as pesquisas de Pietropaolo *et al.* (2015) e de Carvalho (2017), que investigam os conhecimentos e as concepções de professores dos anos finais do Ensino Fundamental com relação ao Ensino de Probabilidade. Os resultados das pesquisas indicaram as dificuldades dos professores em definir o conceito de Probabilidade e responder atividades envolvendo dados e moedas. Além disso, constataram a falta de conhecimento dos conceitos básicos para o nível de

escolaridade que estão habilitados para ensinar. Assim, na presente pesquisa, as ações dialógicas na sala de aula foram determinantes para perceber certa falta de compreensão de conceitos probabilísticos (Polya; Szego, 1945). Isso pode ser ilustrado pela fala de P7, que corrobora as demais falas no sentido de que a passagem da visualização da situação-problema para o registro natural da linguagem matemática (Duval, 2012) não é um processo fácil. Isso porque, para os estudantes esse processo depende de algumas variáveis, por exemplo, maturidade matemática e experiência de vida (Barbosa; Costa, 2023). De acordo com (Brasil, 1997, p. 29), “[...] reconhecendo que resolvem problemas, mesmo que razoavelmente complexos, lançando mão de seus conhecimentos sobre o assunto e buscando estabelecer relações entre o já conhecido e o novo”.

A situação-problema, que foi aqui elaborada, considera os conteúdos propostos na Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018) para o Ensino Fundamental, de forma a possibilitar que os estudantes pedagogos tenham a compreensão, inicialmente, de conceitos básicos de Probabilidade advindos da leitura do problema. Para tal a situação, foi utilizada, também, para identificar os *erros na linguagem probabilística* que aconteceram no diálogo. Esse estudo se assemelha ao de Oliveira Junior e Kian (2022), Alveal, Levicoy e Vásquez (2018), Vásquez e Alsina (2017) e Marocci e Nacarato (2013), no sentido de que buscou ouvir e fomentar os diálogos com os estudantes sobre as ideias iniciais dos conceitos probabilísticos, de modo a ampliar gradativamente os significados já construídos e progredir para a formação dos conceitos probabilísticos, bem como compreender na prática como estes conteúdos fazem parte da vida e sua importância desde a Educação Infantil.

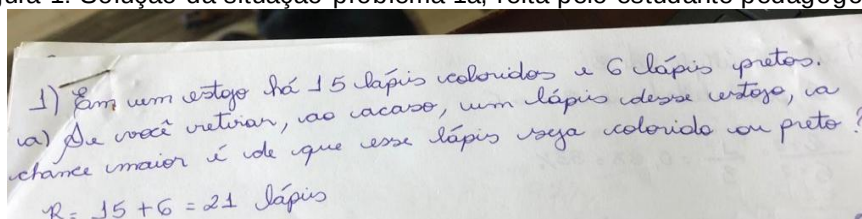
Uma possível origem dos erros pode estar atrelada à divulgação dos conceitos probabilísticos pelos meios de comunicação, de forma bastante informal e variada, que podem ser mal interpretados pelo público. Isso ainda pode ser somado à falta ou ao pouco contato formal com a Probabilidade no Ensino Fundamental e Médio. Um exemplo é o termo ‘chance’ que normalmente é utilizado como sinônimo de probabilidade. Nesse momento, foi destacado para a turma que o conceito de ‘chance’ não é o mesmo que o de ‘probabilidade’. No material didático entregue sobre a disciplina, observou-se que ‘probabilidade’ é definida classicamente como a razão entre o número de casos favoráveis e o número de casos possíveis. Já o conceito de ‘chance’ é a razão entre o número de casos favoráveis e o de não favoráveis (Bueno;

Viali; Müller, 2019). Reforçou-se, ainda, que uma probabilidade normalmente é expressa por uma fração, um decimal ou por um percentual; já a chance é geralmente expressa como uma proporção. Por exemplo, “no lançamento de uma moeda equilibrada, a probabilidade de cara é de  $\frac{1}{2}$  ou 50%; já a chance de cara é de 1 para 1, isto é, um caso favorável (cara) contra um desfavorável (coroa)” (Fulton *et al.*, 2012, p. 4).

Logo, “os significados indicados pelos alunos ao vocábulo “acaso” se referem ao contexto no qual está inserido ou a sua percepção de mundo” (Oliveira Júnior; Kian; Silva Santos, 2023, p. 111). No entanto, torna-se necessário realizar observações sobre o evento, de modo a poder concluir se um resultado é mais provável do que os outros (Batanero, 2015; Salmerón, 2015; Morgado *et al.*, 2004). Portanto, o recorte dos diálogos mostra indícios de que os alunos relacionam o acaso e a chance com a sorte e com termos relacionados a fenômenos que ocorrem inesperadamente (Oliveira Júnior, Kian, 2022).

No item 1a – *Se você retirar, ao acaso, um lápis desse estojo, a chance maior é de que esse lápis seja colorido ou preto?* O erro encontrado nessa resolução foi classificado como *erro de interpretação* e correspondeu a 85,71% do total, ou seja, 12 (doze) estudantes pedagogos cometeram equívocos na interpretação do enunciado do problema, conforme exemplificado pela Figura 1.

Figura 1: Solução da situação-problema 1a, feita pelo estudante pedagogo P14



Fonte: Acervo pessoal (2022).

Embora não se possa afirmar com certeza qual o raciocínio probabilístico utilizado pelos estudantes pedagogos ao resolverem o item 1a, pode-se inferir, a partir dos registros produzidos por eles, indícios de representação do *erro total* (Cury, 2019); isto é, resposta sem fundamento, popularmente conhecida como “chute” (Barbosa; Costa, 2023). Por exemplo, a resolução do aluno P14 evidencia, destacadamente, indícios de representação numérica, especialmente quando utiliza adição de números

naturais para responder que a chance maior é de que esse lápis seja colorido, de forma incorreta (Cury, 2019).

No item 1b (*Qual a probabilidade de retirar um lápis colorido?*), os erros identificados nas resoluções foram classificados como *erros interpretativos* e *numéricos*, que corresponderam a 71,43% do total, ou seja, dez estudantes pedagogos apresentaram, por meio dos seus registros, equívocos na interpretação do enunciado do problema. A Figura 2 ilustra uma dessas situações.

Figura 2: Solução da situação-problema 1b, feita pelo estudante pedagogo P12

b) Qual a probabilidade de retirar um lápis colorido?  
A probabilidade é 9,  
 $15 - 6 = 9$

Fonte: Acervo pessoal (2022).

Figura 3: Solução da situação-problema 1b, feita pelo estudante pedagogo P7

b) Qual a probabilidade de retirar um lápis colorido?  
 $21 - 1 = 20$

Fonte: Acervo pessoal (2022).

Figura 4: Solução da situação-problema 1b, feita pelo estudante pedagogo P1

b) Qual a probabilidade de retirar um lápis colorido?  
 $15/20$

Fonte: Acervo pessoal (2022).

As Figuras 2, 3 e 4 ilustram os registros incorretos, isto é, *erros interpretativos* e *numéricos*. A resolução do aluno P12 mostra indícios de que ele pode ter esquecido que o espaço amostral é composto por 21 lápis. Isso fica evidente quando ele subtrai os valores das cores dos lápis ao invés de somar. Já o registro do estudante P7 parte do valor correto do total do espaço amostral, mas subtrai uma unidade desse valor talvez retirando o valor do lápis que é solicitado na questão, demonstrando um *erro interpretativo*. Já o estudante P1 realiza uma operação de divisão errônea com os valores apresentados no enunciado.

Desse modo, era esperado que os alunos apresentassem como possíveis respostas as seguintes expressões:  $15/21$ ,  $5/7$ ,  $0,71$  ou  $71\%$ . Conjectura-se que essas representações podem ter ocorrido devido ao fato de serem introduzidas, neste item,

questões que envolveram mudanças de registro de uma fração decimal para um número decimal e cálculos de porcentagem, situação que não ocorria no item anterior, deixando de utilizar uma linhagem probabilística (Biajoti, 2013). Outra hipótese é que o nível de interpretação do item b era um pouco mais elevado do que o do nível apresentado no item a.

Lembrando que a turma pesquisada teve a oportunidade de comentar por escrito sobre as atividades realizadas, destaca-se o seguinte comentário de P1: *“Este item exigiu um conteúdo que tenho muita dificuldade, eu não sei resolver questões de porcentagem, principalmente esse negócio de transformar fração decimal em número decimal, é difícil professor, e ao mesmo tempo um desafio que precisamos entender e superar, até porque como o senhor deixou bem claro, faz parte da BNCC”*. É bem provável que o equívoco na interpretação do enunciado do item b, somado à ansiedade, pode ter influenciado no desempenho do estudante P1. Tal comentário corrobora as ideias de Amarante (2019), em relação a uma possível influência de aspectos psicológicos no desempenho dos estudantes em sala de aula. Embora as dificuldades apresentadas sejam diferentes, pode-se inferir que sinalizaram a falta de compreensão acerca das ideias probabilísticas.

Além disso, os erros identificados neste item ratificam os estudos de Cruz, Silva e Tavares (2020) e Lorensatti (2009), no sentido de que os estudantes pedagogos conseguiram compreender o que foi proposto na situação-problema, mas não dispunham de estratégias necessárias para desenvolver o que foi solicitado de forma correta. Isto é, não conseguiram “traduzir” as informações apresentadas no enunciado do problema para uma linguagem matemática. Isso ficou perceptível nos registros das Figuras 2, 3 e 4, em que a maioria apresentou dificuldades na modelagem do problema.

Constatou-se na resolução do item b a dificuldade apresentada, em geral, pelos alunos de modelar uma situação problema, de traduzir a linguagem natural para a linguagem matemática. Diante disso, discutiu-se com os estudantes os motivos dos erros cometidos e realizaram-se intervenções didáticas com características lúdicas pontuais (Cury; Konzen, 2007) para reforçar o conteúdo de porcentagem. Para isso, utilizou-se de experimento lúdicos, por exemplo, jogos de cartas e baralhos, para que permitissem compreender e perceber um pouco mais as situações aleatórias do cotidiano, de modo a ser possível estimar o resultado ou uma probabilidade, além de

tentar novas formas de abordagem sobre a passagem de uma fração decimal para um número decimal. Portanto, percebeu-se que o item b possibilitou aos estudantes refletir acerca da dificuldade na interpretação de enunciados (Antunes; Nogueira; Menezes, 2023). Reitera-se, aqui, que no ambiente de sala de aula são necessárias situações diferenciadas que articulem os significados e que se tornem ricas oportunidades pedagógicas na construção de conceitos probabilísticos (Coutinho, 2007; Batanero, 2005).

No item 1c – *Qual a probabilidade de retirar um lápis preto?*, como resposta, esperava-se que os estudantes pedagogos representassem uma das seguintes possibilidades de registro:  $6/21$  ou  $0,29$  ou  $29\%$ , mas nove estudantes mostraram erros neste item, isto é,  $64,28\%$  apresentaram respostas incorretas. As Figuras 5 e 6 ilustram as respostas com erros nesse item da questão.

Figura 5: Solução da situação-problema 1c, feita pelo estudante pedagogo P8

c) Qual a probabilidade de retirar um lápis preto?

$$\frac{15 \div 3}{6 \div 3} = \frac{5}{2}$$

Fonte: Acervo pessoal (2022).

Figura 6: Solução da situação-problema 1c, feita pelo estudante pedagogo P5

c) Qual a probabilidade de retirar um lápis preto?

$$\frac{21 \div 7}{6 \div 2}$$

Fonte: Acervo pessoal (2022).

Os erros encontrados nas Figuras 5 e 6 foram classificados como erros interpretativos e aritméticos. Notou-se que o aluno P8 pode ter esquecido de determinar o espaço amostral do problema para realizar o cálculo, ou seja, cometeu um *erro interpretativo*. Observou-se, também, que na Figura 6 o aluno realizou o cálculo probabilístico invertendo o número de elementos do evento pelo número de elementos do espaço amostral, cometendo um *erro conceitual* e um *aritmético*. Dessa forma, percebeu-se a falta de compreensão na interpretação do enunciado da situação-problema. Tais resultados repetiram-se com outros erros dos estudantes de forma similar. Embora as dificuldades apresentadas tenham sido diferentes, elas sinalizaram a falta de compreensão acerca do cálculo de probabilidade.

Apesar da intervenção realizada após a discussão do item 1b, constatou-se que os estudantes continuavam apresentando dificuldades nos conteúdos envolvendo cálculos percentuais, principalmente ao realizar a conversão do registro decimal para o fracionário (Duval, 2012). As dúvidas permaneceram e eles foram motivados a desenvolver situações-problema envolvendo números decimais e porcentagem, na tentativa de esclarecê-las durante as quatro horas de aulas. Buscava-se, assim, oportunidade, na própria sala de aula, de organizar uma resolução e detalhá-la para a compreensão de todos os estudantes pedagogos. Portanto, inferiu-se, a partir das análises desta situação-problema, erros, dificuldades e obstáculos na aprendizagem dos conceitos iniciais de Probabilidade.

## 5 Reflexões finais

Os resultados deste estudo apontam para a necessidade de ampliar esforços na formação de professores que lecionam polivalentes, com o intuito de promover a aprendizagem de Probabilidade na Educação Básica, por meio da metodologia de ensino da Resolução de Problemas. A estratégia da Análise de Erros se mostrou uma abordagem eficiente para discutir diferentes olhares e registros de representação, na busca pela compreensão dos problemas estocásticos. A valorização do erro contribuiu para desmistificar a imagem de uma Matemática excludente e elitizada, ao mesmo tempo em que permitiu confrontar a perspectiva determinista da Matemática com a probabilística típica do campo da Estocástica. Como possíveis desdobramentos dessa pesquisa, propõe-se envidar esforços na investigação sobre os erros manifestos por estudantes de Matemática em sua formação inicial, bem como professores que ensinam Matemática em formação continuada, diante dos novos desafios da BNCC.

## Referências

ALRO, H.; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e aprendizagem em educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

ALVEAL, F.; LEVICOY, D.; VÁSQUEZ, C. Evaluación de la alfabetización probabilística del profesorado en formación y en activo. **Revista Estudios Pedagógicos**, Valdivia-Chile, v. 44, n. 1, p. 135-156, 2018.

AMARANTE, J. M. N. **Análise de erros**: reflexões sobre o ensino de geometria no município de Óbidos - PA a partir de questões da OBMEP. 2019. 117 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto de Ciências da Educação, Universidade Federal do Oeste do Pará, Santarém, 2019.

ANTUNES, F. C. A.; NOGUEIRA, C. M. I.; MENEZES, M. B. Possibilidades de exploração teórica de reflexões de licenciandos em matemática sobre suas dificuldades na resolução de questões de funções afim e quadrática. **Alexandria**, v. 16, n. 1, p. 183-205, maio. 2023.

BARBOSA, A. M.; COSTA, M. V. S. Análise de erros em resolução de problemas envolvendo sólidos geométricos numa turma de segundo ano do ensino médio da rede pública. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, PR, Brasil, v.12, n.27, p.251-275, jan.-abr. 2023.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2011.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 1977.

BATANERO, C. Significados de la probabilidad en la educación secundaria. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, México, v. 8, n. 3, p. 247-263, 2005.

BATANERO, C. Understanding randomness: challenges for research and teaching. In: Conferência CERME 9, 9., Praga, 2015. **Anais...** Congress of European Research in Mathematics Education. Praga, 2015.

BIAJOTI, E. D. **Experimentos probabilísticos**: noções de probabilidade no ensino fundamental II. 2013. 109 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Exatas e da Terra) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2013.

BOTELHO, D. et al. Análise do erro na resolução de problemas verbais de estrutura aditiva. Uma perspectiva construtivista. In: SIMÕES, M. C. T. et al. (Org.). **Psicologia do desenvolvimento**: temas de investigação. Coimbra: Almedina, 2006, p. 53-76.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Curricular Comum**. Brasília: MEC/SEF, 2018.

BRYANT, P.; NUNES, T. **Children's understanding of probability**: a literature review. London: Nuffield Foundation, 2012.

BUENO, R. W. S.; VIALI, L.; MÜLLER, T. J. Estudo da definição clássica de probabilidade: uma experiência com a utilização de um objeto de aprendizagem. **Educação Matemática em Revista**, RS, v.1, n. 20, p.86, 2019.

CASÁVOLA, H. M. O papel construtivo dos erros na aquisição dos conhecimentos. In: CASTORINA, J. A. (Org.). **Psicologia genética**: aspectos metodológicos e implicações pedagógicas. Porto Alegre: Artmed, 1988, p. 32-44.

CASTRO, J. et al. Abordagem construtivista do erro na resolução de problemas de aritmética de estrutura aditiva. **Da investigação às práticas: estudos de natureza educacional**, v. 7, n. 1, p. 129-149, 2006.

CARVALHO, J. I. F. **Um estudo sobre os conhecimentos didáticos-matemáticos de probabilidade com professores de matemática dos anos finais do ensino fundamental**. 2017. 344 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera – UNIAN, São Paulo, 2017.

COSTA, M. V. S. **Análise de erros em resolução de problemas envolvendo sólidos geométricos**: uma experiência em uma turma de segundo ano do ensino médio da rede pública. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - PROFMAT - Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, 2020.

COUTINHO, C. Q. S. Conceitos probabilísticos: quais contextos a história nos aponta? **REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática**, UFSC, v. 2, n. 3, p.50-67, 2007.

CRUZ, L. F.; SILVA, J. L. C.; TAVARES, R. Avaliação matemática nos 8º anos do Ensino Fundamental II da Escola Estadual Pe. Pedro Gislandy. **Revista Psicologia & Saberes**, Maceió, v. 9, n. 15, p. 106-114, 2020.

CURY, H. N. **Análise de erros**: o que podemos aprender com as respostas dos alunos. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2019.

CURY, H. N.; KONZEN, B. Uma aplicação de jogos na análise de erros em educação matemática. **REVEMAT**, Florianópolis, v.2, n.1, p. 107-117, 2007.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Trad. de Mércles Thadeu Moretti. **REVEMAT**, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012.

EMMERT, R. F.; OLIVEIRA, V. B. M. As dificuldades de interpretação apresentadas pelos discentes do ensino médio. In: OLIVEIRA, V. B. M.; CAVALCANTE, H. M. (Org.). **Estudos e práticas de ensino de língua portuguesa, literatura e artes**. Porto Alegre: Evangraf/Exclamação, 2018, p. 60-70.

FULTON, Lawrence V. et al. Confusion between odds and probability, a pandemic? **Journal of Statistics Education**, v. 20, n. 3, 2012.

GARNICA, A. V. M. História oral e educação matemática. In: BORBA, M. de C.; ARAÚJO, J. de L. (Org.) **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

LORENSATTI, E. J. C. Linguagem matemática e língua portuguesa: diálogo necessário na resolução de problemas matemáticos. **Conjectura**, Caxias do Sul, v. 14, n. 2, p. 89-99, 2009.

MAROCCI, L. M.; NACARATO, A. M. Um ambiente de aprendizagem baseado na resolução de problemas: a possibilidade de circulação de significados sobre a probabilidade por meio da linguagem. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 15, n. 1, p. 101-123, 2013.

MINAYO, M. C. S. **O desafio do conhecimento**: pesquisa qualitativa em saúde. 8. ed. São Paulo: HUCITEC, 2004.

MORGADO, A. C. et al. **Análise combinatória e probabilidade**. Rio de Janeiro: SBM, 2004.

OLIVEIRA JÚNIOR, A. P.; KIAN, F. A. A linguagem probabilística de alunos do quinto ano do ensino fundamental: identificando fenômenos ou experimentos aleatórios. **Conjecturas**, v. 22, n. 1, p. 1657-5830, 2022.

OLIVEIRA JÚNIOR, A. P.; KIAN, F. A.; SILVA SANTOS, L. R. Ambiguidade lexical em probabilidade: conhecimento de alunos do ensino fundamental sobre acaso, aleatório e incerteza. **Areté - Revista Digital del Doctorado en Educación de la Universidad Central de Venezuela**, v. 9, n. 17, p. 99-126, 2023.

PIETROPAOLO, R. C. et al. Conhecimentos de professores para ensinar probabilidade nos anos finais do ensino fundamental. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática – JIEEM**, v. 8, n. 3, ISSN 2176-5634, p. 126-156, 2014.

PINTO, F. M. A.; MENEZES, D. B. Análise de Erro e Sequência Fedathi como proposta metodológica para o ensino de matemática. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, v. 09, n. 27, p. 01-16, 2022.

PINTO, N. B. **O erro como estratégia didática**: estudo do erro no ensino da matemática elementar. São Paulo: Papirus, 2000.

POLYA, George; SZEGO, G. Inequalities for the capacity of a condenser. **American Journal of Mathematics**, v. 67, n. 1, p. 1-32, 1945.

PONTES, J. C.; NÚÑEZ, I. B. Questões de estatística e probabilidade nas provas do ENEM: uma aproximação a erros e dificuldades de aprendizagem. **Educação Matemática Debate**, Montes Claros, v. 3, n. 7, p. 87-110, jan./abr. 2019.

RADATZ, H. Error analysis in mathematics education. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 10, n. 3, p. 163-172, 1979.

RADATZ, H. Students' errors in the mathematical learning process: a survey. **For the Learning of Mathematics**, v. 1, n. 1, p. 16- 20, 1980.

RODRIGUES, M. U. **Análise de conteúdo em pesquisas qualitativas na área da educação matemática**. Curitiba: CRV, 2019.

SALMERÓN, E. H. **El lenguaje del azar en alumnos de Educación Secundaria Obligatoria**. 2015. 86 f. Dissertação (Máster en Didáctica de la Matemática) - Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, España, 2015.

SANTOS, J. R. V.; BURIASCO, R. L. C. Da ideia de erro para as maneiras de lidar: caracterizando nossos alunos pelo que eles têm e não pelo que lhes falta. In: BURIASCO, R. L. C. de (Org.). **Avaliação e educação matemática**. Recife: Sbem, 2008, p. 87-108.

SILVA, J. A. et al. Uma análise dos erros das crianças ao formularem problemas de multiplicação e divisão. **HISTEMAT**, v. 9, p. 1-23, 2023.

SPINILLO, A. G. As relações entre aprendizagem e desenvolvimento discutidas a partir de pesquisas de intervenção. **Arquivos Brasileiros de Psicologia**, v. 51, n.1, p. 55-74, 1999.

SPINILLO, A. G. et al. O erro no processo de ensino-aprendizagem da matemática: errar é preciso? **Boletim Gepem** (Online), n. 64, jan./jun. 2014.

VÁSQUEZ, C. O.; ALSINA, A. Lenguaje probabilístico: un camino para el desarrollo de la alfabetización probabilística. Un estudio de caso en el aula de Educación Primaria. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 31, n. 57, p. 454-478, abr. 2017.